

HATVANY JÓZSEF INFORMATIKAI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

**KÉSLELTETETT ÖSSZESZERELŐ ÜZEMEK LOGISZTIKA
ORIENTÁLT TELEPÍTÉSÉRE SZOLGÁLÓ MATEMATIKAI
MODELLEK ÉS MÓDSZEREK FEJLESZTÉSE GLOBALIZÁLT
TERMELÉS ESETÉN**

Ph.D. értekezés

Készítette:

Gubán Miklós

okleveles matematikus

Tudományos vezető:

Prof . Dr. Cselényi József

egyetemi tanár

Miskolc, 2003.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	4
2. Irodalmi áttekintés.....	6
2.1. A logisztikához kapcsolódó tervezési és irányítási módszerek.....	6
2.2. A globalizált termelési környezetben a késleltetett összeszereléssel kapcsolatos logisztikai feladatok és kutatási eredmények	7
2.3. A logisztikai rendszerek telepítése során használható modellek és módszerek.....	9
3. A disszertáció célja.....	12
4. A késleltetett összeszerelő üzemek feladatai, illeszkedése a globalizált termelésbe, a kihelyezéssel szemben támasztott logisztikai követelmények	14
4.1. A késleltetés nélküli összeszerelés	14
4.2. A késleltetett összeszerelés	15
5. A feladat modellezése matematikai modellezése	17
5.1. Műszaki – gazdasági modell	17
5.2. Az alapadatok	18
5.3. Az optimalizálandó paraméterek.....	20
5.4. A célfüggvény	24
5.5. A korlátozó feltételek	32
6. A matematikai modell megoldására szolgáló algoritmus	37
6.1. A heurisztikus algoritmus.....	38
6.1.1. Az I. és II. fázis részletes ismertetése.....	39
6.1.2. Az algoritmus I. fázisa.....	42
6.1.3. Az algoritmus II. fázisának további lépése	49
6.1.4. Az algoritmus III. fázisa.....	61
6.2. Más módszerek megadása („MP módszer”)	64
7. Az algoritmus tesztelése, jellegzetes adatstruktúra mellett érzékenységvizsgálatok, általánosan levonható logisztikai rendszerre vonatkozó következtetések.....	66
7.1. Az algoritmus tesztelése.....	66
7.2. A futási eredmények összehasonlítása	70
7.3. Érzékenységvizsgálat	71
7.3.1. Paraméter-érzékenységvizsgálat	72
7.3.2. Volumen-érzékenységvizsgálat.....	74
7.3.3. A mintafeladat paramétereinek érzékenységvizsgálata.....	74

7.3.4. A mintafeladat változóinak volumen érzékenységvizsgálata.....	77
7.4. A logisztikai rendszerre általánosan levonható következtetések	80
8. Az eredmények hasznosítása, a továbbfejlesztés lehetőségei	81
9. Összefoglalás.....	83
10. Köszönetnyilvánítás	86
11. Irodalomjegyzék.....	87
Mellékletek.....	95
1. Alapadatok	95
2. A futási eredmények (n = 9).....	108

1. Bevezetés

Napjainkban a világ gazdaság jelentős változásokon megy keresztül. A technológiák és a termékek életciklusának lerövidülése mellett a globalizáció hatásai is megfigyelhetők. A termelés globalizációja világjelenség. Alapja, hogy ugyanazt a terméket a világban bárhol meg lehet vásárolni. Ennek egyik következménye, hogy multinacionális vállalatok jönnek létre. További következmény, hogy a termelési folyamat fázisában lévő jellegzetes tevékenységeket a logisztikai lánc vége felé igyekeznek eltolni, hogy a termékek a piacon minél közelebb legyenek a fogyasztókhoz. A késleltetett termelés során a termékek összeszereléséhez szükséges alkatrészeket részben a multinacionális vállalat anyavállalata, vagy néhány magas technikai és technológiai színvonalat biztosítani tudó, alkatrész gyártására szakosodott leányvállalat vagy beszállítóként megerősödött vállalat tudja biztosítani, akik a világmárkához szükséges kulcsalkatrészeket és elemeket szállítják. Ugyanakkor az alkatrészek jelentős részét a kihelyezett szerelőhelyhez közeli beszállítók szolgáltatják.

A logisztika szerepe jelentősen megnő a globalizált gazdaságban. A logisztikai rendszerek és a logisztikai módszerek kiemelkedő szerepet kapnak a késleltetett termelésnél, mert

- a versenyképességet alapvetően meghatározó elemeket, az átfutási időket, készleteket, a ráfordításokat jelentős mértékben a logisztikai rendszer fejlettsége határozza meg;
- a logisztikai rendszereket és módszereket jelentős mértékben a helyi környezet határozza meg, csak kis mértékben importálhatók;
- dinamikus változó termékstruktúra és volumen a logisztikai rendszer gyakori intenzifikálását, reengineeringjét kívánja meg.

Késleltetett összeszerelésnél az összeszerelő üzemek a felhasználók közvetlen közelében kerülnek telepítésre, így messzemenően figyelembe lehet venni a késztermékekkel kapcsolatos speciális igényeket (pl. nemzeti szokásokat, földrajzi viszonyokból következő sajátosságok, stb.). A kihelyezés okai közül alapvetően kettőt kell megemlíteni. Az egyik, hogy a kihelyezés révén az összeszerelés közelebb kerül a piacokhoz, ezáltal a vevői igények jobban kielégíthetők lesznek, másrészt a költségátfordítás a kihelyezés révén jelentősen csökkenthető. A késleltetett összeszerelés akkor gazdaságos, ha a márkát biztosító alkatrészek megnövekedett logisztikai (szállítási és tárolási) költségeit, valamint a nagyobb volumenű szerelések kisebb fajlagos szerelési költségét kompenzálni lehet. Késleltetett összeszerelésnél költségcsökkentő tényezők:

- az összeszerelés kisebb költsége az olcsó munkaerő révén;
- az alkatrész kisebb vásárlási költsége az olcsó munkaerő révén;
- a beszállítás kisebb logisztikai költsége közeli beszállítók alkalmazásával;
- az elosztás kisebb költsége a közeli felhasználók által.

Ha a munkaerő ára növekszik, akkor fontos tartalékot jelenthet a közeli beszállítók számának, valamint a közeli felhasználók számának és volumenének növelése. A fenti költségeknek nem csak a kihelyezés eldöntésekor, hanem működés során is folyamatosan fenn kell állni.

Értekezésemben a kihelyezett (késleltetett) összeszerelő üzemekkel és azon belül is az üzemek telepítési problémájával szeretnék foglalkozni.

2. Irodalmi áttekintés

Az értekezés témájának feldolgozása a szakirodalom alapos áttanulmányozását igényelte. A feldolgozás során a szakirodalmat öt témakörben vizsgáltam meg:

- logisztikához kapcsolódó tervezési és irányítási módszereket;
- a globalizált termelési környezetben működő, a késleltetett összeszereléssel kapcsolatos modelleket és módszereket;
- összeszerelő üzemek telepítésével kapcsolatos kutatásokat;
- a logisztikai rendszerek tervezése során használható matematikai modelleket és módszereket tartalmazó szakirodalmat;
- az objektumok telepítésével kapcsolatos kutatási eredményeket.

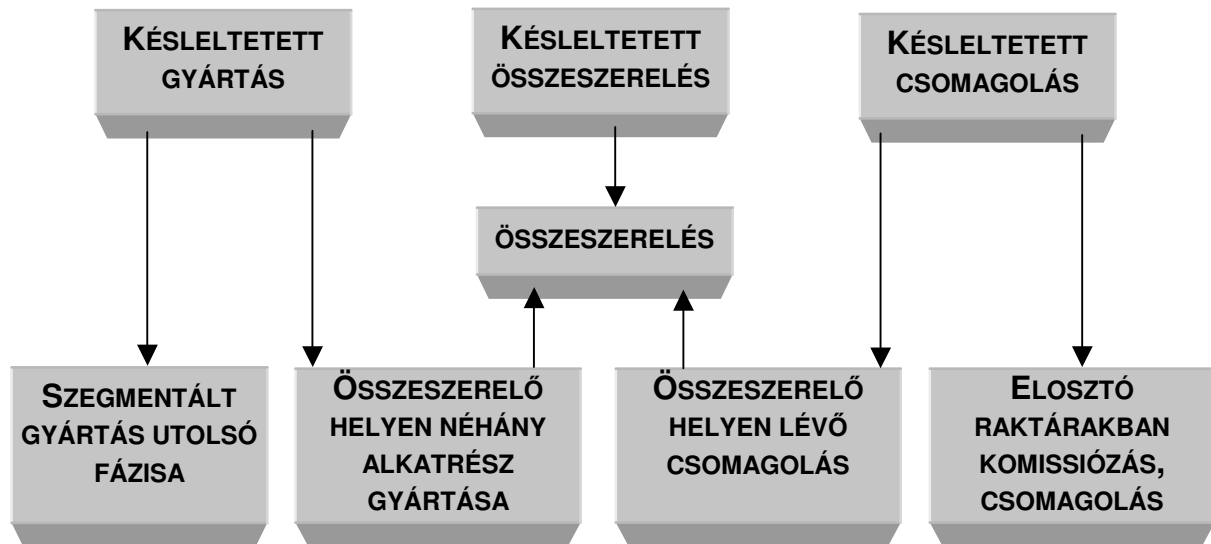
2.1. A logisztikához kapcsolódó tervezési és irányítási módszerek

A logisztika már az ókori görögöknél megtalálható volt a hadászati alkalmazásoknál, a gazdasági és műszaki életben azonban csak az 1970-es években jelent meg. A logisztika 70-es évekbeli megjelenése után kezdődtek el a logisztikával kapcsolatos kutatások. A kezdeti kutatások a logisztikai alapkutatások irányában folytak és csak később kezdődtek el a logisztikai rendszerek tervezési és irányítási kérdéseivel foglalkozó kutatások. A kutatások eredményeként jelentek meg azok a művek, amelyek alapvetően meghatározták a logisztika elterjedését [B43, B44, B45]. Egy logisztikai rendszer tervezése alatt a szakemberek modelleket állítanak fel [B40, B57, B58, B61, B62, B64] és a modellre alkalmazható módszerek, operációkutatási módszerek alkalmazásával megkeresik a feladat optimumát, és ezt alkalmazzák a valós feladatra [B55, B67, B71]. A logisztikai rendszerek tervezési és irányítási feladatainak elvégzésében, a számítógépek elérhetővé válásával jelentős szerepet kaptak a szimulációk [B47] és a szakértői rendszerek [B49].

A Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékén szintén jelentős eredmények születtek a logisztikai rendszerek tervezése és irányítása témakörben. Az ott folyó kutatások fő célja a logisztika elméleti megalapozása volt [B15, B16, B17, B18, B19, B20, B21, B22, B23, B24, B25, B26, B51].

A logisztikai információs rendszerek átfogó összefoglalását tartalmazza [B50, B65].

2.2. A globalizált termelési környezetben a késleltetett összeszereléssel kapcsolatos logisztikai feladatok és kutatási eredmények



1. ábra. A termelés globalizációjának struktúrája

A késleltetett termelés koncepcióját már több mint 50 évvel ezelőtt megfogalmazták [B27,B28], azonban kb. 15 évvel ezelőtt kezdték a logisztikusok részletesen kutatni a témát és ekkor adták meg a késleltetett termelés definícióját is [B29]. Az elmúlt időszakban a globalizált termelés sok vállalat vezetőjét készítette arra, hogy komolyan kezdjen el foglalkozni az ellátási lánc stratégiáival [B30]. Ez a fejlődés a kutatók figyelmét is a késleltetés hatásainak a vizsgálata irányába fordította.

Komoly fordulópontot jelentett a [B29] dolgozat, melyben definiálták és elemezték a késleltetés öt fajtáját: az osztályozást, a csomagolást, a szerelést, a gyártást és az időkésleltetést. A vizsgálathoz szimulációs modelleket használtak, különböző feltételeket vizsgáltak meg és ezek alapján hasonlították össze a különböző késleltetéseket. A Hewlett-Packard a számítógép iparban egy korai sikeres késleltetett alkalmazást publikált, mely a globális piacra kihelyezett termelésről szólt [B31].

Korábban a Hewlett-Packard által az Egyesült Államokban gyártott kész nyomtatókat elszállították három elosztó központba, melyek Európában, az Egyesült Államokban és a Távol Keleten voltak. Azonban azokban az országokban, ahol a termékeket forgalmazták a saját termékekkel szemben egyedi igények merültek fel (pl. tápegység, tápkábelek, saját

nyelvű kézikönyv). Emellett a hosszú szállítás alatt végig magas színvonalú, biztonságos raktározásra volt szükség. A HP megvizsgálta, hogy milyen előnyökkel járna a termék és a termelési folyamat olyan átszervezése, ahol az általános terméket továbbra is a központi gyárban állítanák elő, majd elszállítanák az elosztó központokba, ahol a végső vevőkör igénye szerint fejeznék be a termék összeszerelését (így a megfelelő tápegység, kábel kerülne a nyomtatóba). Azért, hogy ezek a műveletek könnyen elvégezhetőek legyenek a termékeket át kellett tervezni. A változtatások bizonyos járulékos beruházásokat is igényeltek az elosztó központoktól. Ez az újfajta kihelyezett termék-összeszerelés pozitív eredményt hozott a HP-nál, csökkentek a költségek és javult a végfelhasználói szervizszolgáltatás. Csökkent a szállítási költség is, hiszen az általános termék kevesebb helyet foglalt el, mint a kész végtermék. A HP azt is vizsgálta, hogyha növekszik a termékben a helyi beltartalom és növekszik a gyártási jelenlét a termék eladhatósága is növekszik.

Lee [B32] egy analitikus modellt felhasználva vizsgálta, hogy a termék és a termelési folyamat újraszervezése késleltetett termelés esetén, hogyan befolyásolja a készletet és a szervizszolgáltatást. Lee egy lemezmeghajtó gyártását vizsgált, amely tipikusan hosszú állásidőt igényel a hosszú tesztelési folyamat miatt. Kifejlesztett egy olyan modellt, mely alkalmas a termék és a termelési folyamat áttekintésére.

Lee és Tang rámutattak [B33] arra, hogy mielőtt egy termék vagy folyamat újratervezését végrehajtanák, gazdaságilag elemezni kell a hatásait, mivel bizonyos fix és változó költségek megváltoznak a termék, vagy folyamat újratervezésével. Elemezték a késleltetett termelés három alap-megközelítését és meghatározták azokat a feltételeket, amelyek nagyobb hasznot eredményeztek. A három alap-megközelítés: a komponensek szabványosítása, a moduláris tervezés és a gyártási folyamat újraszervezése.

Újabban Pagh és Cooper [B34] kifejlesztett egy modellt a különböző késleltetések leírására és elméleti stratégiákra, Mason-Jons és Towill [B35] megvizsgálta a késleltetett megközelítés szabályait az információ és anyag szétválasztásában. A késleltetés általános és részletes leírását a [B36] tartalmazza.

Érdekes témakört tárgyal a [B37], amely a végső elosztásig tartó késleltetett termelés értékét vizsgálja az olyan gyártók esetében, akik egy többszörös csatornán keresztül létrejövő termékcsaládot forgalmaznak. A szerzők kifejlesztették az ellátási lánc egy olyan modelljét, amely sok rövid élettartamú terméket eloszt különböző csatornákon keresztül.

Egy nagyon speciális telepítési modellt és megoldási módot mutat be a [B72], mely példaként konkrét esetekre egy, kettő és öt üzem telepítését végzi el. A megoldáshoz heurisztikus

algoritmus felhasználásával jut el, de a cikkben megtalálható a feladat LP modellje is, egy nagyon egyszerű logisztikai költségfüggvényen alapuló célfüggvénnyel.

A késleltetés témaköre manapság is tovább bővül és újabb alkalmazások jelennek meg a szakirodalomban. A Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékén is több érdekes elméleti kutatási eredmény született pl. [B3], mely a késleltetett összeszerelés logisztikai láncának modellezését mutatja be.

2.3. A logisztikai rendszerek telepítése során használható modellek és módszerek

A logisztikai rendszerek vizsgálatához és a megfelelő döntések előkészítéséhez az egyik legjobban használható alkalmazott matematikai eszköz az operációkutatás. Az operációkutatás lényegében szélsőérték problémákkal foglalkozik és ez az optimalizálási problémákhoz nagyon jó eszköztárat biztosít. Az operációkutatási módszerek alkalmazásakor egy matematikai modellt készítünk és ebből az olyan rendelkezésre álló eszközökkel, mint a lineáris programozás, hiperbolikus programozás, integer programozás, játék- és döntéselmélet stb. segítségével következtetéseket vonhatunk le, amelyeket majd adaptálva alkalmazhatunk a valós problémánkra.

Valójában miért van szükség ezekre az eszközökre, hiszen mint az értekezésben szereplő téma esetén véges sok lehetséges eset áll rendelkezésünkre és „csak” ebből kell kiválasztani a legjobbat? Ez a kiválasztás matematikailag triviális. A gyakorlatban az esetek száma olyan nagy, hogy több emberöltő is kevés lenne a kézi megoldásra. A számítógépek alkalmazásával is bizonyos feladat éveket vehet igénybe. Ilyen probléma pl. a szállítópálya úthossz mátrixa (ld. a modellben) előállítása. Ezért fontos, hogy a feladathoz a megfelelő módszert válasszuk ki.

A megoldási módszereket öt nagyobb csoportba sorolhatjuk be [B2]:

- matematikai programozás;
- rekurzió és leszámolás;
- heurisztika;
- statisztikai mintavételezés;
- speciális és ad hoc technikák.

A problémák egy részét megoldhatjuk a *lineáris programozás* módszerével, ez még akkor is fennáll, ha a probléma egészértékű (mint esetünkben) [B48, B1]. Ez a módszer szinte semmit sem használ ki a probléma speciális szerkezetéből, ezért általánosan alkalmazható, de ez

egyben egy óriási hátránya is. Amennyiben a változóink egészértékűek, akkor sajnos nincs lehetőség arra, hogy a számítások hosszára egy eleve jó korlátot határozzunk meg. Az ilyen típusú feladatokra még a gyakorlati tapasztalatok is eltérőek.

További lehetőségeket kínál a matematikai programozás ha több szempont szerint szeretnénk szélsőértéket keresni. Ilyen esetekben alkalmazhatjuk a *többcélú programozást*. Sajnos a logisztikai rendszerekhez kapcsolódó célfüggvények, például a költségfüggvények ritkán lineárisak. Ilyenkor használhatjuk a *kvadratus programozást*, a *konvex szeparábilis programozást*. Speciális esetekben a *Lagrange-féle multiplikátorok* módszere is alkalmazható. A második csoportba tartozó módszerek közé tartoznak a *dinamikus programozási*, valamint a *korlátozás és szétválasztási* módszerek. Ezek a módszerek meglepően sok esetben használhatók és a lineáris programozáshoz viszonyítva jobb lépésszámot biztosítanak. Bizonyos feladatok esetén faktoriális lépésszámú megoldás helyett exponenciális lépésszámot biztosítanak. Ebbe a csoportba sorolhatjuk a logisztikai kutatásokban is alkalmazott visszacsatolós (back-tracking) módszereket [B25].

A *heurisztikus módszerek* csoportja az, amelyet a későbbiekben szeretnénk felhasználni. Az itt szereplő módszerek alkalmazhatósága nem annyira matematikai bizonyításokon alapul, inkább a szemléletes érveken. Ezek a módszerek általában nem is adnak pontos optimumot, csak optimum „közelít” [B39].

A heurisztikus módszerek egy újabb módszercsoportja az evolúciós elméleten alapuló genetikai algoritmusok, melyek ma már a logisztikai rendszerek körében is igazolták alkalmazhatóságukat [B5, B6, B40].

A *statisztikai mintavételezésen* alapuló módszerek esetén nagyszámú megoldás véletlen generálása segítségével egyfajta statisztikai következtetést vonunk le [B46].

A *speciális és ad hoc* kategóriába sorolhatjuk az összes többi módszert [B47].

Az operációkutatás további jó eszközrendszere az érzékenységvizsgálat, mely a kapott eredmény „stabilitásáról” ad tájékoztatást, valamint segítségével megvizsgálhatjuk, hogy bizonyos adatok megváltoztatásával, hogyan változik az optimális megoldás [B38, B63]. Az érzékenységvizsgálatok célja annak megállapítása, hogy a tervezés pontatlansága, a bekövetkező változások milyen mértékben befolyásolják a beruházás-gazdaságossági számítások eredményeit. Az érzékenységvizsgálatok segítségével *meghatározható a telepítési tervváltozat stabilitása*. Az érzékenységvizsgálat nem más, mint a telepítési mutatók sorozatos számítása [B52].

Az objektumok telepítésével kapcsolatos kutatási eredmények

A disszertáció témakörébe tartozó centrum-probléma nem új, sőt már századokkal korábban foglalkoztatta a matematikusokat. Egyes szélsőérték-problémákat már az ókorban is ismertek (Euklidész, Pappus). Később Fermat már egységes módszerrel tárgyalta az extrémum feladatokat, köztük a hárompontos centrum-problémát. A probléma általános megoldása felé nagy lépést tett Gauss, megvizsgálva a négypontos probléma különböző eseteit, sőt felfigyelt a közlekedési vonatkozásaira is.

A centrum-probléma telepítéstervezési jelentőségét elsőnek A. Weber ismerte fel és közölte 1909-ben [B53]. A Weber-féle centrumprobléma és a Steiner-féle szélsőérték probléma közötti kapcsolat miatt sokan Steiner–Weber-féle problémaként ismerik ezt a centrum-problémát.

A Weber-könyv amerikai kiadása (1922) az ottani nagyipari konszernek érdeklődését mutatta az ipartelepítés gazdaságossági problémái iránt. Ettől az időponttól számíthatjuk a telepítési problémák rendszeres vizsgálatát a szakirodalomban és konkrét telepítéseknél. A problémakör gyarapodása eleinte lassú volt. Fordulatot a II. világháború hozott, széleskörű hadászati alkalmazásaival, mint támaszpontok, hadianyagraktárak stb. telepítésével. Újabb lendületet a matematikai programozás kialakulása jelentett a telepítési problémák fejlődésének. Az utóbbi tekintetben főleg a nemlineáris (konvex) programozás Kuhn–Tucker-féle megalapozása (1951) [B10] és az azóta bekövetkezett gyors fejlődése volt ösztönző hatással a telepítési problémák tárgyi és módszerbeli gyarapodására. Kitűnt, hogy a centrumprobléma általánosan ($m > 4$ esetben) egzakt módon nem megoldható konvex programozási feladat, csak közelítő módszerek alkalmazhatók.

Hazánkban is több kutatás folyt már a hatvanas években is a telepítési problémák megoldására [B11, B12, B13]. Speciális telepítési problémával találkozhatunk ebben az időszakban a bányászati kutatások területén is. A Miskolci Egyetem Bányamérnöki Karán belül ma is folyik kutatás a bányászati telepítések logisztikai problémáinak vizsgálatára [B73].

A gazdasági élet átalakulása a 90-es években ismét felvetette a telepítési problémát és ismét több kutatás indult ebben a témakörben. A Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékén Cselényi professzor és munkatársai is foglalkoztak az objektumok telepítésének problémájával [B41, B42]. A probléma megoldására azonban továbbra is csak nagyon egyedi esetekben sikerült megoldásokat találni.

3. A disszertáció célja

Az előzőek alapján kijelenthető, hogy a késleltetett termelés a globalizált világunkban egy olyan új gyártási és elosztási stratégia, melynek megfelelő alkalmazása csökkenheti a költségeket és a termékek eladhatóságát növeli.

Mint az már a korai [B31] alkalmazásoknál is kiderült, hogy a késleltetés egyik lényeges része a kihelyezés, éppen ezért még a késleltetési stratégiák választásakor dönteni kell, hogy a kihelyezett összeszerelő üzemeket hol építsék fel. Az üzemek elhelyezése azért is fontos, mert maga a telepítés jelentős költséget emészt fel és egy hibás elrendezési változat módosítása jelentős költséggel és társadalmi feszültséggel járhat. Az üzemek elhelyezése nagymértékben függ az adott térség fejlettségétől, adottságaitól. Nagyon fontos kérdés az is, hogy mennyi üzemet kell telepíteni ahhoz, hogy a termelés és elosztás optimális legyen. Amikor a szakirodalmat tanulmányoztam ezek a kérdések több helyen felvetődtek [B29, B31, B34], azonban nem találtam olyan modellt és módszert, mellyel megoldható lett volna ezen összeszerelő üzemek számának és helyének meghatározása. A mai globális termelési környezetben ezek a kérdések nagyon fontosak, aktuális problémát jelentenek egy multinacionális vállalat számára és azok a módszerek, melyek ezekre a kérdésekre adnak választ a gyakorlatban jól alkalmazhatók. További problémát jelentett a telepítés során milyen célfüggvényt alkalmazzunk. Már a kutatás korai szakaszában nyilvánvalóvá vált, hogy a problémakörben elsődlegesen a logisztikai költségek a meghatározóak. [B72]

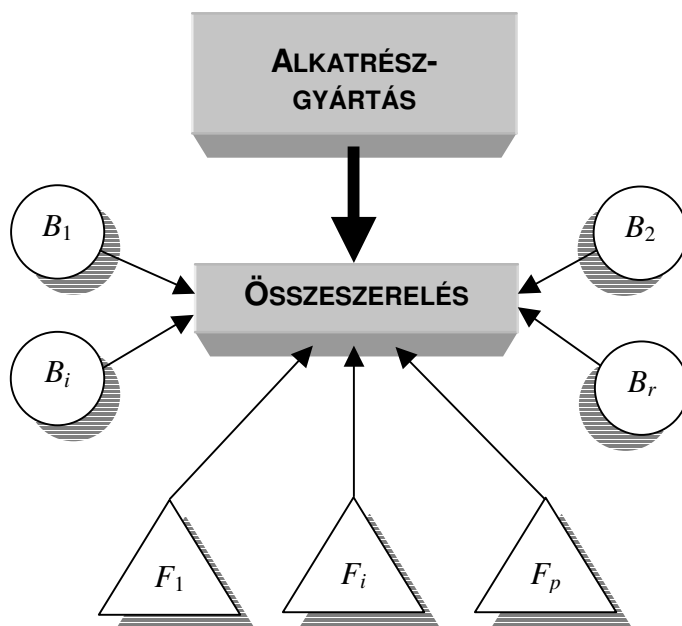
A késleltetett összeszerelő üzemek telepítése – bonyolultsága ellenére is – matematikailag jól modellezhető. A matematikai modell egy operációkutatási feladatként fogalmazható meg, melynek célfüggvénye egy költségfüggvény lesz. E költségfüggvény komponenseinek egy részét már matematikailag jól leírták [B3, B51]. A feltételrendszer matematikai leírását és a célfüggvény telepítésre történő megfogalmazását azonban nem találtam a szakirodalomban. A modellek hiányában, valamint az általános megoldhatóság lehetetlensége [B10] miatt, módszereket sem találtam a probléma megoldására. A fenti problémák miatt elsődlegesen egy műszaki – gazdasági modell megalkotását tűztem ki célul, melyből egy matematikai modell állítható össze, és amely a felvetett telepítési problémát matematikailag leírja. Emellett egy olyan új módszer kidolgozását terveztem, amely megadja az optimális telephely számot és az optimális elrendezési változatot. Általános megoldás hiányában csakis heurisztikus módszer kidolgozása lehetett a cél a feladat megoldására. A disszertációban azt is célul tűztem ki, hogy megvizsgáljam mennyire „jó” eredményt ad ez az új módszer és az eredmény mennyire függ

a heurisztikától. A dolgozat nem lenne teljes, ha a modellt nem vizsgáltam volna meg abból a szempontból, hogy a kapott eredmények (melyek igazolhatóan függetlenek a módszertől) hogyan reagálnak a környezet változásaira (érzékenységvizsgálat).

4. A késleltetett összeszerelő üzemek feladatai, illeszkedése a globalizált termelésbe, a kihelyezéssel szemben támasztott logisztikai követelmények

4.1. A késleltetés nélküli összeszerelés

A késleltetés nélküli összeszerelés esetén az alkatrészgyártás a központi telephelyen vagy annak közelében lévő telephelyen történik, és bizonyos alkatrészek gyártását aránylag közeli beszállítóknak (B_j) adják ki. Az összeszerelés során előállított késztermékeket azután szerte a világon elhelyezkedő felhasználóknak (F_i) osztják el. A 2. ábra a késleltetés nélküli összeszerelés egyszerűsített modelljét mutatja. Mind a késleltetés nélküli, mind a késleltetett termelés esetén feltételezzük, hogy a kulcsalkatrészeket a multinacionális cég csak egy helyen gyártja. Emellett szintén feltételezzük, hogy az alkatrészek JIT elvű beszállítása történik, valamint a termékeket is JIT elv szerint szállítjuk ki.



2. ábra. Késleltetés nélküli összeszerelés

4.2. A késleltetett összeszerelés

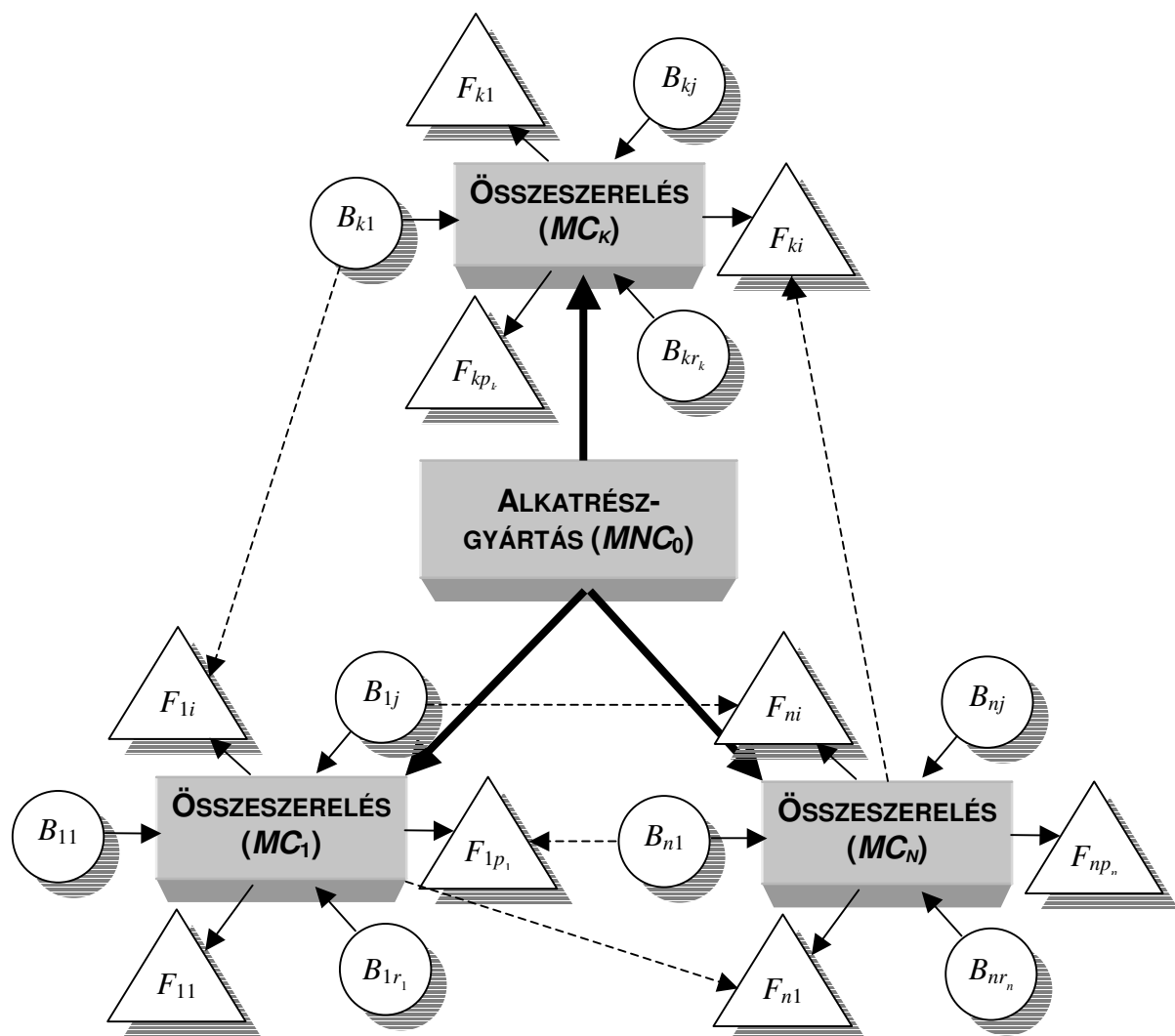
A késleltetés nélküli összeszereléssel szemben a késleltetett termelés esetén a termelés utolsó fázisát kihelyezik a fogyasztó közvetlen közelébe, vagyis késleltetik a termelés befejezését. Ebben az esetben az összeszerelő üzemek a felhasználók közvetlen közelében kerülnek telepítésre, így messzemenően figyelembe lehet venni a termékkel kapcsolatos speciális igényeket (pl. nemzeti szokások, földrajzi viszonyokból következő sajátosságok stb.). Leginkább a termékek összeszerelését, csomagolását illetve a gyártásnak az utolsó műveleteit helyezik ki. A termékek összeszereléséhez szükséges alkatrészeket egyrészt a multinacionális vállalat anyavállalata, vagy néhány magas technikai és technológiai színvonalat biztosítani tudó, alkatrész gyártására szakosodott leányvállalat tudja biztosítani, akik együttesen a világmárkát adják, a kulcsalkatrészeket és elemeket szállítják. Ugyanakkor az alkatrészek nagy hányadát a kihelyezett összeszerelő üzemhez közeli beszállítók szolgáltatják. Így hálózatszerűvé vált termelés elvileg két részre különíthető el: összeszerelést végző vállalatokra és beszállítókra. Természetesen ez a kategorizálás túlzott leegyszerűsítést jelent, mert például egy részegység összeszerelő üzem egyrészt a termék-összeszerelő üzem beszállítója lehet, másrészt alkatrészek illetve alapanyagok tekintetében jelentős számú beszállítót vesz igénybe [B8].

A beszállítóknak amelyeknek egy része kis- és középvállalat, meghatározó szerep jut a gazdasági fejlődésben, az ország életében.

A késleltetett összeszerelés globalizált termelés esetén – figyelembe véve a feltételezéseinket – az alábbi elemeket tartalmazza:

- Multinacionális vállalat (MNC_0), mint gyártóközpont, amelyek a márkanévet biztosító kiváló minőséget igénylő elemeket, alkatrészeket gyártanak,
- Összeszerelő üzemek (MC_k -k), melyek száma elég nagy lehet, és a felhasználók közelében találhatóak, terméktípusonként differenciáltak is lehetnek,
- Beszállítók (B_{kj}) alapvetően szerelőközpont közeliek, a szerelőközpontokkal közvetlen vagy közvetett kapcsolatot létesítenek,
- Felhasználók (F_{ki}) vagy fogyasztók szerelőközpont közeliek, a szerelőközpontban elkészített termékeket használják. Kapcsolatuk a szerelőközponttal közvetett, vagy közvetlen.

A késleltetett összeszerelés modellje a 3. ábrán látható.



3. ábra. A késleltetett összeszerelés

5. A feladat modellezése. Az optimalizálandó paraméterek, célfüggvény és a feltételek meghatározása

5.1. Műszaki – gazdasági modell

A feladat paramétereinek, feltételeinek, költségfüggvényének meghatározásakor többször önkényesnek tűnő feltételezésekkel éltem. A számtalan feltétel és összefüggéssel rendelkezik. A modellben azonban csak véges sok tulajdonságot vehettem figyelembe. A probléma alapos vizsgálata során jutottam azokhoz a korlátozásokhoz és speciálisnak tűnő összefüggésekhez, amelyeket az alábbiakban részletesen ismertetni fogok.

Egy multinacionális vállalat (jelölje MNC_0) – mely egy központi telephelyen található – több csúcstechnológiájú termékcsoporthoz (m darab) gyártását tervezi kihelyezett összeszerelő üzemekben. A multinacionális vállalat a kulcsalkatrészeket központi telephelyén állítja elő és ezeket az alkatrészeket ő szállítja az összes kihelyezett összeszerelő üzembe. A termékek összeszereléséhez szükséges további alkatrészeket a cég a beszállítóktól szerzi be. A termékek előállításakor w számú alkatrézfajta kerül beszerelésre. A vizsgálatok alapján az alkatrészek beszerzésére r_0 számú beszállító jöhet számításba. Ezek a beszállítók többféle alkatrész beszállítására is képesek lehetnek. Az elkészült termékeket az üzemekből p_0 számú felhasználóhoz szállítják ki, akik igényeiknek megfelelő mennyiségű készterméket képesek fogadni, megfelelő ütemezésben. A vállalat az összeszerelő üzemek telepítésére z számú lehetséges helyet választott ki. Ezek közül kell kiválasztani azt az n helyet ahol ténylegesen megtörténik a telepítés. A vállalat – ebből következően – legfeljebb z számú összeszerelő üzemet tervez telepíteni. A célunk az, hogy határozzuk meg a telepítendő összeszerelő üzemek számát úgy, hogy azok termelése kielégítse a felhasználók igényeit, valamint határozzuk meg a helyüket úgy, hogy a késleltetett összeszerelés alapján vevő közelben helyezkedjenek el. Emellett rendeljük hozzá a lehetőség szerint minimális számú beszállítót az összeszerelő üzemekhez. Mindezt úgy végezzük el, hogy a logisztikai költségeken alapuló költségeink minimálisak legyenek.

Jelölje n a telepítendő összeszerelő üzemek számát ($z \geq n$). A rendszer felépítését a 3. ábra mutatja. Az ábrán MC_k jelöli a k -adik telepítendő összeszerelő üzemet, F_{ki} jelöli a k -adik összeszerelő üzemhez rendelt felhasználót és p_k jelöli a hozzárendelt felhasználók számát. B_{kj}

jelöli a k -adik összeszerelő üzemhez rendelt beszállítót és r_k az üzemhez rendelt beszállító számát.

A rendszer struktúrája alapján a *felhasználók száma* megegyezik az összes összeszerelő üzemhez kapcsolódó összes felhasználó számával, azaz:

$$p_0 = \sum_{k=1}^n p_k. \quad (1)$$

Egy felhasználó több összeszerelő üzemtől is kaphat termékeket, azonban *egyfajta terméket* csak *egy összeszerelő üzemből* szállíthatunk a felhasználóhoz. Ha egy felhasználó több összeszerelő üzemből kaphat termékeket, akkor ahhoz a legközelebbi összeszerelő üzemhez rendeljük hozzá, amelyiktől kaphat készterméket.

A *beszállítók száma* megegyezik az egyes összeszerelő üzemekbe alkatrészt szállítók számával:

$$r_0 = 1 + \sum_{k=1}^n r_k. \quad (2)$$

Minden összeszerelő üzembe *egyféle alkatrész* csak *egy beszállítótól* érkezhethet, de egy beszállító többféle alkatrészt szállíthat. A multinacionális vállalat maga is beszállítónak minősül, így a beszállítók közt is figyelembe kell venni. Ha egy beszállító több összeszerelő üzembe is szállít alkatrészt, akkor azt mindig ahhoz a legközelebbi összeszerelő üzemhez rendeljük, amelyikbe maga is szállít. Egy beszállító és összeszerelő üzem relációjában feltételezzük, hogy egy adott alkatrész vásárlása és beszállítása egy ütemben történik.

Továbbiakban a következő egyszerűsítéssel élünk: a be- és kiszállításoknál egyfajta raklap használatát alkalmazzuk.

5.2. Az alapadatok

Az alábbiakban megadjuk azokat a kiindulási mátrixokat és vektorokat, melyeket a modellben felhasználunk.

Az igényelt évi termékmennyiség

$$\mathbf{Q} = [q_{iv}]_{p_0 \times m}, \quad (3)$$

ahol q_{iv} jelöli az i -edik felhasználónak a v -edik termékből várható igényét.

A termékek felépítési mátrixa

$$\mathbf{A} = [a_{v\mu}]_{m \times w}, \quad (4)$$

ahol $a_{v\mu}$ jelöli az v -edik termékbe a μ -edik alkatrészből beépítendő mennyiségét.

A beszállítói mátrix:

$$\mathbf{B} = [b_{j\mu}]_{r_0 \times w}, \quad (5)$$

ahol $b_{j\mu}$ az j -edik beszállítónak a μ -edik alkatrészről rendelkezésre álló évi gyártókapacitása.

A lehetséges telephelyek (koordináta)mátrixa

A lehetséges telephelyeket különböző módon adhatjuk meg a modell számára. Az egyik lehetséges mód valamilyen koordináta értékekkel, pl. GPS értékekkel. Jelölje

$$\mathbf{T}_l = [\mathbf{t}_1, \mathbf{K}, \mathbf{t}_\chi, \mathbf{K}, \mathbf{t}_z], \quad (6)$$

ahol

$$\mathbf{t}_\chi = \begin{bmatrix} t_{1\chi} \\ t_{2\chi} \end{bmatrix} \quad (7)$$

a lehetséges telephely koordinátáit jelenti. Hasonlóan adható meg a beszállítók és felhasználók helyeinek koordinátája is:

$$\mathbf{T}_b = [\mathbf{t}_1, \mathbf{K}, \mathbf{t}_j, \mathbf{K}, \mathbf{t}_{r_0}], \quad (8)$$

illetve

$$\mathbf{T}_f = [\mathbf{t}_1, \mathbf{K}, \mathbf{t}_i, \mathbf{K}, \mathbf{t}_{p_0}]. \quad (9)$$

A koordinátákból, illetve egy úthálózat-mátrixból meghatározhatjuk a szállítópálya úthossz mátrixot. Az értekezésnek nem célkitűzése ennek a módszernek a megadása. Általában táblázatokból könnyen előállítható a szállítópálya úthossz mátrix. Emellett léteznek egyéb módszerek, melyek előállítják a mátrixot. Egy ilyen megoldást mutat a [A13, A14, A15], mely egy többfokozatú szállítási problémával foglalkozik és egyben egy számítógépes programot is megad erre a problémára.

A szállítópálya úthossz mátrixa

$$\mathbf{L} = [l_{\chi\rho}]_{z \times (p_0 + r_0)} = [\mathbf{L}_1 \mid \mathbf{L}_2], \quad (10)$$

ahol

$l_{\chi\rho}$ a χ -edik telepítési hely és a beszállító, ill. felhasználó közti távolság. Az $\mathbf{L}$ hipermátrix $\mathbf{L}_1$ minormátrixa:

$$\mathbf{L}_1 = [l_{\chi j}]_{z \times r_0}, \quad (11)$$

ahol

$l_{\chi j}$ a χ -edik telepítési hely és a j -edik beszállító közti szállítási út távolsága. Az $\mathbf{L}$ hipermátrix $\mathbf{L}_2$ minormátrixa:

$$\mathbf{L}_2 = [l_{\chi i}]_{z \times p_0} \quad (12)$$

ahol

$l_{\chi i}$ a χ -edik telepítési hely és az i -edik felhasználó közti távolság.

Az egyes összeszerelő üzemek termékenkénti gyártókapacitása¹

Jelölje $\mathbf{C}_H^v$ az egyes lehetséges helyek termékenkénti gyártókapacitását, azaz

$$\mathbf{C}_H^v = [c_{\chi}^v]_{n \times m} \quad (13)$$

ahol

c_{χ}^v jelenti a v -edik termékből gyártható maximális mennyiséget a χ -edik telephelyen.

Jelölje $\mathbf{C}_A$ az egyes összeszerelő üzemek termékenkénti minimális gyártási kapacitását, azaz

$$\mathbf{C}_A^v = [c^v]_m \quad (14)$$

ahol

c^v jelenti a v -edik termékből minimálisan gyártandó éves mennyiséget az egyes összeszerelő üzemekben.

A járműfajták terhelési kapacitása

$$\mathbf{d}^* = [d_1, K, d_{\varepsilon}, K, d_l] \quad (15)$$

ahol

d_{ε} az ε -edik járműre feltehető szabványos (pl. 800×1200) raklapok maximális száma.

5.3. Az optimalizálandó paraméterek

Az alábbiakban azokat a mátrixokat és paramétereket adjuk meg, amelyeket az optimalizálási feladat megoldása során kell meghatározni.

- a telepítendő összeszerelő üzemek számának meghatározása (n);

¹ A modell során a felső indexes jelölést alkalmaztam, amely nem okoz félreértést, hiszen a hatványozást -két egyszerű esettől eltekintve (39), (43)- nem használom az értekezés során. Általában az alapanyagok és a termékek mutatói szerepelnek felső indexben.

- az összeszerelő üzemek hozzárendelése a telephelyekhez (Ω);
- a felhasználók termékenkénti hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez ($\mathbf{X}$);
- a beszállítók alkatrészenkénti hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez ($\mathbf{Y}$);
- az alkatrész beszállítás ütemezése összeszerelő üzemenként, alkatrészenként és beszállítónként ($\mathbf{N}$);
- a termékkiszállítás ütemezése összeszerelő üzemenként, termékenként, felhasználónként ($\mathbf{G}$).

Az optimalizálandó mátrixok

Telepítés hozzárendelési mátrixa

$$\Omega = [\omega_{k\chi}]_{n \times z}, \quad \omega_{k\chi} \in \{0;1\}, \quad (16)$$

ahol

$\omega_{k\chi} = 1$, ha a k -adik összeszerelő üzemet hozzárendeltük a χ -edik lehetséges telepítési helyhez, 0 egyébként.

$$\Omega \cdot \mathbf{1} = \mathbf{1}, \quad (17)$$

azaz egy összeszerelő üzemet egyetlen lehetséges telepítési helyre telepítünk.

A telepítés mátrixából meghatározhatjuk az összeszerelő üzemek és beszállítók, valamint az összeszerelő üzemek és felhasználók közti távolságot.

$$\mathbf{L}'_1 = \Omega \cdot \mathbf{L}_1, \quad (18)$$

$$\mathbf{L}'_1 = [l'_{kj}]_{n \times r_0},$$

ahol

l'_{kj} a k -adik összeszerelő üzem és a j -edik beszállító közti távolság,

és

$$\mathbf{L}'_2 = \Omega \cdot \mathbf{L}_2 \quad (19)$$

$$\mathbf{L}'_2 = [l'_{ki}]_{n \times p_0},$$

ahol

l'_{ki} a k -adik összeszerelő üzem és az i -edik felhasználó közti távolság.

A továbbiakban nekünk mindig az

$$\mathbf{L}' = [\mathbf{L}'_1 \mid \mathbf{L}'_2] \quad (20)$$

mátrixra lesz szükségünk.

Beszállítók hozzárendelése a szerelő üzemekhez

$$\mathbf{Y}^\mu = [y_{kj}^\mu]_{n \times r_0}, \quad y_{kj}^\mu \in \{0;1\} \quad (\mu = 1, K, w) \quad (21)$$

ahol

$y_{kj}^\mu = 1$ jelenti, hogy a k -adik összeszerelő üzembe a j -edik beszállítótól a μ -edik alkatrészt szállítjuk. Ha $y_{kj}^\mu = 0$, akkor nem történik szállítás.

Felhasználók hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez

$$\mathbf{X}^\nu = [x_{ki}^\nu]_{n \times p_0}, \quad x_{ki}^\nu \in \{0;1\} \quad (\nu = 1, K, m) \quad (22)$$

ahol

x_{ki}^ν jelöli a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz a ν -edik terméket szállítjuk-e vagy sem. Ha $x_{ki}^\nu = 1$, akkor van szállítás, ha $x_{ki}^\nu = 0$, akkor nem történik szállítás.

Beszállítás évi gyakoriságának mátrixa

Feltételeink között szerepel, hogy egy adott alkatrészből a szükséges mennyiség vásárlása és beszállítása egy ütemben történik.

$$\mathbf{N}^\mu = [\eta_{kj}^\mu]_{n \times r_0}, \quad (\mu = 1, K, w) \quad (23)$$

ahol

η_{kj}^μ jelöli a k -adik összeszerelő üzembe a j -edik beszállítótól a μ -edik alkatrészből az éves beszállítások ütemszámát. $\eta_{kj}^\mu \geq 1$, azaz legalább egy beszállítás van évente.

Ebből meghatározhatjuk az egy ütemben beszállított alkatrész mennyiségét és értékét:

$$e_{kj1}^\mu = \left[\frac{f_{kj}^\mu}{\eta_{kj}^\mu} \right], \quad (24)$$

ahol

f_{kj}^μ a k -adik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól évente vásárolt μ -edik alkatrész mennyisége;

e_{kj1}^μ a k -adik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól egy ütemben vásárolt és beszállított μ -edik alkatrész mennyisége;

Ekkor

$$e_{kj2}^\mu = \text{entier}\left(\frac{e_{kj1}^\mu}{e^\mu}\right) + \text{sgn}\left(\left\{\frac{e_{kj1}^\mu}{e^\mu}\right\}\right), \quad (25)$$

ahol

e^μ jelenti a kiválasztott raklapra elhelyezhető μ -edik alkatrész mennyiségét;

e_{kj2}^μ a k -adik összeszerelő üzem által a j -edik beszállítótól egy ütemben vásárolt és raklapokon beszállított μ -edik alkatrész raklapjainak a darabszámát.

A fenti összefüggések alapján, – de a realitások alapján is – legalább egy beszállítás van átlagosan évente.

Kiszállítás évi gyakoriságának mátrixa

$$\mathbf{G}^\nu = [\vartheta_{ki}^\nu]_{n \times p_0}, (\nu = 1, K, m) \quad (26)$$

ahol

ϑ_{ki}^ν jelöli a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz az ν -edik termék kiszállításának ütemszámát. $\vartheta_{ki}^\nu \geq 1$, azaz legalább egy kiszállítás van évente.

Ebből meghatározhatjuk az egy ütemben kiszállított késztermék mennyiségét:

$$s_{ki1}^\nu = \left\lfloor \frac{c_{ki}^\nu}{\vartheta_{ki}^\nu} \right\rfloor \quad (27)$$

ahol

c_{ki}^ν a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz a ν -edik termékből évente kiszállított mennyiség;

s_{ki1}^ν a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz egy ütemben kiszállított ν -edik termék mennyisége;

Ekkor

$$s_{ki2}^\nu = \text{entier}\left(\frac{s_{ki1}^\nu}{s^\nu}\right) + \text{sgn}\left(\left\{\frac{s_{ki1}^\nu}{s^\nu}\right\}\right) \quad (28)$$

ahol

s^ν egy raklapra elhelyezhető ν -edik termék mennyiségét.

s_{ki2}^v jelenti a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz egy ütemben raklapokon kiszállított v -edik termék raklapszámát.

A következő közelítő feltételezést alkalmazzuk: minden ütemben azonos mennyiséget szállítanak be és ki.

5.4. A célfüggvény

Az optimális telepítés megkereséséhez a késleltetett összeszerelés költségfüggvényét fogjuk használni. A költségfüggvényben alapvetően meghatározóak a logisztikai költségek. A költségfüggvényt célszerű komponensekre bontani. A függvényben szereplő komponensek közül csak azokat vesszük figyelembe, melyek jelentős szerepet játszanak a műszaki-gazdasági szempontok szerinti legjobb telepítés meghatározásában, azaz a telepítéstől jelentősen függő komponenseket használjuk fel a célfüggvényben. A vizsgálat során arra a következtetésre jutottunk, hogy a költségfüggvény öt fő komponensét kell figyelembe venni:

- az alkatrészek vásárlási költségét,
- a raktározási költségeket (külön-külön az alkatrészek és a késztermékek raktározási költségét),
- a szerelési költséget,
- a szállítási költségeket (a be- és kiszállítás költségét) és
- a telepítés költségét.

A telepítési feladat optimalizálását ezek alapján az alábbi célfüggvény minimalizálásával végezzük el:

$$K = K_V + K_{AS} + K_{BS} + K_{AR} + K_{BR} + K_M + K_T \Rightarrow \min! \quad (29)$$

Az egyes komponensek jelentése:

- K_V egy év alatt beszerelésre kerülő összes alkatrész vásárlási költsége;
- K_{AS} egy év alatt az összeszerelő üzembe beszállított összes alkatrész szállítási költsége;
- K_{BS} egy év alatt az összes összeszerelt terméknek az összeszerelő üzemekből a felhasználóhoz való kiszállítási (deattribúció) költsége;

- K_{AR} az év folyamán az összes beszállított alkatrésznek az összeszerelő üzemekben való tárolási költsége;
- K_{BR} a vizsgált időszak alatt (1 év) az összes összeszerelt termékeknek az összeszerelő üzemekben való tárolási költsége;
- K_M egy év alatt összeszerelt összes terméknek az összeszerelő üzemekben jelentkező szerelési költsége;
- K_T egy összeszerelő üzemek telepítési költségének egy évi leírása.

5.4.1. A költségfüggvények meghatározása

Az alábbiakban megadjuk az egyes komponensfüggvények elemeinek részletes definícióját. Az egyes komponenseknél további egyszerűsítésekkel élünk. Itt is csak azokat a szempontokat vesszük figyelembe, melyek jelentősen meghatározzák a telepítés költségét.

Az alkatrészek vásárlási költsége

Az alkatrész vásárlási költsége megegyezik az alkatrész mennyiségének és a fajlagos vásárlási költség szorzatával.

$$K_{kj\mu}^V = k_{kj\mu}^V f_{kj}^\mu \quad (30)$$

$$k_{kj\mu}^V = k_{kj\mu}^V (e_{kj1}^\mu)$$

Jelölje

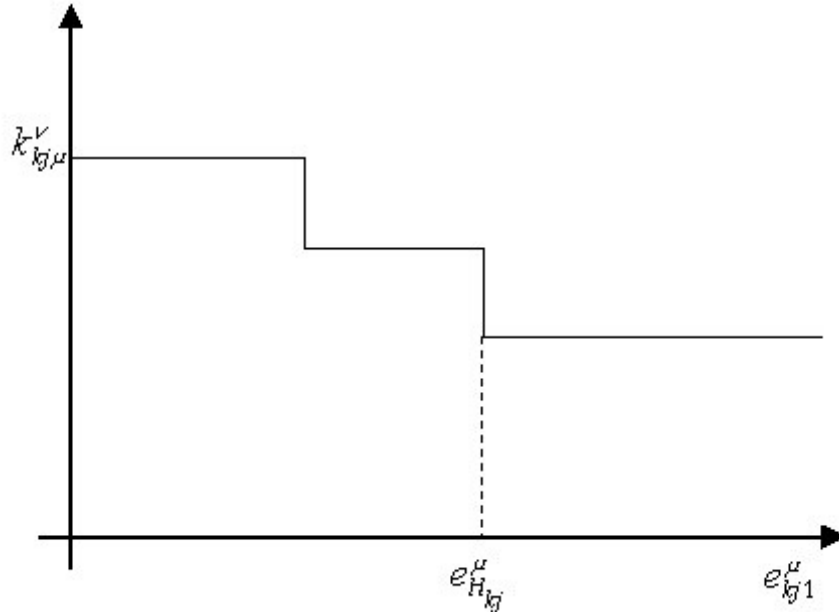
$k_{kj\mu}^V$ a fajlagos vásárlási költséget.

$e_{H_{kj}}^\mu$ jelenti a határrendelési mennyiséget. Ekkor teljesül $e_{kj1}^\mu > e_{H_{kj}}^\mu$

A korábbiak szerint

f_{kj}^μ a k -edik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól évente vásárolt μ -edik alkatrész mennyiségét jelöli;

e_{kj1}^μ a k -edik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól egy ütemben vásárolt és beszállított μ -edik alkatrész mennyiségét jelöli.



4. ábra. A vásárlás fajlagos költsége a beszállítás egy ütemének függvényében

Az egy ütemben vásárolt alkatrészek fajlagos költsége függ a vásárolt mennyiségtől. Ez egy monoton csökkenő függvény, mely lépcsős függvény, hiszen ha egy meghatározott mennyiség felett vásárolunk az alkatrészből, akkor csökken a beszerzési ár. Az ár azonban egy szint alá sohasem mehet, ezért egy meghatározott mennyiségtől kezdve állandó.

A fajlagos vásárlási költség – természetesen – sok más dologtól is függhet, ilyen például a rendelési idő, minőség. Ezeket a modell során nem vettük figyelembe.

Az alkatrészek beszállítási költsége

Az alkatrészek szállításánál jelentős költségmegtakarítás érhető el, ha nem csak egyfajta alkatrészt szállítunk egy ütemben. Ilyen szállítás esetén a kis kihasználtságú járatok (10-30%) megszüntethetők, és jó (70-100%) kihasználtságú járatok szervezhetők. A modellünkben így feltételezzük, hogy egy beszállítótól egy ütemben egyszerre többfajta alkatrész is szállítható. Ezt azonban annyiban korlátozzuk a modellben, hogy csak egy beszállítótól szállítandó alkatrészeket vonjuk össze. További költségcsökkentést jelent a megfelelő szállítójármű kiválasztása is. Összevonásnál ügyelni kell, hogy csak azok az alkatrészek vonhatók össze, melyek együtt szállíthatók. Mindezek figyelembevételével a szállítási költségfüggvény a következő alakot veszi fel:

$$K_{kj\mu\epsilon}^{AS} = k_{kj\mu\epsilon}^{AS} f_{kj}^{\mu} l'_{kj},$$

$$k_{kj\mu\epsilon}^{AS} = k_{kj\mu\epsilon}^{AS} (\bar{h}_{kj}^{\mu}),$$
(31)

ahol

$k_{kj\mu\epsilon}^{AS}$ a k -edik üzembe a j -edik beszállítótól az ϵ -edik járművel szállított μ -edik alkatrész egy raklapra vonatkoztatott szállítási költsége;

l'_{kj} a k -edik összeszerelő üzem és a j -edik beszállító közötti szállítópálya úthossza (az $\mathbf{L}'$ útmátrixból);

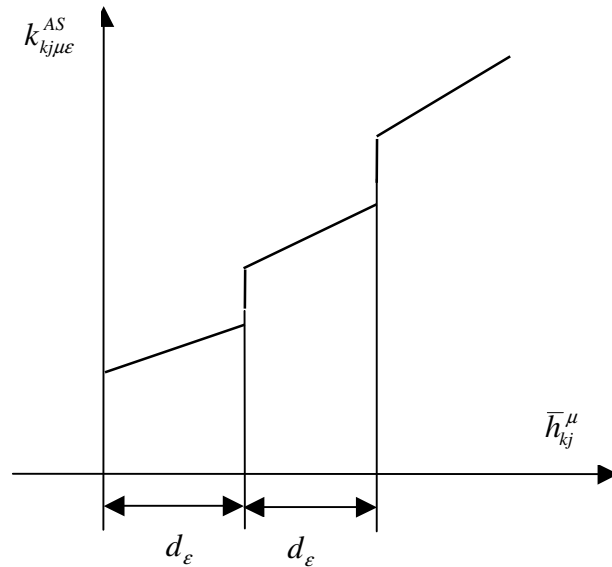
$\bar{h}_{kj}^{\mu}$ a k -edik összeszerelő üzembe a j -edik beszállítótól a μ -edik alkatrésszel együttesen egy ütemben átlagosan beszállított más alkatrész mennyisége, azaz

$$\bar{h}_{kj}^{\mu} = \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma \neq \mu}}^w e_{kj1}^{\sigma} \varphi_{kj}^{\sigma\mu} \quad (32)$$

$\varphi_{kj}^{\sigma\mu} = 1$, ha a k -edik összeszerelő üzembe a j -edik beszállítótól σ alkatrészt együtt szállítjuk a μ -edik alkatrésszel, 0 egyébként.

A korábbiak szerint

f_{kj}^{μ} a k -edik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól évente vásárolt μ -edik alkatrész mennyiségét jelöli.



5. ábra. A beszállítás fajlagos költsége a beszállítás egy ütemében beszállított más alkatrészek és a gépjárműfajta függvényében

Ez a költségfüggvény szigorúan monoton növekvő függvény, hiszen a szállítási költség monoton nő a szállítandó mennyiséggel. Emellett az alkatrészegységre jutó szállítási költség ugrásszerűen nő, ha a további termékek miatt újabb járművet kell bevonni a szállításba.

Termékek felhasználóhoz történő kiszállításának a költsége

A termékek kiszállítását az alkatrészek szállításához hasonló feltételek figyelembevételével oldjuk meg, így inhomogén szállítást tételezünk fel itt is.

$$\begin{aligned} K_{kiv\varepsilon}^{BS} &= k_{kiv\varepsilon}^{BS} c_{ki}^{\nu} l'_{ki}, \\ k_{kiv\varepsilon}^{BS} &= k_{kiv\varepsilon}^{BS} (\bar{g}_{ki}^{\nu}), \end{aligned} \quad (33)$$

ahol

$k_{kiv\varepsilon}^{BS}$ a k -edik üzemből az i -edik felhasználóhoz az ε -edik járművel kiszállított ν -edik termék fajlagos szállítási költsége;

$\bar{g}_{ki}^{\nu}$ a k -edik összeszerelő üzemből a ν -edik termékkel együtt az i -edik felhasználóhoz más termékkel együttesen egy ütemben kiszállított mennyiség:

$$\bar{g}_{ki}^{\nu} = \sum_{\substack{\tau=1 \\ \tau \neq \nu}}^m s_{ki}^{\tau} \psi_{ki}^{\tau\nu} \quad (34)$$

$\psi_{ki}^{\tau\nu} = 1$, ha a k -edik összeszerelő üzemből a ν -edik termékkel együtt kerül a τ -edik termék az i -edik felhasználóhoz egy ütemben kiszállításra, 0 egyébként.

c_{ki}^{ν} a k -edik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz a ν -edik termékből évente kiszállított mennyiséget jelöli (a korábbiak szerint).

Függvény ábrája hasonló lesz az 5. ábrához.

Egy év alatt az összes beszállított alkatrésznek a tárolási költsége

Az alkatrésztárakban az alkatrészek tárolása csak egy ütemig tart, ezért

$$K_{kj\mu}^{AR} = k_{kj\mu}^{AR} (e_{kj1}^{\mu}) T_{kj\mu}^{AR} e_{kj1}^{\mu}, \quad (35)$$

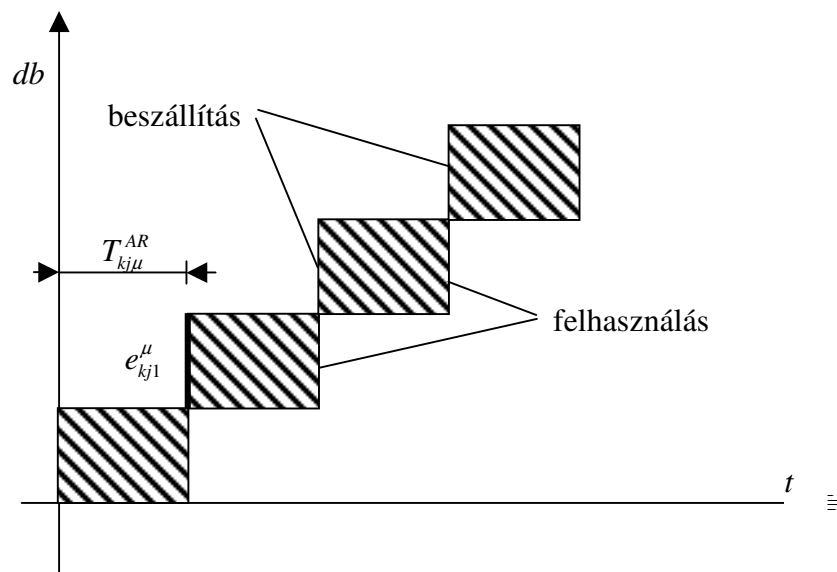
ahol

$k_{kj\mu}^{AR} \left[\frac{pénznem}{db \cdot nap} \right]$ a μ -edik alkatrészből a k -edik összeszerelő üzembe a j -edik beszállítótól egy ütemben beszállított egyetlen alkatrész napi tárolási költsége.

$T_{kj\mu}^{AR} = \text{entier} \left(\frac{365}{\eta_{kj}^{\mu}} \right)$ a beszállítás ütemideje (nap).

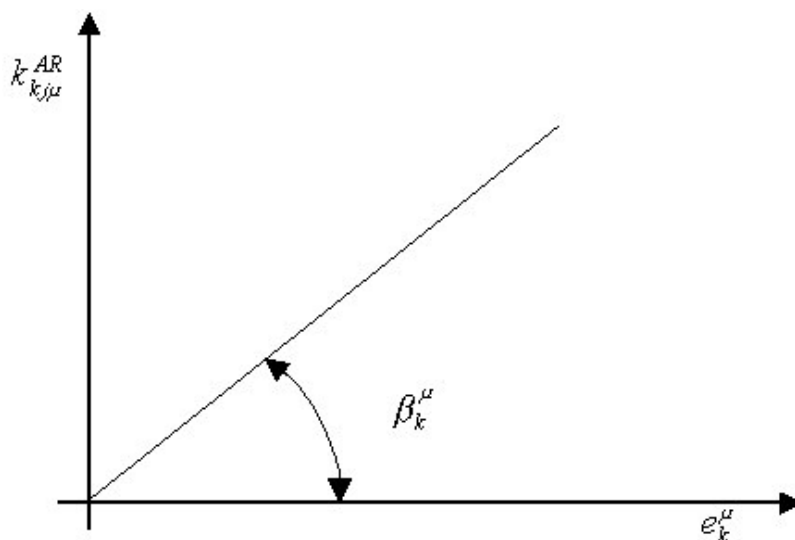
A korábbiak szerint

e_{kj1}^{μ} a k -edik összeszerelő üzemben a j -edik beszállítótól egy ütemben vásárolt és beszállított μ -edik alkatrész mennyiségét jelöli.



6. ábra. Az ütemenként beszállított mennyiség alakulása az idő függvényében

$K_{kj\mu}^{AR}$ vizsgálatához először nézzük meg, hogy $k_{kj\mu}^{AR}$ hogyan függ e_{kj1}^{μ} -től (azaz a napi tárolási költség hogyan függ a beszállított alkatrész mennyiségétől). Ez a költségfüggvény szigorúan monoton növekvő (lineáris) függvény, hiszen a tárolási költség tekinthető úgy, hogy a tárolandó mennyiségtől lineárisan függ. Az előző ábrán a tárolási költséget a sátrózott téglalapok jelzik. A fentiekből és a következő ábrából következik, hogy a tárolási költségek a beszállított mennyiségtől függően, (matematikailag) hasonló téglalapokkal ábrázolható. Ez azt jelenti, hogy a tárolási költség négyzetesen függ a beszállított mennyiségtől.



7. ábra. Az egy ütemben beszállított μ -edik alkatrész tárolási költsége a beszállított alkatrészek függvényében.

δ_k^μ több beszállító esetén az eltérő időpontban történő beszállítás közben a fajlagos tárolási költséget csökkentő tényező ($0 < \delta_k^\mu \leq 1$). Ekkor

$$k_{kj\mu}^{AR} = \delta_k^\mu e_{kj1}^\mu tg \beta_k^\mu \quad (36)$$

Jelölje

$$Q_{k\mu}^{AR} = tg \beta_k^\mu = \frac{K_{kj\mu}^{AR}}{e_{kj1}^\mu}. \quad (37)$$

Ekkor

$$k_{kj\mu}^{AR} = \delta_k^\mu Q_{k\mu}^{AR} e_{kj1}^\mu. \quad (38)$$

$$K_{kj\mu}^{AR} = \delta_k^\mu Q_{k\mu}^{AR} T_{kj\mu}^{AR} (e_{kj1}^\mu)^2. \quad (39)$$

A tárolás költsége – a fentiek szerint – tehát tényleg kvadratikusan függ az egy ütemben beszállított alkatrészek mennyiségétől.

Az összeszerelt termékek tárolási költsége (kiszállításánál)

A termékek tárolási költségében szereplő k_{kiv}^{BR} -t a $k_{kj\mu}^{AR}$ -hez hasonlóan határozhatjuk meg.

$$K_{kiv}^{BR} = k_{kiv}^{BR} (s_{ki}^v) T_{kiv}^{BR} s_{ki}^v \quad (40)$$

ahol

$k_{kiv}^{BR} \left[\frac{pénznem}{db \cdot nap} \right]$ a v -edik termék a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz egy ütemben kiszállítandó egyetlen termék napi tárolási költsége.

$T_{kiv}^{BR} = entier \left(\frac{365}{\vartheta_{ki}^v} \right)$ a beszállítás ütemideje.

ϑ_{ki}^v a beszállítás ütemszáma.

s_{ki1}^v a k -adik összeszerelő üzemből az i -edik felhasználóhoz egy ütemben kiszállított v -edik termék mennyisége (a korábbiak szerint).

A termékek tárolási költségére hasonló függvény rajzolható fel mint a 7. ábra. Itt a β_k^μ helyett az α_k^v szerepel. A termékek tárolási költségében szereplő k_{kiv}^{BR} -t a $k_{kj\mu}^{AR}$ -hez hasonlóan határozhatjuk meg:

Jelölje

$$O_{kv}^{AR} = tg \alpha_k^v. \quad (41)$$

Ekkor

$$k_{ki\nu}^{BR} = \lambda_k^\nu O_{k\nu}^{BR} s_{ki}^\nu. \quad (42)$$

$$K_{ki\nu}^{BR} = \lambda_k^\nu O_{k\nu}^{BR} (s_{ki}^\nu)^2 \quad (43)$$

λ_k^ν több felhasználóhoz történő kiszállítás esetén a ν -edik termék eltérő időpontokban való kiszállításánál a tárolási költségeket csökkentő tényező ($0 < \lambda_k^\nu \leq 1$).

A szerelési költség

A telepítés tervezésekor még kevés információ áll rendelkezésre ezért az értekezés nem tartalmazza a szerelésprogramozást. A szerelés ütemezésének egy részletes matematikai modellje megtalálható [B74]-ben, melyben található módszer a későbbiekben a megadott telepítési változathoz adhat egy optimális szerelésprogramozást. Az ott szereplő költségek helyett most csak az alábbiak szerint vesszük figyelembe a szerelés költségét a célfüggvényben:

$$K_{k\nu}^M = k_{k\nu}^M \sum_{i=1}^{p_0} c_{ki}^\nu x_{ki}^\nu. \quad (44)$$

$k_{k\nu}^M$ k -adik összeszerelő üzemben a ν -edik termék egy darabjának a szerelési költsége.

Telepítési költség

$$K_k^T = K_{k0}^T + \xi_k \sum_{\nu=1}^m k_{0\nu} c_k^\nu \quad (45)$$

K_{k0}^T a telepítés állandó költségének egy évre jutó része a k -adik összeszerelő üzemben;

$k_{0\nu}$ a ν -edik termék egységára;

ξ_k a beépített termelő-kapacitás évi értékének a telepítési költsége.

5.4.2. A célfüggvény költségfüggvény komponensei

A célfüggvény-komponenseket az egyes költségfüggvény-elemek összegeként állítjuk elő. A komponensek összegeként áll elő a (29) célfüggvény.

$$K_V = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{\mu=1}^w K_{kj\mu}^V y_{kj}^\mu,$$

$$K_{AS} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{\mu=1}^w K_{kj\mu}^{AS} y_{kj}^\mu,$$

$$\begin{aligned}
K_{BS} &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{p_0} \sum_{\mu=1}^w K_{kiv\epsilon}^{BS} x_{ki}^v, \\
K_{AR} &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{\mu=1}^w K_{kj\mu}^{AR} y_{kj}^\mu, \\
K_{BR} &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{p_0} \sum_{v=1}^m K_{kiv}^{BR} x_{ki}^v, \\
K_M &= \sum_{k=1}^n \sum_{v=1}^m K_{kv}^M, \\
K_T &= \sum_{k=1}^n K_k^T.
\end{aligned} \tag{46}$$

Az alábbi összefüggések mutatják, hogy az egyes komponensek mely optimalizálandó mátrixtól és paramétertől függenek:

$$\begin{aligned}
K_V &= K_V(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{Y}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_{AS} &= K_{AS}(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{Y}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_{BS} &= K_{BS}(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_{AR} &= K_{AR}(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{Y}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_{BR} &= K_{BR}(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_M &= K_M(\mathbf{\Omega}; \mathbf{X}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n) \\
K_T &= K_T(\mathbf{\Omega}; \mathbf{N}; \mathbf{G}; n)
\end{aligned} \tag{47}$$

5.5. A korlátozó feltételek

Ebben a részben a modellhez kapcsolódó korlátozó feltételeket határozzuk meg.

Először megadjuk a felhasználók által igényelt termékekbe beépülő összes alkatrész mennyiségét. Jelölje

$$\mathbf{D} = [d_{i\mu}]_{p_0 \times w} \tag{48}$$

$d_{i\mu}$ az i -edik felhasználó által igényelt termékekbe beépült μ -edik alkatrész mennyiségét.

A $\mathbf{D}$ mátrixot az alábbi két mátrix szorzataként állíthatjuk elő:

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A}. \tag{49}$$

Jelölje

$$\mathbf{P}^v = [p_{k\mu}^v]_{n \times w} \tag{50}$$

azt a mátrixot, mely az összeszerelő üzem felhasználóktól függő alkatrészigényét adja meg. Feltételezve, hogy egy felhasználó egy termékfajtát egyetlen összeszerelő-üzemből szállít, ezért a következő mátrixot adhatjuk meg:

$$p_{k\mu}^v = \sum_{i=1}^{p_0} x_{ki}^v \left(\sum_{\nu=1}^m q_{i\nu} a_{\nu\mu} \right) \quad (k = 1, K, n; \mu = 1, K, w). \quad (51)$$

ahol $p_{k\mu}^v$ az k -adik üzemnek a ν -edik termék gyártásához szükséges összes μ -edik alkatrészigénye.

Mátrixaritmetikai jelöléssel a következő alakot veszi fel

$$\mathbf{P}^v = \mathbf{P}^v(\mathbf{X}^v) = \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{D}, \quad (52)$$

Az összes termék alkatrészigénye:

$$\mathbf{P} = \sum_{v=1}^m \mathbf{P}^v \quad (53)$$

A felhasználókra vonatkozó korlátozások²

Mint az a probléma megfogalmazásánál szerepelt egy felhasználó csak egy üzemből kaphat egyfajta terméket. Ezt az alábbi egyenlőséggel írhatjuk le:

$$\mathbf{1}^* \cdot \mathbf{X}^v = \mathbf{1}^*. \quad (54)$$

A beszállítókra vonatkozó korlátozások

Minden összeszerelő üzem csak egyetlen beszállítótól kaphat egyfajta alkatrészt:

$$\mathbf{Y}^\mu \cdot \mathbf{1} = \mathbf{1}. \quad (55)$$

Jelölje

$$\mathbf{F} = [f_{k\mu}]_{n \times w}, \quad (56)$$

² A szakirodalomban eltérő módon jelölik a transzponálás műveletét. Az egyik szokásos jelölés a felső indexben szereplő $*$ jel. Én az értekezésben ezt a jelölést fogom alkalmazni, mert a felső indexben szereplő betűk jelentéssel rendelkeznek. Értelmszerűen az $\mathbf{a}^*$ jelölés egy sorvektort jelent. Az $\mathbf{1}^*$ vektor a csupa 1 komponensből álló vektort jelöli. Ezzel a vektorral egyszerűbben és áttekinthetőbben írható le egy összegzés.

ahol $f_{k\mu}$ a k -adik üzembe a hozzárendelt beszállítóktól beszállított μ -edik alkatrész mennyiségét jelenti.

Ekkor

$$f_{k\mu} = y_{kj}^{\mu} b_{j\mu} \quad (k = 1, K, n; \mu = 1, K, w). \quad (57)$$

Bevezetve a mátrixaritmetikai jelölést

$$\mathbf{F} = \mathbf{Y}^{\mu} \cdot \mathbf{B}. \quad (58)$$

Az üzemek, a felhasználók és a beszállítók együttes feltétele

A termelés zavartalansága miatt nyilvánvaló, hogy a beszállítóknak legalább annyi alkatrészmennyiséget kell tudni szállítani, mint amennyi az összeszerelő üzem igénye:

$$\sum_{j=1}^{i_0} y_{kj}^{\mu} b_{j\mu} \geq \sum_{v=1}^m p_{kv}^v = \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^{p_0} x_{ki}^v d_{iv}; (k = 1, K, n; \mu = 1, K, w), \quad (59)$$

azaz

$$\mathbf{F} \geq \mathbf{P} \quad (60)$$

A (57) figyelembevételével kifejezhetjük az (59) egyenlőtlenséget:

$$\mathbf{Y}^{\mu} \cdot \mathbf{B} \geq \sum_{v=1}^m \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A}. \quad (61)$$

Átalakítva az egyenlőtlenségrendszer kapjuk

$$\sum_{v=1}^m \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{Y}^{\mu} \cdot \mathbf{B} \leq \mathbf{0}. \quad (62)$$

Az egyes összeszerelő üzemekből kiszállítandó termékek száma nem haladhatja meg a gyártókapacitást. Az

$$\mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \quad (63)$$

mátrix jelenti, hogy az egyes összeszerelő üzemek mekkora mennyiséget szállítanak az egyes felhasználókhoz. Ez a mátrix nem lehet nagyobb a $\mathbf{C}_H^v$ kapacitásmátrixnál:

$$\mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{1} \leq \mathbf{C}_H^v \quad (64)$$

Ugyanakkor az egyes összeszerelő üzemeknek minimálisan legalább annyi terméket kell legyártania, amennyi a minimális gyártási kapacitás³:

$$\mathbf{e}_k^* \cdot \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{1} \geq c^v \quad (65)$$

³ Az $\mathbf{e}_k^*$ jelentése: a k -adik egység-sorvektor

A felhasználók és beszállítók hozzárendelési programozási feladata mátrixaritmetikai alakban:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}^\nu &\geq \mathbf{0} \\
\mathbf{Y}^\mu &\geq \mathbf{0} \\
\mathbf{1}^* \cdot \mathbf{X}^\nu &= \mathbf{1}^* \\
\mathbf{Y}^\mu \cdot \mathbf{1} &= \mathbf{1} \\
\mathbf{X}^\nu \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{1} &\leq \mathbf{C}_H^\nu \\
\mathbf{e}_k^* \cdot \mathbf{X}^\nu \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{1} &\geq c^\nu \\
\sum_{\nu=1}^m \mathbf{X}^\nu \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{Y}^\mu \cdot \mathbf{B} &\leq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{66}$$

Kifejtve a mátrixokat kapjuk

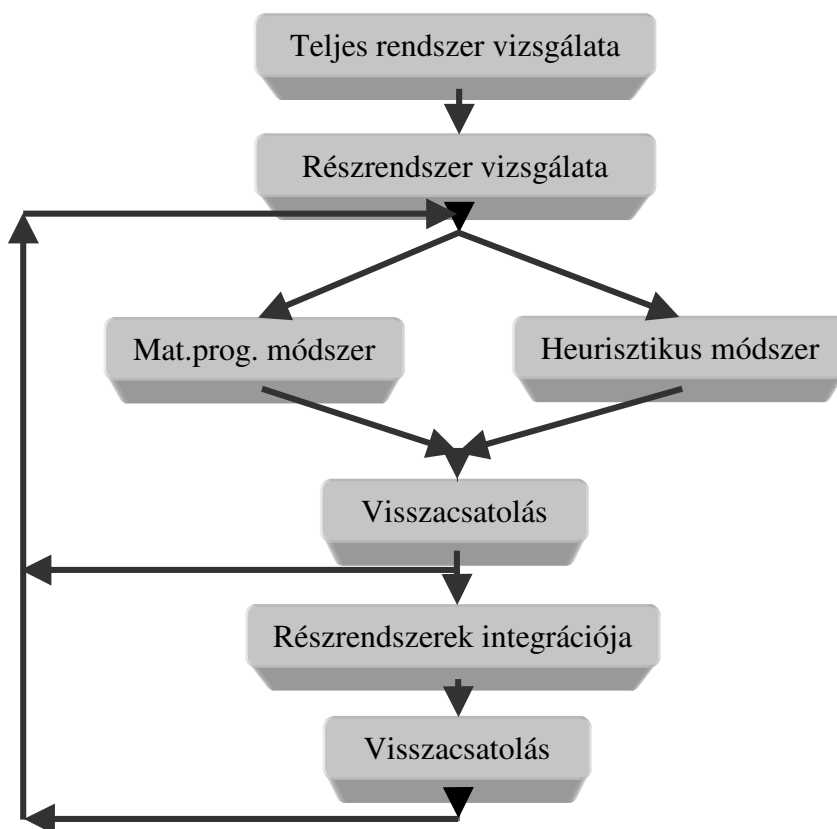
$$\begin{aligned}
x_{ki}^\nu &\geq 0; \quad x_{ki}^\nu = \text{int} \quad (k = 1, K, n; i = 1, K, p_0; \nu = 1, K, m) \\
y_{kj}^\mu &\geq 0; \quad y_{kj}^\mu = \text{int} \quad (k = 1, K, n; j = 1, K, r_0; \mu = 1, K, w) \\
\sum_{k=1}^n x_{ki}^\nu &= 1; \quad (i = 1, K, p_0; \nu = 1, K, m) \\
\sum_{j=1}^{r_0} y_{kj}^\mu &= 1; \quad (k = 1, K, n; \mu = 1, K, w) \\
\sum_{i=1}^{p_0} x_{ki}^\nu q_{i\nu} &\leq c_k^\nu; \quad (k = 1, K, n) \\
\sum_{i=1}^{p_0} x_{ki}^\nu q_{i\mu} &\geq c^\nu; \quad (k = 1, K, n) \\
-\sum_{\nu=1}^m \sum_{i=1}^{p_0} x_{ki}^\nu d_{i\nu} + \sum_{j=1}^{r_0} y_{kj}^\mu b_{j\mu} &\geq 0; \quad (k = 1, K, n; \mu = 1, K, w)
\end{aligned} \tag{67}$$

A 8. ábra egy olyan feladat modelljét adja meg, melyben három – már rögzített telephelyű – összeszerelő üzemhez 4 felhasználót és két beszállítót szeretnénk hozzárendelni egyetlen termék gyártása esetén, abban az esetben amikor két alkatrész épül be az adott termékbe. Az ábra a (67) feladatot részletesen kifejtve erre a konkrét esetre mutatja be. Az ábrán jól látható, hogy a probléma már egészen kicsi feladat esetén is rendkívül nagy méretű együttható mátrixot ad.

$X_{11},$	$X_{12},$	$X_{13},$	$X_{14},$	$X_{21},$	$X_{22},$	$X_{23},$	$X_{24},$	$X_{31},$	$X_{32},$	$X_{33},$	$X_{34},$	$y_{11}^1,$	$y_{12}^1,$	$y_{13}^1,$	$y_{14}^1,$	$y_{15}^1,$	$y_{16}^1,$	$y_{17}^1,$	$y_{18}^1,$	$y_{19}^1,$	$y_{20}^1,$	$y_{21}^1,$	$y_{22}^1,$	$y_{23}^1,$	$y_{24}^1,$	$y_{25}^1,$	$y_{26}^1,$	$y_{27}^1,$	$y_{28}^1,$	$y_{29}^1,$	$y_{30}^1,$	$y_{31}^1,$	$y_{32}^1,$	$y_{33}^1,$	$y_{34}^1,$	$y_{35}^1,$	$y_{36}^1,$	$y_{37}^1,$	$y_{38}^1,$	$y_{39}^1,$	$y_{40}^1,$	$y_{41}^1,$	$y_{42}^1,$	$y_{43}^1,$	$y_{44}^1,$	$y_{45}^1,$	$y_{46}^1,$	$y_{47}^1,$	$y_{48}^1,$	$y_{49}^1,$	$y_{50}^1,$	$y_{51}^1,$	$y_{52}^1,$	$y_{53}^1,$	$y_{54}^1,$	$y_{55}^1,$	$y_{56}^1,$	$y_{57}^1,$	$y_{58}^1,$	$y_{59}^1,$	$y_{60}^1,$	$y_{61}^1,$	$y_{62}^1,$	$y_{63}^1,$	$y_{64}^1,$	$y_{65}^1,$	$y_{66}^1,$	$y_{67}^1,$	$y_{68}^1,$	$y_{69}^1,$	$y_{70}^1,$	$y_{71}^1,$	$y_{72}^1,$	$y_{73}^1,$	$y_{74}^1,$	$y_{75}^1,$	$y_{76}^1,$	$y_{77}^1,$	$y_{78}^1,$	$y_{79}^1,$	$y_{80}^1,$	$y_{81}^1,$	$y_{82}^1,$	$y_{83}^1,$	$y_{84}^1,$	$y_{85}^1,$	$y_{86}^1,$	$y_{87}^1,$	$y_{88}^1,$	$y_{89}^1,$	$y_{90}^1,$	$y_{91}^1,$	$y_{92}^1,$	$y_{93}^1,$	$y_{94}^1,$	$y_{95}^1,$	$y_{96}^1,$	$y_{97}^1,$	$y_{98}^1,$	$y_{99}^1,$	$y_{100}^1,$	$y_{101}^1,$	$y_{102}^1,$	$y_{103}^1,$	$y_{104}^1,$	$y_{105}^1,$	$y_{106}^1,$	$y_{107}^1,$	$y_{108}^1,$	$y_{109}^1,$	$y_{110}^1,$	$y_{111}^1,$	$y_{112}^1,$	$y_{113}^1,$	$y_{114}^1,$	$y_{115}^1,$	$y_{116}^1,$	$y_{117}^1,$	$y_{118}^1,$	$y_{119}^1,$	$y_{120}^1,$	$y_{121}^1,$	$y_{122}^1,$	$y_{123}^1,$	$y_{124}^1,$	$y_{125}^1,$	$y_{126}^1,$	$y_{127}^1,$	$y_{128}^1,$	$y_{129}^1,$	$y_{130}^1,$	$y_{131}^1,$	$y_{132}^1,$	$y_{133}^1,$	$y_{134}^1,$	$y_{135}^1,$	$y_{136}^1,$	$y_{137}^1,$	$y_{138}^1,$	$y_{139}^1,$	$y_{140}^1,$	$y_{141}^1,$	$y_{142}^1,$	$y_{143}^1,$	$y_{144}^1,$	$y_{145}^1,$	$y_{146}^1,$	$y_{147}^1,$	$y_{148}^1,$	$y_{149}^1,$	$y_{150}^1,$	$y_{151}^1,$	$y_{152}^1,$	$y_{153}^1,$	$y_{154}^1,$	$y_{155}^1,$	$y_{156}^1,$	$y_{157}^1,$	$y_{158}^1,$	$y_{159}^1,$	$y_{160}^1,$	$y_{161}^1,$	$y_{162}^1,$	$y_{163}^1,$	$y_{164}^1,$	$y_{165}^1,$	$y_{166}^1,$	$y_{167}^1,$	$y_{168}^1,$	$y_{169}^1,$	$y_{170}^1,$	$y_{171}^1,$	$y_{172}^1,$	$y_{173}^1,$	$y_{174}^1,$	$y_{175}^1,$	$y_{176}^1,$	$y_{177}^1,$	$y_{178}^1,$	$y_{179}^1,$	$y_{180}^1,$	$y_{181}^1,$	$y_{182}^1,$	$y_{183}^1,$	$y_{184}^1,$	$y_{185}^1,$	$y_{186}^1,$	$y_{187}^1,$	$y_{188}^1,$	$y_{189}^1,$	$y_{190}^1,$	$y_{191}^1,$	$y_{192}^1,$	$y_{193}^1,$	$y_{194}^1,$	$y_{195}^1,$	$y_{196}^1,$	$y_{197}^1,$	$y_{198}^1,$	$y_{199}^1,$	$y_{200}^1,$	$y_{201}^1,$	$y_{202}^1,$	$y_{203}^1,$	$y_{204}^1,$	$y_{205}^1,$	$y_{206}^1,$	$y_{207}^1,$	$y_{208}^1,$	$y_{209}^1,$	$y_{210}^1,$	$y_{211}^1,$	$y_{212}^1,$	$y_{213}^1,$	$y_{214}^1,$	$y_{215}^1,$	$y_{216}^1,$	$y_{217}^1,$	$y_{218}^1,$	$y_{219}^1,$	$y_{220}^1,$	$y_{221}^1,$	$y_{222}^1,$	$y_{223}^1,$	$y_{224}^1,$	$y_{225}^1,$	$y_{226}^1,$	$y_{227}^1,$	$y_{228}^1,$	$y_{229}^1,$	$y_{230}^1,$	$y_{231}^1,$	$y_{232}^1,$	$y_{233}^1,$	$y_{234}^1,$	$y_{235}^1,$	$y_{236}^1,$	$y_{237}^1,$	$y_{238}^1,$	$y_{239}^1,$	$y_{240}^1,$	$y_{241}^1,$	$y_{242}^1,$	$y_{243}^1,$	$y_{244}^1,$	$y_{245}^1,$	$y_{246}^1,$	$y_{247}^1,$	$y_{248}^1,$	$y_{249}^1,$	$y_{250}^1,$	$y_{251}^1,$	$y_{252}^1,$	$y_{253}^1,$	$y_{254}^1,$	$y_{255}^1,$	$y_{256}^1,$	$y_{257}^1,$	$y_{258}^1,$	$y_{259}^1,$	$y_{260}^1,$	$y_{261}^1,$	y
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	-----

6. A matematikai modell megoldására szolgáló algoritmus

A matematikai modell megoldására szolgáló módszer kidolgozása előtt elsőként megvizsgáltam, hogy milyen főbb lépéseket kell végrehajtani. A vizsgálat eredményeként egy visszacsatolós megoldási módszert dolgoztam ki:

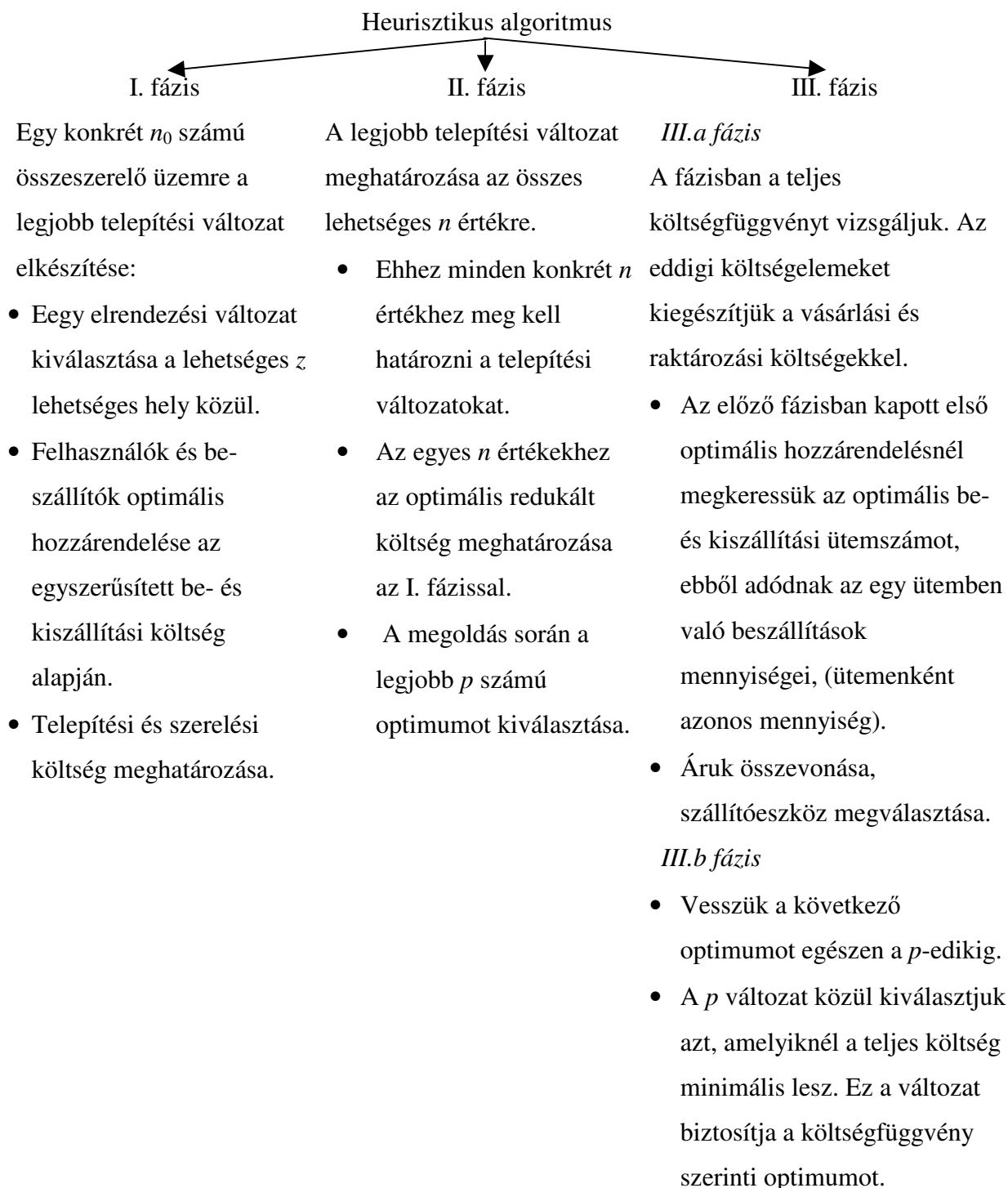


9. ábra. A probléma megoldási módszerének vázlata

Az 5. fejezetben megadott matematikai modellt hagyományos programozási eszközökkel is megvizsgáltam (lásd 6.2. fejezetben az MP modellt). A feladat együttható mátrixának a mérete rendkívül nagy lesz és a futási idő is jelentős lesz. Ez vetette fel, hogy más módon közelítsük meg ezt a problémát. A probléma megoldásához egy heurisztikus algoritmust készítettem.

6.1. A heurisztikus algoritmus

A következő táblázatban vázlatosan összefoglaltam a heurisztikus algoritmus fázisait.



1. táblázat. Az algoritmus fázisai

Az első két fázis – bár ugyanazt a célfüggvényt használják – megbontását az indokolta, hogy az I. fázisra több megoldási lehetőség is kínálkozik, így célszerű külön fázisként kezelni. Az értekezésben két megoldást ismertetek erre a fázisra, az első módszert teljes részletességében. Az I. és II. fázisban az egyszerűsített költségfüggvény optimalizálására kerül sor. A III. fázisban már a teljes költségfüggvény szerepel és ennek használatával kerül kiválasztásra a legjobb telepítési változat.

6.1.1. Az I. és II. fázis részletes ismertetése

A probléma legösszetettebb részét képezi az első és második fázis. E kettő közül is a probléma kulcsát az I. fázis megoldása adja. Az egyszerűbb számítás érdekében a heurisztikus algoritmus első két fázisában a célfüggvényben nem vesszük figyelembe a vásárlási és tárolási költségeket. Ezekről a költségektől nem függ a fázisok algoritmus.

$$K_V = 0, K_{AR} = 0, K_{BR} = 0. \quad (68)$$

A be- és kiszállítási költségénél további egyszerűsítéssel élünk: az ütemszámtól függő költségkomponenst a hozzárendelési algoritmus célfüggvényéből elhagyjuk, azaz

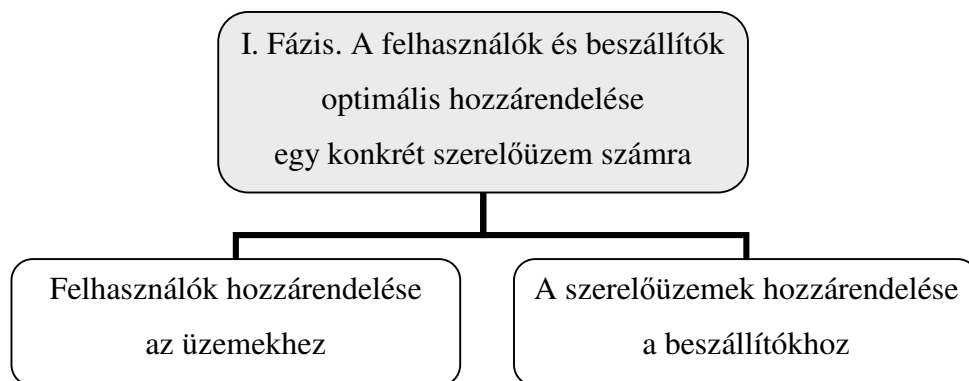
$$k_{kj\mu}^{AS} = k_{kj\mu}^{AS}(\bar{h}_{kj}^{\mu}) = k_{kj}^{AS}, \quad (69)$$

illetve

$$k_{ki\nu}^{BS} = k_{ki\nu}^{BS}(\bar{g}_{ki}^{\nu}) = k_{ki}^{BS}. \quad (70)$$

Ez azt jelenti, hogy most a szállításoknál évente egy ütemet tételezünk fel.

A heurisztikus algoritmus I. fázisát a második fázis beágyazva tartalmazza. Az algoritmus első fázisa további két részre bomlik:



10. ábra. Az algoritmus első fázisa

Ez a két algoritmus felépítése majdnem teljesen azonos (a termékek helyett alkatrészeket kell venni, a felhasználók helyett a második algoritmusban összeszerelő üzemeket kell tekinteni és az első algoritmus összeszerelő üzei helyére a beszállítókat kell helyettesíteni), így elegendő csak az elsőt ismertetni.

Az optimális telepítés algoritmusát öt fő lépésből épül fel:

1. lépés: Egy induló rendszer megadása ($n_0 = M$ értékkel). (II. fázis.)
2. lépés: Egy kezdeti elrendezés megadása (rögzített n_0 értékkel). (II. fázis.)
3. lépés: A felhasználók és beszállítók optimális hozzárendelése az adott elrendezéshez. (I. fázis.)
4. lépés: Rögzített n_0 érték mellett további elrendezések megadása. A legkisebb költségű telepítést kiválasztva hozzárendeljük az adott n_0 értékhez. (I. fázis.)
5. lépés: A lehetséges intervallumon végigfuttatva az n értékeket további elrendezések és hozzárendelések előállítására. Az egyes értékekhez hozzárendelt telepítések közül kiválasztjuk a legkisebb költségű telepítést. Ez lesz a feladat kvázioptimális megoldása. (II. fázis.)

1. lépés: az induló rendszer megadása

A heurisztikus algoritmus első lépése egy lehetséges megoldás elkészítése lesz. Itt nem feltétlenül törekszünk az optimális megoldás előállítására, a célunk csak az, hogy egy induló lehetőség álljon a rendelkezésünkre

MC_k összeszerelő üzemek kezdeti számának a meghatározása

Jelölje

$$Q_R = \sum_{v=1}^m r_v \sum_{i=1}^{p_0} q_{iv} . \quad (71)$$

és

$$C_A = \sum_{v=1}^m r_v c^v . \quad (72)$$

ahol

$$\mathbf{r} = [r_1, \quad K \quad , r_m]^* . \quad (73)$$

egy súlyvektor.

Ekkor a termelés során az összeszerelő üzemek számára fenn kell, hogy álljon

$$n \leq \frac{Q_R}{C_A}. \quad (74)$$

Természetesen n értéke nem haladhatja meg a lehetséges telephelyek számát. Jelölje

$$N = \min \left\{ \text{entier} \left(\frac{Q_R}{C_A} \right), z \right\}. \quad (75)$$

Ekkor

$$n \leq N. \quad (76)$$

Az összeszerelő üzemek legkisebb értékét is hasonlóan meg tudjuk határozni. Válasszuk ki a lehetséges telepítési helyek közül azt, amelyikhez a legnagyobb gyártási kapacitás tartozik termékenként. Legyen ez $c_{\chi_v}^v$.

Jelölje

$$C_F = \sum_{v=1}^m r_v c_{\chi_v}^v. \quad (77)$$

Ekkor fennáll

$$n \geq \frac{Q_R}{C_F}, \quad (78)$$

Jelölje

$$M = \text{entier} \left(\frac{Q_R}{C_F} \right) + 1. \quad (79)$$

Definíció

Lehetséges intervallumnak nevezzük a természetes számok halmazának

$$[M, N] \quad (80)$$

részalmazát.

Válasszuk elsőként az intervallum legkisebb n értékét és jelöljük n_0 -al:

$$n_0 = M. \quad (81)$$

Ezzel megadtuk az összeszerelő üzemek kezdeti számát.

2. lépés: egy kezdeti elrendezés megadása

A lépés ismétlődő végrehajtása során elő kell állítanunk az összes lehetséges telepítési elrendezést. Ez azt jelenti, hogy minden lehetséges helyre letelepítjük az n_0 összeszerelő üzemet. Ez

$$\begin{pmatrix} z \\ n_0 \end{pmatrix} \quad (82)$$

esetet jelent. Általában ez

$$\begin{pmatrix} z \\ M \end{pmatrix} + K + \begin{pmatrix} z \\ n_0 \end{pmatrix} + K + \begin{pmatrix} z \\ N \end{pmatrix} \quad (83)$$

eset átvizsgálását igényli. Ez a teljes problémára – amennyiben a lehetséges intervallum $[1; z]$, akkor –

$$\begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix} + K + \begin{pmatrix} z \\ n_0 \end{pmatrix} + K + \begin{pmatrix} z \\ z \end{pmatrix} = 2^z \quad (84)$$

exponenciális lépésszámot jelent. Azonban $z \approx 17$ lehetséges telepítési helyig a polinomiális megoldások nem feltétlenül adnak jobb lépésszámot. $z > 17$ esetén vizsgálat dönti el, hogy meddig érdemes az összes esetet megvizsgálni. Nem túl nagy $N - M$ értékre tehát az összes esetet megvizsgáljuk, a nagy értékre pedig használhatjuk a genetikus algoritmusokat.

Megjegyzés: A fenti $z = 17$ értéket a feladat futtatása során kaptam. Ez az érték azonban nem általánosítható minden problémára [B2].

Ebben a lépésben előállítunk egy $\overline{\Omega}$ telepítési változat mátrixot.

6.1.2. Az algoritmus I. fázisa

3. lépés: egy adott telepítési változathoz a beszállítók és felhasználók optimális hozzárendelése

Jelölje a rögzített lehetséges telepítést $\overline{\Omega}$. Ekkor (18) és (19) szerint előállíthatjuk az L' mátrixot. A hozzárendelést a beszállítóknak és felhasználóknak az összeszerelő üzemtől való távolsága alapján határozzuk meg. Egy adott $\overline{\Omega}$ elrendezési változathoz megkeresendő a

- beszállítóknak (Y mátrix) és
- felhasználóknak (X mátrix)

az egyes MC_k -khoz ($k = 1, \dots, n_0$) való optimális hozzárendelése. Ekkor már rögzítettnek tekinthetjük mind az n_0 összeszerelő üzem számot, mind az egyes összeszerelő üzemek elrendezését. Így az optimalizálandó mátrixok mérete egyértelműen meghatározható. Az algoritmusnál kihasználhatjuk, hogy a felhasználóknak az összeszerelő üzemekhez való hozzárendelésének ugyanaz a feltétele (54), mint az összeszerelő üzemeknek a beszállítókhöz rendelésének a feltétele (55). A hozzárendelést termékenként külön-külön végezzük el.

Ellenőrzés

Az első lépésben ellenőrizni kell, hogy a felhasználók összes igénye nem haladja-e meg a rendelkezésre álló összeszerelő üzemek összes kapacitását (melyet az üzemek maximális gyártási kapacitásából határozzunk meg termékenként). Ha meghaladja, akkor az n_0 számhoz és elrendezéshez nem létezik lehetséges telepítés és így optimális telepítés sem.

Egy kezdeti elrendezés elkészítése

Rendezzük szállítási költség szerint sorrendbe a felhasználókat az egyes összeszerelő üzemek függvényében a (31) költségmátrix alapján a vezérterméknek választott rögzített v . termékre. Rendeljük hozzá növekvő sorrendben az egyes felhasználókat a legkisebb MC_k -hoz a kapacitások figyelembevétele nélkül. Ha sikerült az összes felhasználót hozzárendelnünk valamelyik összeszerelő üzemhez úgy, hogy az összeszerelő üzemek kapacitáskorlátjai nem sérülnek, akkor a további lépések kihagyhatók.

Az összeszerelő üzemek felső korlát igényeinek kielégítése

1. Ezután megvizsgáljuk, hogy vannak-e olyan összeszerelő üzemek, ahol a felhasználók összes igénye meghaladja az összeszerelő üzem termelési kapacitását. Ha van ilyen, akkor válasszuk ki azt az összeszerelő üzemet, amelyiknél legnagyobb az eltérés a kapacitás és az igény között. Legyen ez MC_k .
2. Ezután keressük meg az üzemnek azt az F_{ki} felhasználóját amelynek egy másik összeszerelő üzemhez történő hozzárendelése a legkisebb költségnövekedéssel jár és az összeszerelő üzemnek van annyi szabad kapacitása, mint az F_{ki} igénye. Legyen ez MC_l .
3. Rendeljük hozzá F_{ki} -t. ($F_{ki} \rightarrow MC_l$ jelenti a felhasználó összeszerelő üzemhez rendelését.)
4. Folytassuk ezt az eljárást a 2. ponttól ismét, egészen addig, míg az összes összeszerelő üzem szabadkapacitása negatív nem lesz.

Egy lehetséges megoldás előállítás. Az összeszerelő üzemek minimális szerelési kapacitásigényeinek kielégítése

Az előző lépések még nem biztosítják, hogy lehetséges megoldást kapunk. Tekintsük az alábbi példát.

Legyen MC_1 , MC_2 összeszerelő üzemek maximális kapacitása 300 termék. Mindkettő minimális kapacitása 100 termék. Az F_{11} , F_{12} , F_{13} igénye 100-100 termék. A hozzárendelés

költségének arányát a távolságok jelzik. Az alsó korlát figyelembevétele nélkül az optimális telepítés a 11. ábra szerint történik.



11. ábra. A felső korlát szerinti telepítés

Az alsó kapacitáskorlát figyelembevételével a telepítés a 12. ábra szerint alakul.



12. ábra. Az alsó korlát figyelembevétele

A megoldás lépései

1. Keressük meg az első olyan összeszerelő üzemet, melynek kapacitása nem éri el a minimumot (c^v -t). Legyen ez MC_k .
2. Keressük meg azt a felhasználót, melynek áthelyezése nem sérti meg az összeszerelő üzemének a feltételét és a legkisebb költségnövekedéssel jár (F_{ji}).
3. Helyezzük át ezt az elemet MC_k -hoz ($F_{ji} \rightarrow MC_k$).
4. Folytassuk az algoritmust a 1. lépéstől egészen addig, míg találunk olyan felhasználót, aki megfelel a 2. feltételnek.

Ha nem sikerült minden igényt kielégíteni, akkor ez az elrendezés nem rendelkezik lehetséges megoldással.

Állítás: A fenti algoritmus biztos, hogy véges lépésszám alatt véget ér.

Bizonyítás: A módszer végességét az biztosítja, hogy a költségértékek csak abban az esetben nem változnak, amikor egy felhasználót két összeszerelő üzemhez is ugyanolyan költséggel telepíthetünk (degeneráció). De ebben az esetben is a két összeszerelő üzem sorrendje kötött

(a rendezés miatt) és így visszalépés egy előző esetre nem történhet meg. Az esetek száma azonban véges és mivel kétszer egy eset nem fordulhat elő, ezért az algoritmus véget ér. //

Az I. fázis algoritmusát kétféleképpen érhet véget. Maradt olyan összeszerelő üzem, melynek nem sikerült a szabad kapacitását nem negatívra változtatni. Ilyen eset lehet akkor is, amikor a felhasználók összes igénye nem haladja meg a gyártási kapacitást. Példaként tekintsük a következő esetet: adott két összeszerelő üzem: MC_1 100 gyártási kapacitással és MC_2 300 kapacitással. Legyen két felhasználó, az F_1 , az igénye 200 termék, a másik összeszerelő üzemé szintén 200 termék. Ekkor az összes igény 400 termék és az összes gyártási kapacitás is 400 termék. A hozzárendelés a feltételek miatt mégsem oldható meg. Az ilyen eseteket az optimum-kiválasztásnál kihagyjuk. Amennyiben sikeres volt a hozzárendelés, akkor előállítjuk az X^V hozzárendelési mátrixot.

A kapott elrendezés javítása

A fenti lépés egy elég jó lehetséges megoldást – sőt gyakran optimális megoldást is – ad. Azonban bizonyos esetekben eltérhet az optimumtól. Az alábbi példa egy ilyen esetet mutat:

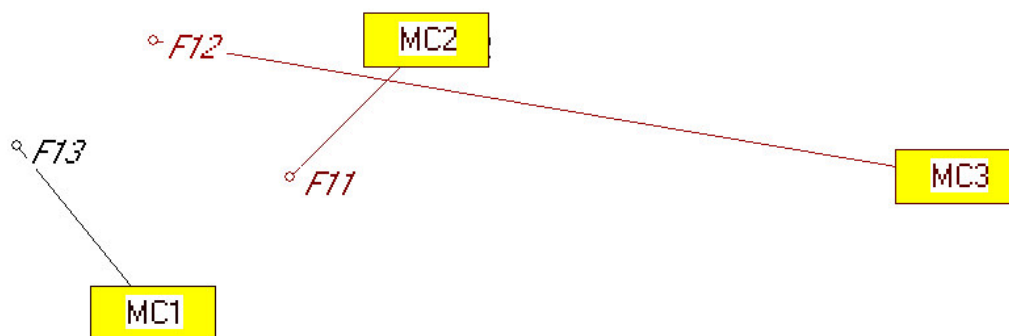
	F_{11}	F_{12}	F_{13}
MC_1	5	6	5
MC_2	4	7	10
MC_3	10	14	17

1. Táblázat. Költségelemek

Az algoritmus szerint a hozzárendelés a következőképpen történik:

	F_{11}	F_{12}	F_{13}
MC_1	5	6	5
MC_2	4	7	10
MC_3	10	14	17

2. Táblázat. Az algoritmus első lépése



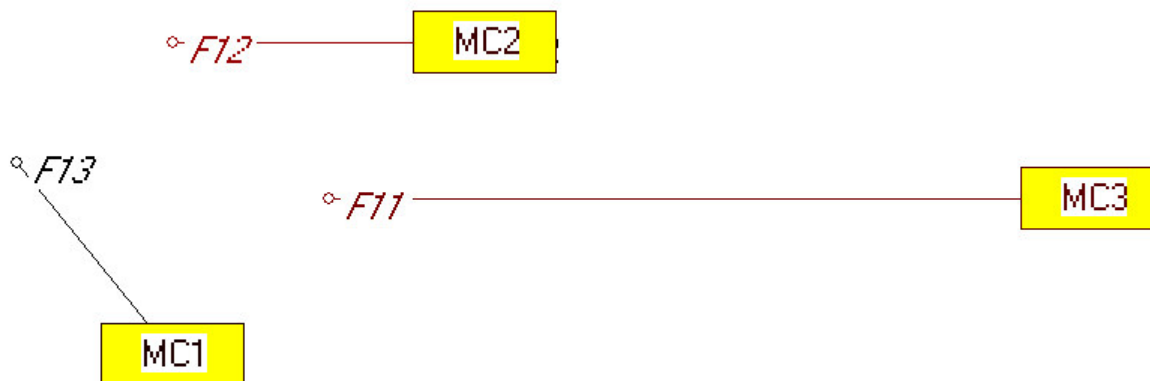
13. ábra. A telepítés

Ekkor a költség 23 egység. Van azonban ennél jobb elrendezés:

	F_{11}	F_{12}	F_{13}
MC_1	5	6	5
MC_2	4	7	10
MC_3	10	14	17

3. Táblázat. A javítás utáni elrendezés

A telepítés költsége ekkor csak 22 egység.



14. ábra. A javítás utáni telepítés

A javítás algoritmusa az alábbi lesz:

1. Válasszuk ki az első felhasználót. Legyen ez F_{ji} . Legyen a hozzárendelt összeszerelő üzem MC_j . Legyen az MC_j felhasználói által igényelt mennyiség

$$Q_j^v = \sum_{F_i \rightarrow MC_j} q_{iv} \cdot \quad (85)$$

2. Vegyük az első olyan összeszerelő üzemet, amelyik nem az MC_j összeszerelő üzem. Legyen ez MC_k . Jelölje az összeszerelő üzemhez rendelt összes felhasználó igényét

$$Q_k^v = \sum_{F_i \rightarrow MC_k} q_{iv} \cdot \quad (86)$$

Jelölje MC_k -hoz rendelt felhasználók egy részhalmazát (mely lehet az üres halmaz is) MC . Jelölje

$$Q_k^{Kv} = \sum_{F_i \in MC} q_{iv}, MC \subset \{F_i \mid F_i \rightarrow MC_k\}. \quad (87)$$

3. Határozzuk meg azon felhasználókat (MC) melyekre teljesül, hogy legközelebb vannak MC_j -hez és teljesül

$$Q_j^v + (Q_k^{Kv} - q_{iv}) \in [c^v, c_j^v] \quad (88)$$

és

$$Q_k^v + (q_{iv} - Q_k^{Kv}) \in [c^v, c_k^v], \quad (89)$$

azaz ha az F_{ji} felhasználót lecseréljük az MC felhasználócsoporthal, akkor is lehetséges megoldás marad.

4. Végezzük el ezt a lépést minden összeszerelő üzemre. Válasszuk ki azt a cserelehetőséget, amelyikre a legnagyobb költségcsökkenés adódik. Hajtsuk végre a hozzárendelés cserét, azaz rendeljük F_{ji} felhasználót MC_k -hoz ($F_{ji} \rightarrow MC_k$) és az MC felhasználókat MC_j -hez ($MC \rightarrow MC_j$). A költség csökkenni fog.

5. Végezzük el ezt a lépést az összes felhasználóval és utána ismételjük ezt a lépéssorozatot mindaddig, míg lesz csere. Ha csere nem történt, akkor ez a lépés véget ért.

Ez az algoritmus is véget ér. Igazolni az előzőhöz hasonlóan lehet.

Megjegyzés. Az algoritmus egyszerűsíthető, úgy, hogy az MC halmaz elemszámát korlátozzuk. Ebben az esetben az algoritmus nem biztosítja minden esetben az optimális megoldást, csak optimum-közeli eredményt ad. Alkalmazásával azonban az algoritmus futási ideje csökkenthető.

Az összeszerelő üzemek hozzárendelése beszállítókhöz

Ha a felhasználók hozzárendelésének van lehetséges megoldása, akkor létezik optimális megoldása is. Ez abból következik, hogy egy véges elemszámú nem üres halmazban mindig van legkisebb célfüggvény értékű elem. A felhasználók hozzárendelése után hozzárendelhetjük az összeszerelő üzemeket a beszállítókhöz. A beszállítók hozzárendelése

ugyanolyan módon történhet, mint a felhasználók hozzárendelése, csak itt az alsó korlát (4. lépés) feltételét nem kell figyelembe venni.

Ehhez először határozzuk meg (48) alapján a $\mathbf{P}^v$ mátrixot, mely az egyes összeszerelő üzemeknek a termeléshez szükséges alkatrészigényét adja meg (termékenként).

$$\mathbf{P} = \sum_{v=1}^m \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A} = \sum_{v=1}^m \mathbf{X}^v \cdot \mathbf{D} \quad (90)$$

Ezután ebből kiindulva **egy kezdeti elrendezés elkészítése** szerint eljárva alkatrészenként hozzárendelhetjük a beszállítókhöz az összeszerelő üzemeket.

Az összeszerelő üzemek felső korlát igényeinek kielégítése lépés szerint megkeresünk egy lehetséges megoldást.

A kapott elrendezés javítása lépéshez hasonlóan javítjuk a hozzárendelést.

A lépés végén megkapjuk az $\mathbf{Y}^H$ hozzárendelési mátrixot. A legjobb hozzárendelés(ek)e a célfüggvény minimalizálásával határozzuk meg.

$$K = K(\mathbf{\Omega}, n_0) \quad (91)$$

Az $\mathbf{\Omega}$, $\mathbf{X}$, és $\mathbf{Y}$ mátrixok ismeretében megkapjuk a költségfüggvény értékét.

4. lépés: adott n_0 -hoz újabb elrendezési változatok előállítása

Az előző lépésekben egy adott n_0 összeszerelő üzem számhoz és adott telepítési változathoz megadtunk egy optimális elrendezést. Most továbbra is rögzített n_0 üzemszámhoz állítsunk elő a 6.1.2. lépés szerint további $\mathbf{\Omega}$ elrendezési mátrixot (más telepítési változatot)! Az I. fázis algoritmusával határozzuk meg a hozzájuk tartozó optimális felhasználó és beszállító hozzárendeléseket:

$$K(\mathbf{\Omega}, n_0) \Rightarrow \min! \quad (92)$$

Ezt folytatva az összes telepítési változatra elkészítjük az optimális hozzárendelést és a megadjuk a hozzá tartozó redukált költséget. Válasszuk ki közülük a legkisebb költségű telepítési változatot. Ez lesz az adott n_0 számú összeszerelő üzemre a legjobb telepítési változat.

$$K(n_0) = \min_{\mathbf{\Omega}} K(\mathbf{\Omega}, n_0) \quad (93)$$

Megjegyzés: a III. fázishoz szükséges p legjobb változat kiválasztásához meg kell őriznünk az itt kapott p legjobb változatot.

6.1.3. Az algoritmus II. fázisának további lépése

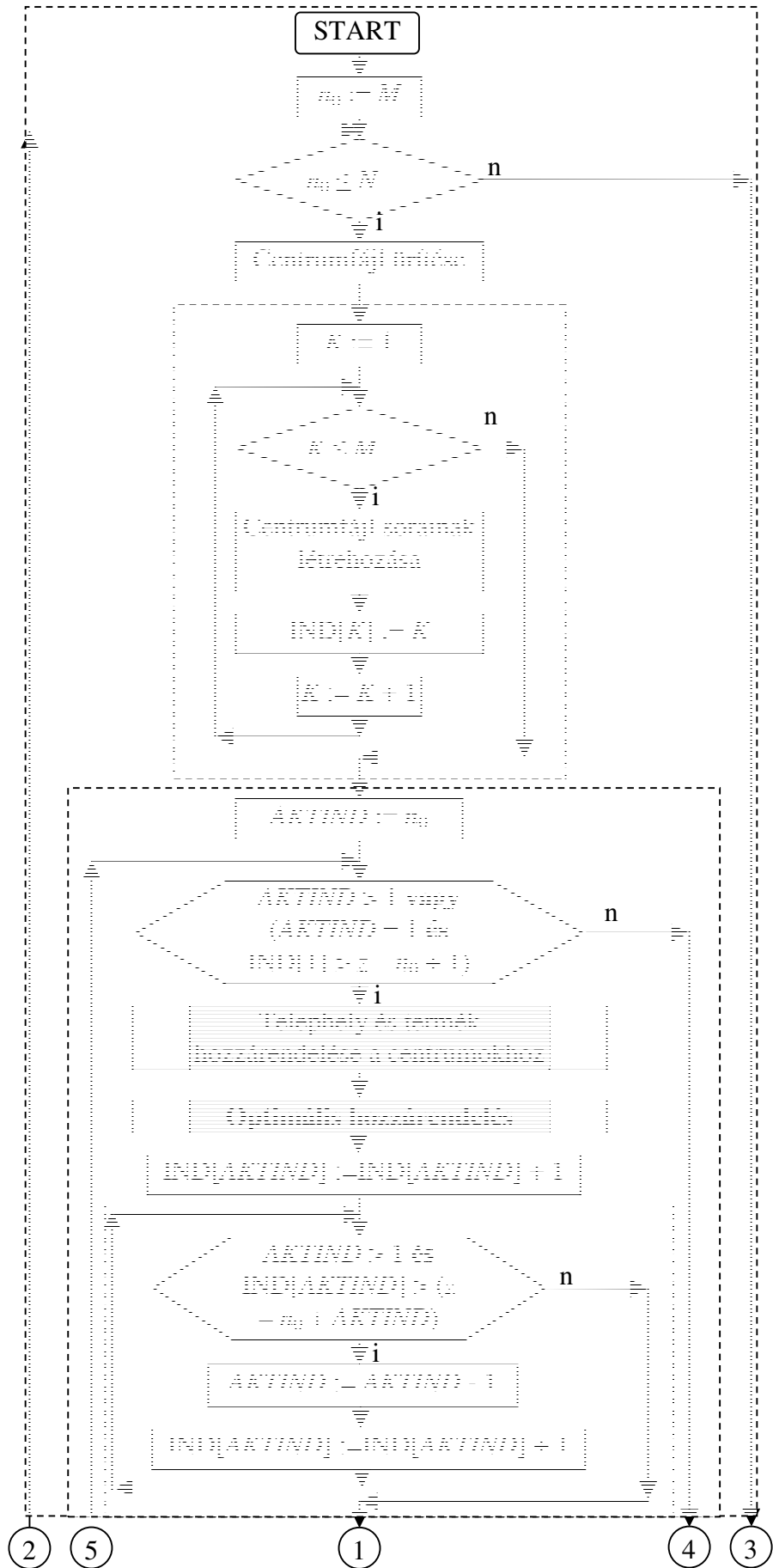
5. lépés: a lehetséges intervallumon végigfuttatva az n értékeket további elrendezések és hozzárendelések előállítása

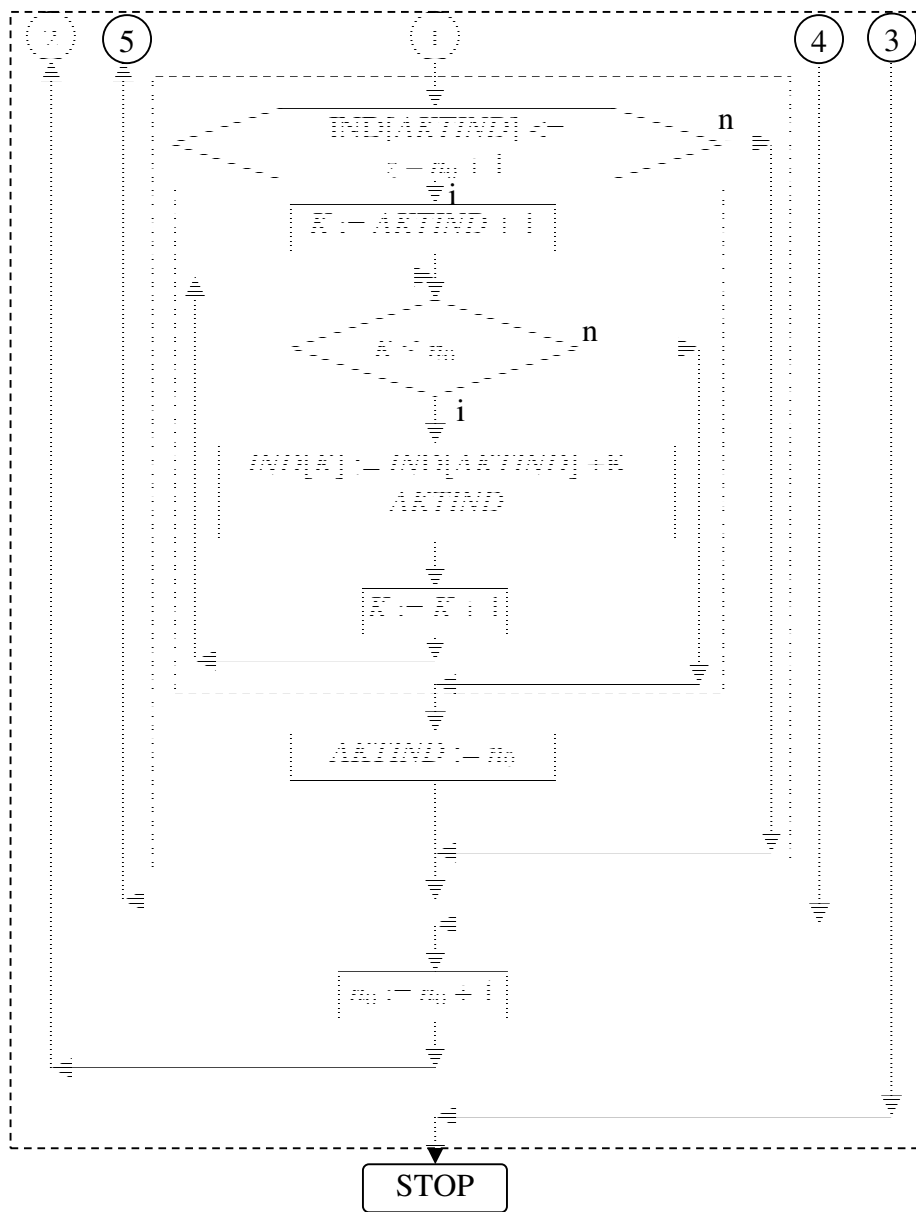
Az előbb kapott kvázioptimum csak az adott n_0 -számú összeszerelő üzem telepítésére vonatkozott. Mivel az $N - M$ érték relatíve nem túl nagy szám, ezért végigvizsgálhatjuk a lehetséges intervallumban szereplő egész értékek mindegyikét. Hajtsuk végre az intervallum összes értékére a korábbi lépéseket és mindegyik n -re határozzuk meg az optimális költséget, telepítési és hozzárendelési változatot. Válasszuk ki azt a változatot, melyre az összköltség minimális lesz:

$$K_0 = \min_n K(n) \quad (94)$$

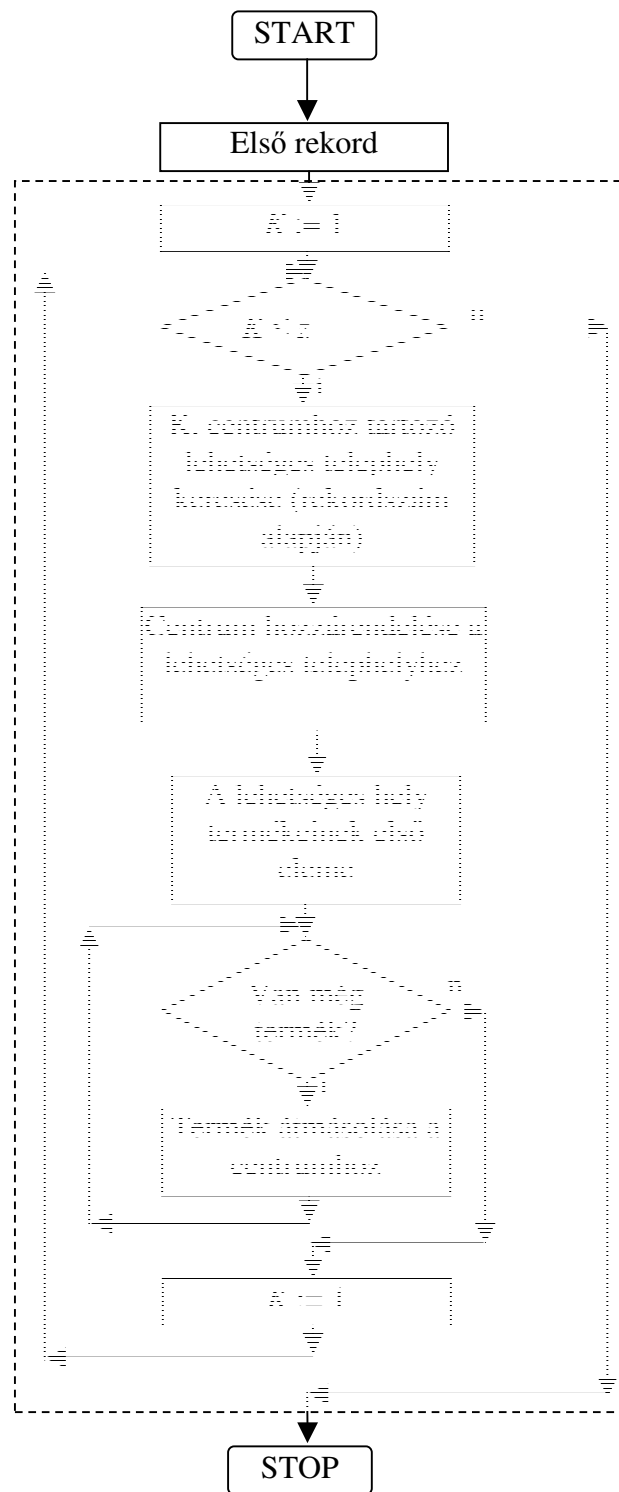
Ez lesz az egyszerűsített költségfüggvény alapján az optimális telepítés. A III. fázishoz, azonban nem csak a legjobb megoldást fogjuk megőrizni, hanem a p legjobb telepítési változatot is eltároljuk.

A heurisztikus algoritmus I. és II. fázisának folyamatábrái a 15.-21. ábrán láthatóak.

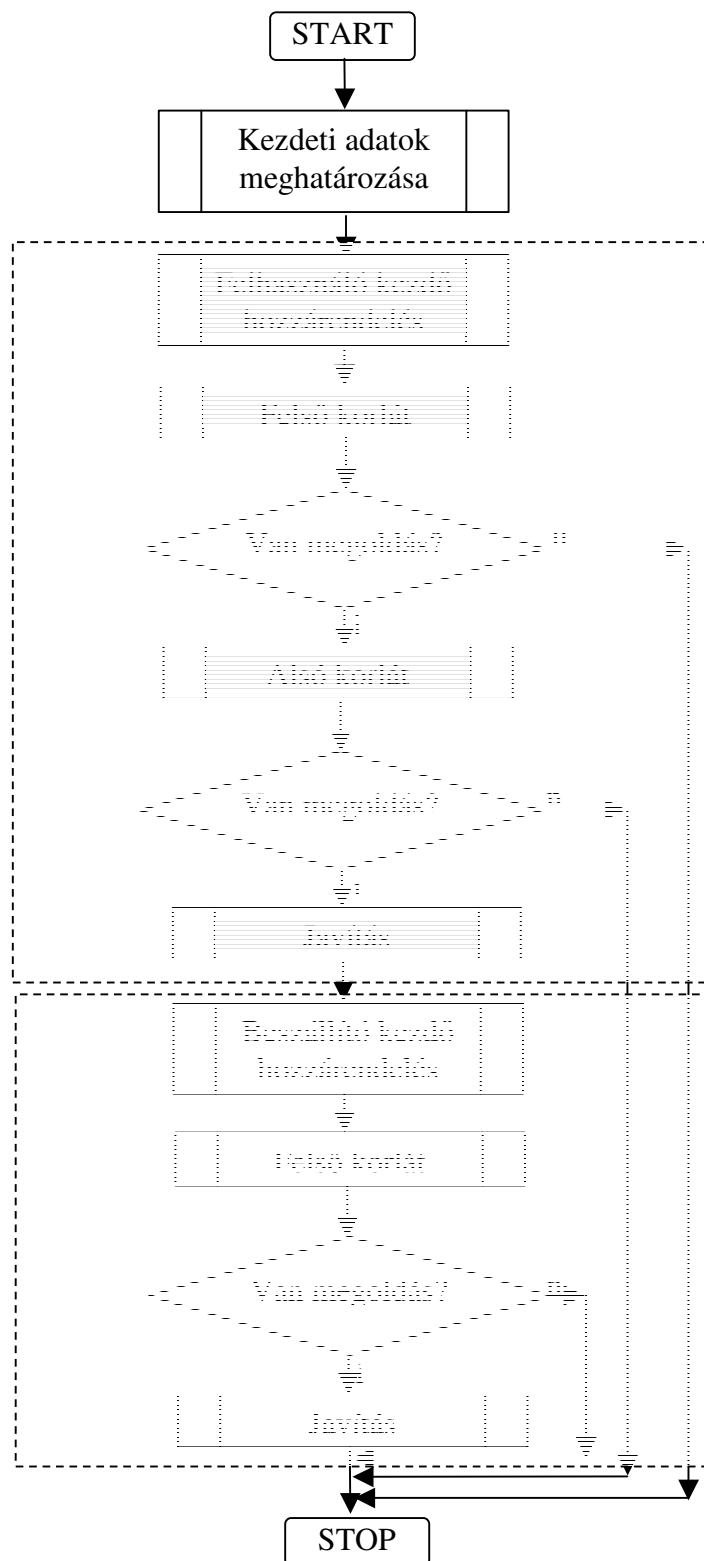




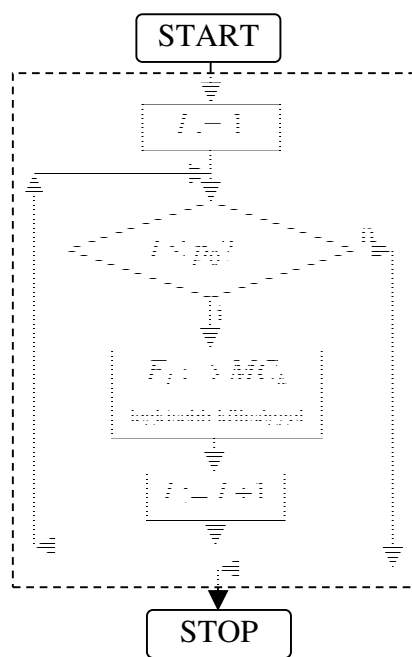
15. ábra. Az első (külső) fázis algoritmus



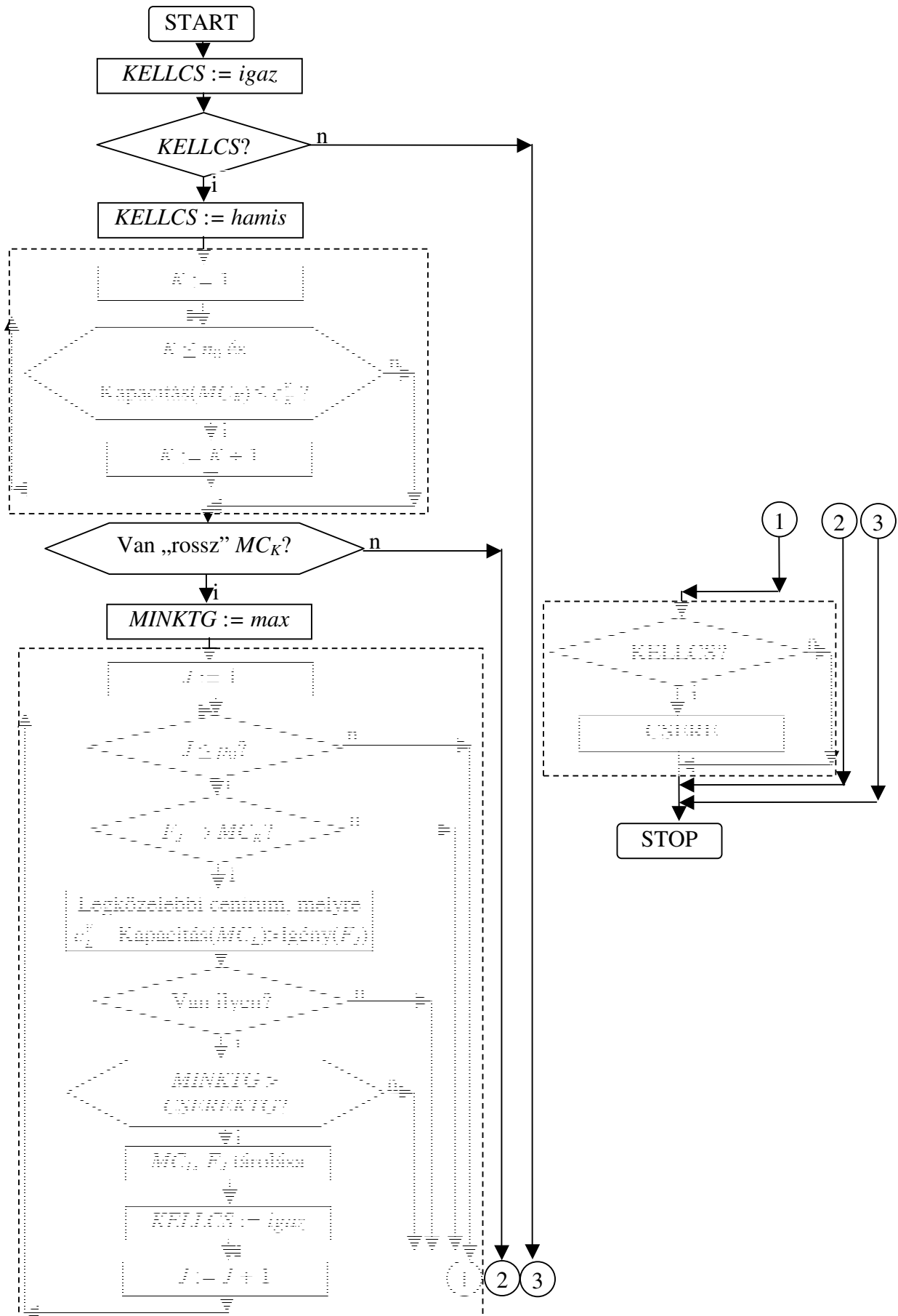
16. ábra. Telephely és termék hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez



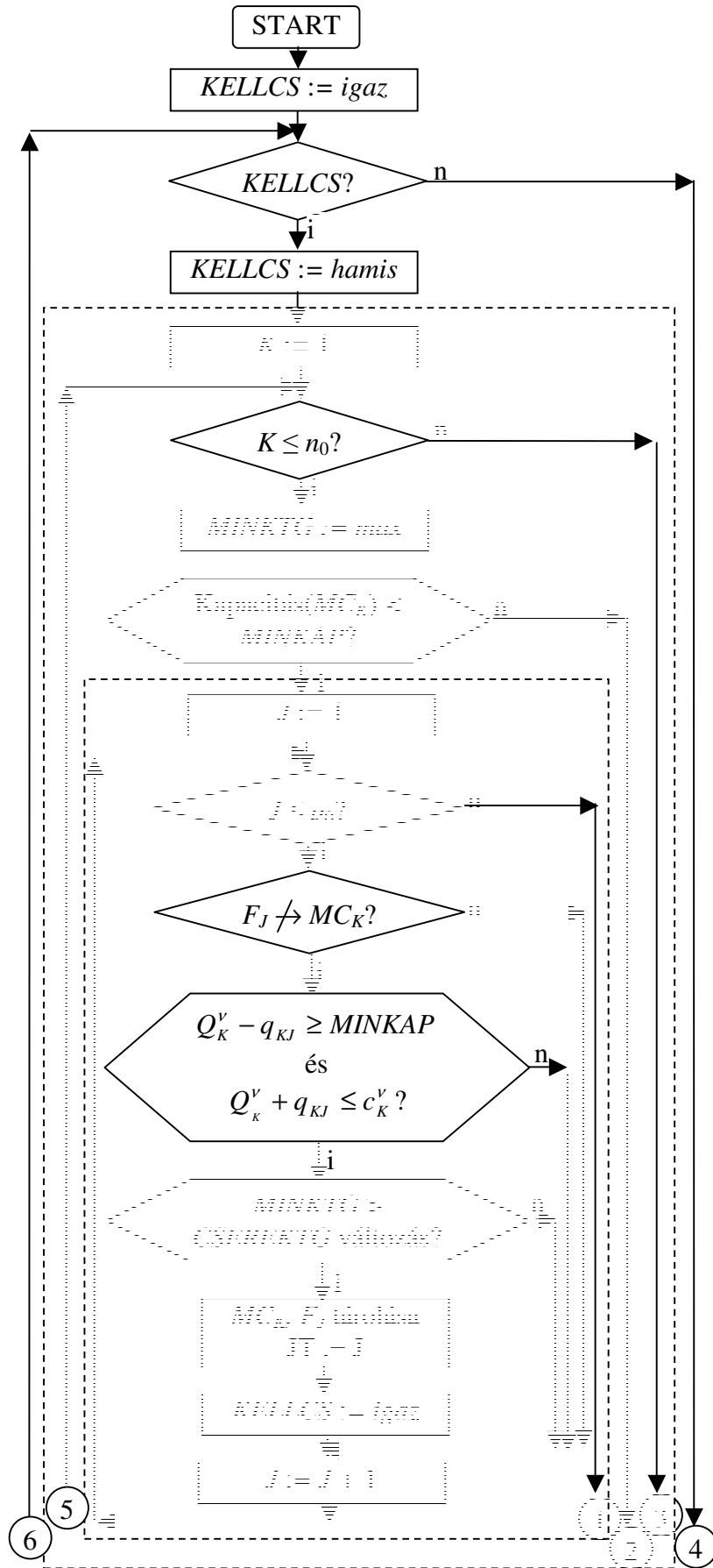
17. ábra. Optimális hozzárendelés

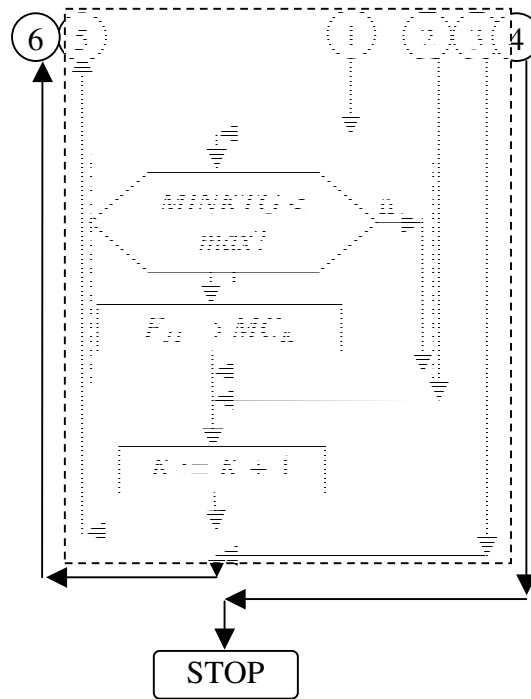


18. ábra. A kezdő hozzárendelés

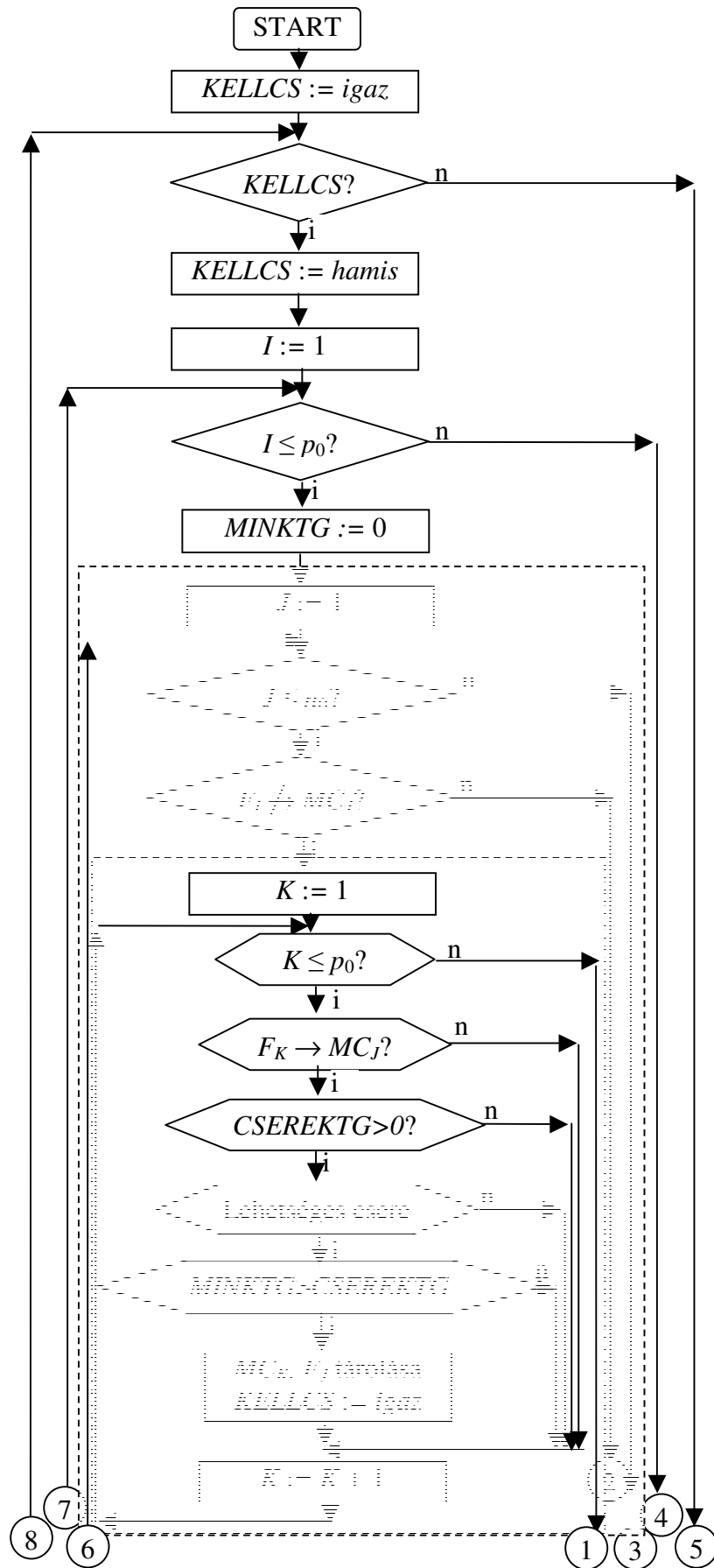


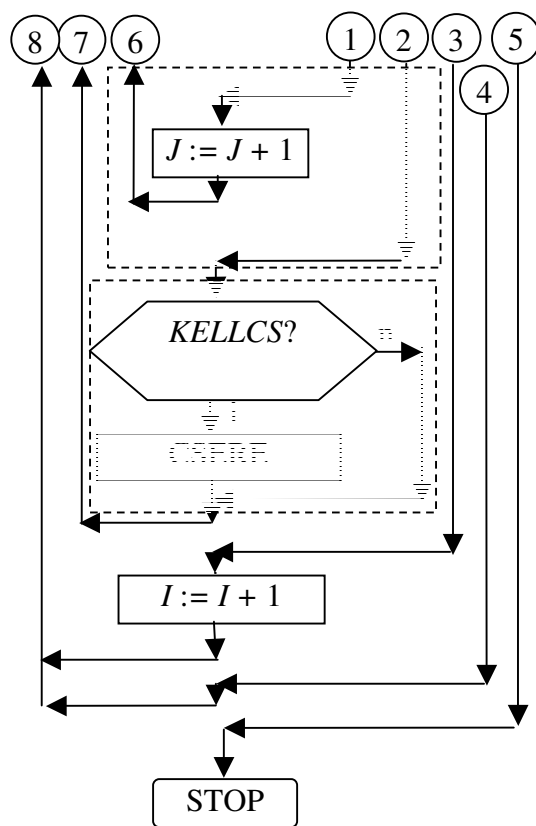
19. ábra. Felső korlát





20. ábra. Alsó korlát





21. ábra. Javítás

6.1.4. Az algoritmus III. fázisa

A heurisztikus algoritmus utolsó fázisában a teljes költségfüggvényt felhasználva keressük meg az optimális telepítést, azaz a K_V vásárlási költség, valamint a K_{AR} , K_{BR} tárolási költségek is bekerülnek a vizsgálatba. Ebben a fázisban meghatározzuk a be- és kiszállítás ütemszámát, valamint az egy ütemben be- illetve kiszállítandó mennyiségeket. Az ütemszámok meghatározásakor feltételezzük, hogy az ütemszám alkatrészenként, késztermékenként valamint összeszerelő üzemenként különböző lehet.

A beszállítások ütemszámának meghatározása

1. A beszállítók csoportba sorolása

Első lépésként válasszuk ki összeszerelő üzemenként az üzemekhez rendelt beszállítók közül azt, amelyik a legnagyobb mennyiséget szállítja (a raklapra számított mennyiséget használjuk itt). Jelölje ezen beszállító által szállítandó mennyiséget:

$$f_{k0} = \max_{\mu, j} \{f_{kj}^{\mu}\} \quad (95)$$

Soroljuk be az egyes üzemekhez rendelt beszállítókat négy csoportba a következő táblázatban felsorolt szempontok alapján. A csoportokba besoroláshoz használjuk fel a kapott l . ($l=1, \dots, p$) legjobb telepítést és hozzárendelést. Jelölje

$$l_c = 50km, \\ L_c = 100km.$$

I. csoport	$\left. \begin{array}{l} l_{kj} \leq l_c \\ f_{kj1}^{\mu} \geq 0,75 f_{k0} \end{array} \right\}$
II. csoport	$\left. \begin{array}{l} l_{kj} \leq l_c \\ 0,75 f_{k0} > f_{kj1}^{\mu} > 0,5 f_{k0} \end{array} \right\}$
III. csoport	$\left. \begin{array}{l} l_c < l_{kj} \leq L_c \\ f_{kj1}^{\mu} \geq 0,5 f_{k0} \end{array} \right\}$ $\left. \begin{array}{l} L_c < l_{kj} \\ 0,5 f_{k0} > f_{kj1}^{\mu} > 0,25 f_{k0} \end{array} \right\}$
IV. csoport	Az I.-III. csoportba nem sorolható beszállítók

4. táblázat. A csoportba sorolás elve

A táblázatban a korábbiak szerint l_{kj} a j -edik beszállító távolsága a k -edik összeszerelő üzemtől, és f_{kj1}^μ a beszállító által az év során beszállítandó μ . alkatrész mennyiségét jelöli.

2. Az ütemszámok meghatározása

Készítsünk $(50 \leq \Psi \leq 250)$ változatot az ütemszámokra. Minden változatra és csoportra határozzunk meg egy ütemszámot, például az alábbi szempontok alapján:

Sorszám		I. csoport	II. csoport	III. csoport	IV. csoport
Ψ	η_{kj}^μ	Ψ	$\max\left[\text{entier}\left(\frac{\Psi}{2}\right), 50\right]$	$\max[\text{entier}(\Psi), 50]$	4

5. táblázat. Az ütemszám meghatározásának a táblázata

A 4. csoportban mindig csak negyedéves beszállítást alkalmazunk. Az első három csoportra a feltételek miatt teljesül $\eta_{kj}^\mu \geq 50$. Miután a fentiek szerint meghatároztuk az ütemszámokat és a csoportokba besoroltuk a beszállítókat, az M esetre kiszámítjuk a K_V , K_{BR} költségeket és meghatározzuk a teljes K költséget. Ez számítógépes megoldás esetén

$$m \cdot n \cdot p_0 \cdot \Psi + w \cdot n \cdot r_0 \cdot \Psi, \quad (97)$$

számú művelet végrehajtása jelentősen nem növeli a gépidőt.

3. Az együttszállítások meghatározása

Különböző alkatrészek egy ütemben történő együttszállítására – mint azt korábban leírtuk – csak az azonos beszállítótól vásárolt alkatrészek esetén van lehetőség és az algoritmusban is csak ezt az esetet vesszük figyelembe. Figyelembe véve a (31)

valamint az egy ütemben szállítandó mennyiség költségét

$$K_{1kj\mu\epsilon}^{AS} = k_{kj\mu\epsilon}^{AS} e_{kj1}^\mu l'_{kj} \approx k_{kj\mu\epsilon}^{AS} e_{kj2}^\mu e_{kj}^\mu l'_{kj} \quad (98)$$

költségelemet és a rendelkezésre álló járművek szállítási kapacitását az összevonást a következők szerint végezhetjük el:

A beszállítók hozzárendeléséből és az ütemszám ismeretében meghatározható, az egy ütemben szállítandó alkatrészek raklapra redukált mennyisége a (25) összefüggés segítségével. Eszerint meghatározható az egy ütemben egy beszállítótól szállítandó összes raklap darabszáma is:

$$e_{kj2} = \sum_{\mu=1}^w e_{kj2}^{\mu} . \quad (99)$$

Ennek alapján a **d** szállítójárművek terhelési kapacitása vektor segítségével és a K^{AS} költségelem felhasználásával válasszuk ki azokat a szállítójárműveket, amelyekkel a szállítás ingajáratban megoldható. Mivel feltételezzük, hogy a szállítandó alkatrészeket ugyanarra a raklapméretre redukáltuk, így könnyen kiszámíthatjuk szállítójármű fajtánként a szállítási költséget.

A problémához hasonló feladat részletes leírása és általános megoldása megtalálható a [B2] doktori értekezésben (pp. 49-50).

A kiszállítási ütemszámok meghatározása

A kiszállítások ütemszámának meghatározása teljesen analóg módon történik a beszállításokhoz, ezért részletesen nem ismertetem az algoritmust, csak az eltéréseket adom meg.

A csoportba soroláshoz f_{k0} helyett a

$$c_{k0} = \max_{v,i} \{c_{ki}^v\} \quad (100)$$

maximális kiszállítandó mennyiséget használjuk. A besorolás feltételeit az alábbi táblázat tartalmazza. Jelölje az előzőek szerint

$$\begin{aligned} l_c &= 50km, \\ L_c &= 100km. \end{aligned} \quad (101)$$

I. csoport	$\left. \begin{aligned} l_{ki} &\leq l_c \\ c_{ki}^v &\geq 0,75 c_{k0} \end{aligned} \right\}$
II. csoport	$\left. \begin{aligned} l_{ki} &\leq l_c \\ 0,75 c_{k0} &> c_{ki}^v > 0,5 c_{k0} \end{aligned} \right\}$
III. csoport	$\left. \begin{aligned} l_c &< l_{ki} \leq L_c \\ c_{ki}^v &\leq 0,5 c_{k0} \\ L_c &< l_{ki} \\ 0,5 c_{k0} &> c_{ki}^v > 0,25 c_{k0} \end{aligned} \right\}$
IV. csoport	Az I.-III. csoportba nem sorolható felhasználók

5. táblázat. A csoportba sorolás elve

A táblázatban a korábbiak szerint l_{ki} az i -edik felhasználó távolsága a k -adik összeszerelő üzemtől, és c_{ki}^v éves kiszállítandó v . termék mennyiségét jelöli. Az együtszállítás meghatározásához a kiszállítás

$$K_{kiv\varepsilon}^{BS} = k_{kiv\varepsilon}^{BS} c_{ki}^v l'_{ki} \quad (102)$$

költségelemét kell figyelembe venni.

Az optimális telepítési változat kiválasztása

Miután a III. fázis előző lépéseiben mind a beszállítás, mind a kiszállítás költségét meghatároztuk, kiszámíthatjuk a p . optimális telepítési változat teljes költségét. Ekkor már minden változó értéke ismert.

Legyen

$$K_{OPT} = \min_{i=1}^p K_{OPT}^i. \quad (103)$$

Válasszuk ki K_{OPT} értékhez tartozó telepítési változatot. Ez lesz a *heurisztikus algoritmus optima*.

6.2. Más módszerek megadása („MP módszer”)

Mint azt a fejezet elején jeleztem az I. fázis problémájának megoldásához hagyományos matematikai programozási eszközöket is megpróbáltam felhasználni. Ehhez a szeparábilis *A „matematikai programozási módszer”*

Itt ismét a redukált költséget tekintjük, azaz nem vesszük figyelembe a vásárlási és tárolási költségeket ($K_V = 0$, $K_{AR} = 0$, $K_{BR} = 0$). A feladat célfüggvényéről (a költségfüggvény) a vizsgálat során megállapítottam, hogy szakaszosan folytonos függvényként jelenik meg. A korábbi vizsgálatok alapján könnyen megállapítható, hogy a redukált költség komponensei szétválaszthatóak [B36]

$$:K = K_V + K_{AS} + K_{BS} + K_{AR} + K_{BR} + K_M + K_T$$

és a (30), (31), (33), (35), (40), (44), (45) összefüggések alapján.

1. lépés. Keressük meg minden változóra a folytonos tartományokat:

$$x_{\alpha_{ki}^v}^K \leq x_{ki}^v \leq x_{\alpha_{ki}^v+1}^K \quad y_{\alpha_{kj}^\mu}^K \leq y_{kj}^\mu \leq y_{\alpha_{kj}^\mu+1}^K.$$

2. lépés. Válasszuk ki az első tartományt a tartományhatárok megadásával.

3. lépés. A célfüggvény komponensei konvex függvények. A változók egyes tartományaira már elegendő lineáris közelítéssel élni és az egyes célfüggvény-komponensekre felírhatunk egy lineáris függvényt. A lineáris függvényeket a tartomány határaival és a határokhoz tartozó célfüggvény-értékkel könnyen meghatározhatjuk.
4. lépés. A közelítő célfüggvénnyel, a (67) feltételrendszerrel, valamint a határok korlátfeltételeivel együtt definiált feladatot oldjuk meg egészértékű lineáris programozás módszerével (mindig lesz optimális megoldása a feladatnak a feltételrendszerből adódóan).
5. lépés. Ezután minden tartományra végezzük el az előző lépéseket és határozzuk meg az optimális megoldásokat.
6. lépés. A kapott eredmények közül válasszuk ki a legkisebb költséghez tartozó megoldást. Az ehhez tartozó lesz az adott elrendezéshez tartozó optimális megoldás.

A probléma II. fázisa – jellegéből adódóan – egyetlen nem túl összetett módszer alkalmazását kívánja, így itt nincs értelme más megoldást keresni. A III. fázis szintén egy heurisztikus megoldást tartalmaz, ez azonban már korábban meghatározott telepítések közül választ, így itt sem tűnik célszerűnek más megoldások után kutatni.

A fenti eljáráshoz a célfüggvény egyszerűsítését végeztem el. Bár ez a lépés jelentősnek tűnik azonban az algoritmus vizsgálatát nem befolyásolta, hiszen azt próbáltam megvizsgálni, hogy megfelelő optimumot ad-e a heurisztikus algoritmus, valamint, hogy ez a heurisztikus módszer hatékonyabb-e mint egy hagyományos matematikai programozási megoldás. Bár fontos megjegyezni, hogy az eredeti probléma nem oldható meg lineáris eszközökkel, az eredmény minden esetben közelítőleg azonos volt. Lényeges különbség a módszerek között azonban az, hogy a heurisztikus módszert nem befolyásolja a célfüggvény milyensége és ez mindenféleképpen ennek a módszernek a létjogosultságát bizonyítja. Az összehasonlítás eredményei igazolták a heurisztikus algoritmus alkalmasságát a feladat megoldására.

7. Az algoritmus tesztelése, jellegzetes adatstruktúra mellett érzékenységvizsgálatok, általánosan levonható logisztikai rendszerre vonatkozó következtetések

7.1. Az algoritmus tesztelése

Az algoritmusok vizsgálatához egy hatékony számítógépes alkalmazásra van szükség. Több matematikai programozási feladat megoldására képes programot is megvizsgáltam (MS Excel Solver modulja, LINDO, MatCAD), valamint az [52] irodalmat, azonban nem találtam közöttük olyat, amelyik alkalmas lett volna akárcsak a feladat egyszerűsített költségfüggvénnyel ellátott modelljének a futtatására. Ezek után döntöttem úgy, hogy kifejleszték egy olyan számítógépes programot, amely alkalmas mind az egyszerűsített modell, mind a heurisztikus módszer futtatására. Ez az eljárás azért is tűnt kényelmesebbnek, mert a fenti programok csak az I. és esetleg a II. fázis megoldását adták volna meg. A kifejlesztett programba integráltam az I. fázis egyszerűsített célfüggvényű MP módszerét és a heurisztikus módszert. A II. fázis közös mindkét módszer esetén, így ennek vezérlését egy keretrendszer elkészítésével könnyen megoldhattam. Ez jelentősen megkönnyítette a módszerek azonos környezetben történő vizsgálatát is. A III. fázis számításaiba (a kevesebb programozás érdekében) bevontam a MS Excel táblázatkezelőjét. A táblázatkezelő bemeneti adatait az általam kifejlesztett alkalmazás biztosítja, és az Excel outputját már képes fogadni ismét az általam előállított program, amely így a végső ütemezést, szétosztást, a szükséges hangolást is elvégzi. A kidolgozott szoftver mellé felépítettem egy adatbázist, amely adatbázisban szereplő adatok a kiindulási adatokat tartalmazzák, természetesen a számítástechnikai adatábrázolás szabályainak betartásával. A program lehetővé teszi a tesztadatok interaktív módosítását is. Ez jelentősen egyszerűsítette az egyes esetek paramétereinek megváltoztatását és az érzékenységvizsgálatot. A programot Borland Delphi 4. generációs fejlesztőeszközzel készítettem el és Paradox adatbázis-kezelőt használtam fel az adatok tárolására. Bár a disszertáció célkitűzései között nem szerepelt a program kifejlesztése, azonban a vizsgálatok elvégzéséhez nagy segítséget nyújtott.

A programmal az algoritmusokat több környezetben is megvizsgáltam. Az alábbiakban egy olyan tesztadat rendszert mutatok be, mely alkalmas több különleges eset vizsgálatára is. E tesztadat rendszer összeállításához az alábbi szempontokat vettem figyelembe:

- A tesztrendszerben 10 lehetséges telephely ($z = 10$) közül választhatunk (1.2. sz. melléklet). A telephelyek európai országokban találhatók. Az egyes telephelyek elhelyezkedését szintén az 1.2. sz. melléklet mutatja;
- Az összeszerelő üzemek számát korlátoztuk: minimum 3, maximum 10 lehet a számuk és a 10 lehetséges hely közül kerülhetnek ki;
- 8 terméket tervezünk gyártani 25 lehetséges alkatrészből, átlagosan 4-8 alkatrész felhasználásával (1.1. sz. melléklet);
- 50-100 európai felhasználóhoz szállítjuk ki az egyes termékeket (1.3. sz. melléklet);
- A rendelkezésre álló beszállítók száma 20-80 alkatrészenként (1.5. sz. melléklet).

A költségeket egy bázisköltséghez viszonyítva adtam meg (k_0):

- A szerelési költség $0,5k_0 - 3k_0$ közötti értékek lesznek;
- A telepítési költség fix része $3000k_0$. A termékszámától függő rész (k_{0v}) 1-6 €/db év);
- A vásárlási költség $0,02k_0 - 0,05k_0$ közötti értékek lesznek;
- A raktározási költségek:
 - termékenként $0,05k_0 - 0,1k_0$;
 - alkatrészenként $0,01k_0 - 0,03k_0$.

A fenti feladathoz a tesztadatokat a megadott határok között szintén egy általam kifejlesztett segédprogrammal generáltam és ez a program helyezte be az előállt adatokat az adatbázis tábláiba. A fenti szempontok szerint kiválasztott tesztadatokkal a futtatás során mindkét módszer ugyanazt az eredményt adta. A futási eredményeket a 2. sz. melléklet tartalmazza. Az összeszerelő üzemek 9 lehetséges helyre kerülnek telepítésre. A felhasználók és beszállítók hozzárendelését a 2.2. és 2.3. sz. mellékletek tartalmazzák. A be- és kiszállítások ütemezését a 2.4. és 2.5. sz. mellékletekben látható táblázatok mutatják. Az egyes költségelemeket a 2.6. sz. melléklet táblázata mutatja.

Az optimális telepítés hozzárendelése:

MC1 → L2, MC2 → CS, MC3 → SZ, MC4 → M1, MC5 → M2, MC6 → SL, MC7 → HO,
MC8 → RO, MC9 → BU.

A felhasználók hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez:

MC1 → F06 F09 F14 F20 F27 F41 F46 F49 F50 F51 F56 F68
F77 F86

MC2 → F01 F04 F07 F08 F13 F19 F26 F28 F33 F38 F43 F47
F52 F55 F61 F67 F74

MC3 → F02 F05 F17 F21 F22 F24

MC4 → F16 F18 F31 F34 F36 F42 F45 F75 F78 F82 F88

MC5 → F15 F37 F57 F65 F73 F76

MC6 → F03 F11 F23 F48 F71 F72 F79 F84 F87

MC7 → F10 F12 F29 F35 F39 F53 F54 F58 F59 F62 F63 F64
F66 F81 F83

MC8 → F25 F30 F32 F40 F44 F69 F70 F85

MC9 → F60 F80

A beszállítók hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez:

A01

MC1 → B09 MC2 → B23 MC3 → B45 MC4 → B63 MC5 → B45 MC6 → B54
MC7 → B22 MC8 → B60 MC9 → B11

A16

MC1 → B09 MC2 → B23 MC3 → B59 MC4 → B63 MC5 → B17 MC6 → B36
MC7 → B22 MC8 → B10 MC9 → B11

A20

MC1 → B09 MC2 → B23 MC3 → B08 MC4 → B63 MC5 → B17 MC6 → B54
MC7 → B22 MC8 → B60 MC9 → B11

A22

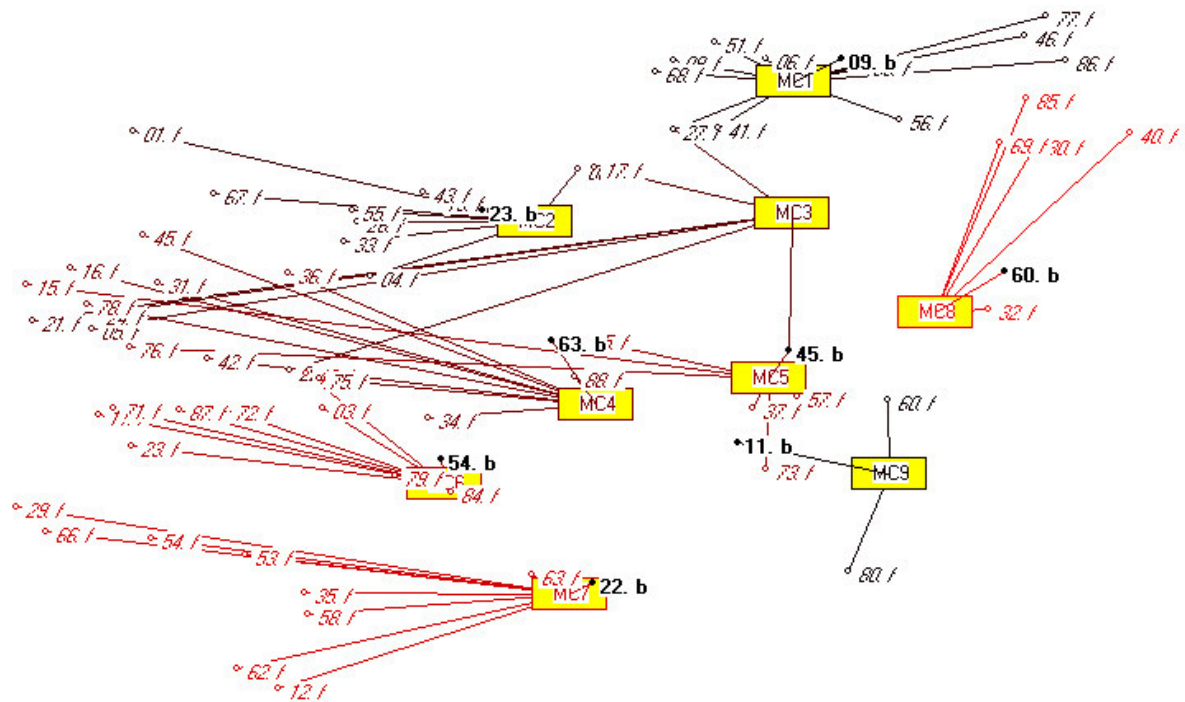
MC1 → B09 MC2 → B23 MC3 → B59 MC4 → B634 MC5 → B45 MC6 → B54
MC7 → B52 MC8 → B60 MC9 → B11

A24

MC1 → B20 MC2 → B32 MC3 → B45 MC4 → B63 MC5 → B45 MC6 → B22
MC7 → B22 MC8 → B10 MC9 → B11

Az optimális telepítés összköltsége $83\,900k_0$ lesz. A mintafeladatban az együttl szállítások kérdése a kis tétel számok miatt egyszerűen megoldható, így mind a beszállítások, mind a kiszállítások az egyes beszállítóktól és felhasználóktól egy fuvarral megoldhatóak.

Az 1. termék 1. alkatrész szerinti felhasználóknak és beszállítóknak a program szerinti hozzárendelését mutatja:



22. ábra. Az optimális telepítés számítógépes ábrája

Az ábra értelmezése. Az ábrán a téglalapok jelzik az egyes összeszerelő üzemeket. A dőlt betűvel jelzett kis körök a felhasználók helyét, a félkövér betűvel jelzett pontok a beszállítókat mutatják. A felhasználók és az üzemek közötti vonal mutatja, hogy az adott terméket ebből az üzemből szállítjuk a felhasználóhoz. A beszállító és az üzem közti vonal pedig azt, hogy a kiválasztott alkatrészt az adott üzembe a beszállító szállítja. Azok a lehetséges beszállítók, akik nem szállítanak alkatrészt, valamint azok a felhasználók, akik az 1. termékből nem rendeltek, azok az ábrán nem jelennek meg. Az egyes elemek elhelyezkedése a korábban megadott távolságok arányos kicsinyítése.

A tesztek alapján – ezt mutatja a mintafeladat is – megállapíthatjuk, hogy a kidolgozott módszerek alkalmasak a telepítési probléma általános megoldására és hatékonyan elvégzik ezt a feladatot.

7.2. A futási eredmények összehasonlítása

Az algoritmusok második és harmadik fázisa megegyezik, így a vizsgálat csak az első fázisra vonatkozik. Az I. fázis feladata, hogy egy adott elrendezéshez az egyes felhasználókat és beszállítókat optimálisan hozzárendeljük. A vizsgálat során és nemcsak a fenti tesztadatokra, hanem a rengeteg megvizsgált esetre is mindkét módszer ugyanazt az optimumot adta. Ez megegyezett az egyszerűbb tesztadatok kézi számításával kapott optimumával is. Az eltérések a feladat kezelésében és futási időtartamban voltak. A matematikai programozási módszer minden esetben pontos optimumot ad, azonban a feladathoz tartozó együttható mátrix mérete

$$(p_0 + r_0 + 2n + n \cdot w) \times [n \cdot (p_0 + r_0 \cdot w)] \quad (104)$$

lesz, ami a fenti mintafeladatban az utolsó eset megvizsgálásakor 75×530 –as lesz. Ez egy nagyméretű feladat esetén kezelhetetlen matematikai modellt eredményez. További problémát okoz a futási idő is. Bár a feladat a gyakorlatban csak a telepítés tervezésekor fut, azonban a változatok előállításához többszöri futás szükséges. A mintapéldára a kidolgozott szoftver 5 perc alatt adta meg az eredményt, de igazolható, hogy a futási idő exponenciálisan növekszik a feladat méretével, így ez jelentős időt vehet igénybe. A heurisztikus módszer jellegéből adódóan az alapadatokból közvetlenül dolgozik, így a futás során

$$\max(n \cdot p_0, n \cdot r_0, w \cdot m) \quad (105)$$

elemű mátrixra lesz szükség, mely a feladatunkban 14×10 volt. Ez könnyen kezelhető és az adatbázis felhasználásával még ez a méret is csökkenthető. A mintapélda futási ideje 28 másodperc volt, ami szintén jelentős különbség az MP módszerhez viszonyítva. Látható volt, hogy itt csak polinomiális időnövekedés lesz a feladat méretének növekedésével. Hátránya azonban, hogy bizonyos rendkívül extrém esetekben – mint általában a heurisztikus algoritmusok – csak optimum közeli eredményt ad a heurisztikus algoritmus. A vizsgálatok alapján ez azonban olyan kicsi eltérést jelent, ami a gyakorlatban nem okoz különösebb problémát. Az ilyen különleges esetben a költségnövekedés a valós adatok pontosságánál kisebb volt.

7.3. Érzékenységvizsgálat

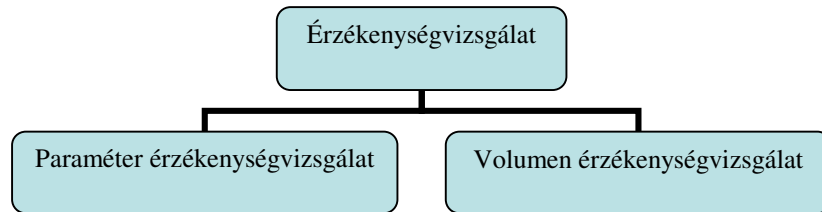
A globalizált módon történő termelés – különösen a késleltetett összeszerelés – sokkal nagyobb mértékben van kitéve a környezeti hatások változásának, mint egy hagyományos környezetben és hagyományos módon végzett termelés. Ennek okai közé tartozik, hogy a termelés földrajzilag sokkal nagyobb távolságban zajlik és általában különböző társadalmi kultúrákban. Bár maga a multinacionális vállalat is hat ezekre a régiókra, azonban e régiók hatása is jelentős a vállalatokra. Ezért egy üzem telepítésekor nem elegendő csak az adott állapotot vizsgálni, hanem hosszabb távú hatásokat is meg kell vizsgálni. A korábban megadott telepítési módszer – mint a legtöbb operációkutatási módszer – például csak az adott évre vonatkozó információkból határozza meg a telepítés eredményét.

További fontos kérdés a társadalmi, gazdasági változások hogyan befolyásolják a meglévő telepítési változatot. Erre alkalmas az érzékenységvizsgálat, hiszen a kapott eredmények megmutatják, hogy mikor, milyen változásnak kell bekövetkeznie ahhoz, hogy más piac, más beszállítók után nézzünk, vagy esetleg azt, hogy mikor kell új üzemet létesíteni, vagy egy régit megszüntetni.

Egy további ok ami miatt célszerű érzékenységvizsgálatot végezni az, hogy az eredményünket egy modell segítségével kaptuk meg. A modellalkotás során csak véges sok szempontot vehetünk figyelembe, így a valóságtól eltérések lehetnek. Ez az eredmény pontatlanságához vezet.

Azért, hogy megbízhatóbb döntéseket hozhassunk a telepítés kérdésében, meg kell vizsgálnunk azt is, hogy az általunk rögzítettnek vett adatok változásától hogyan változik meg az optimális telepítés és a hozzátartozó költség. Fontos kérdés az is, hogy mennyire „stabil” egy optimális megoldás, azaz még milyen mértékben és irányban változhatnak meg az alapadatok, hogy az optimális telepítés ne változzék. A vizsgálat során tehát arra szerettem volna választ kapni, hogy a rendszerjellemzők, hogyan hatnak az összköltségre. Természetesen teljes körű érzékenységvizsgálatra nem vállalkozhattam, hiszen az összetett adatok együttes vizsgálata rendkívül bonyolult és túlmutat a disszertáció keretein. Az alábbiakban egy vizsgálati módszer szerint dolgoztam ki az érzékenységvizsgálatra és a mellékletben szereplő tesztadatokra e módszerrel végeztem el az érzékenységvizsgálatot. A vizsgálat során végig feltételeztem, hogy a termékek összeszerelésének a technológiája nem változik. Amennyiben a technológia megváltozik, vele együtt megváltozik a feladat modellje is, így ez már nem az érzékenységvizsgálat körébe tartozik.

A disszertációban szereplő feladat érzékenységvizsgálatát két részre bontottam. A vizsgálat első részében a paraméter-érzékenységgel, a második részben a volumen változását vizsgálom.



23. ábra. Az érzékenységvizsgálat területei

Mindkét esetben két fő változást vizsgáltam. Meddig lehet változtatni a paraméterek, volumeneket úgy, hogy:

- a felhasználók és beszállítók hozzárendelése ne változzék,
- ne kelljen új összeszerelő üzemet telepíteni, vagy egy régit megszüntetni.

7.3.1. Paraméter-érzékenységvizsgálat

A paraméter-érzékenységvizsgálat a költségtényezők változásának a hatását vizsgálja. A nehézséget itt az összetett, bonyolult költségfüggvények jelentik. A vizsgálat során a költségelemeket nem önállóan vizsgáljuk, hanem a költségtényezők arányát változtatjuk meg és ezeknek a telepítésre gyakorolt hatását vizsgáljuk. A vizsgálat alatt a termékek volumeneit és a telepítéshez kapcsolódó további jellemzőket állandóknak tekintjük. A vizsgálati módszerhez tekintsük az egyes költségfüggvény-komponenseket általában.

$$K_i = \sum_{j=1}^{p_i} k_{ij}(x_{ij}), (i = 1, \dots, 7) \quad (106)$$

Itt i jelöli az egyes fajlagos költségkomponenseket, j pedig az adott komponens elemeit.

Jelölje $k_{i\alpha}$ „ α ” bázisköltség komponensét. Ekkor felírható

$$\frac{k_{ij}}{k_{i\alpha}} = \omega_{ij0}, \quad (107)$$

ahol $k_{i\alpha}$ „ α ” bázisköltség általánosan

$$\beta_i^a k_{i0} < k_{i\alpha} < \beta_i^f k_{i0}, j = 1, \dots, p, \quad (108)$$

értékek közé esik. Változtassuk meg k_{ij} értékét a vizsgálatához k'_{ij} -re. Ekkor

$$\frac{k'_{ij}}{k_{i\alpha}} = \omega_{ij0} + \xi \tau \omega_{ij0} = (1 + \xi \tau) \omega_{ij0}. \quad (109)$$

A kapott összefüggés segítségével egyszerűsíthetjük az adatok változtatását. A vizsgálatot a hét költségkomponensre külön-külön végezzük el, így hét paraméter érzékenységvizsgálatát végezhetjük el.

Megjegyzés: ξ értékét szabadon adhatjuk meg a vizsgálatok során. A vizsgálatok során nem célszerű túl kicsi, vagy túl nagy értéket választani neki.

A vizsgálathoz tekintsük állandónak a telepítéshez tartozó egyéb paramétereket, mint a telephelyek gyártási kapacitása, a felhasználók igénye, beszállítók kapacitása. A mintafeladat vizsgálata során általában a

$$\xi = 0,1. \quad (110)$$

értéket használtam. Az ettől eltérő értékeket a konkrét vizsgálatnál jelzem.

Érzékenységvizsgálat során τ értékét változtathatjuk ($\tau = -m, K, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, m$). Válasszunk ezen értékek közül egy m^* értéket. Ekkor az érzékenységvizsgálat során megnézzük $2m^* + 1$ költségárány változatot. Ezzel egy táblázatot határozhatunk meg úgy, hogy a τ értékeit tüntetjük fel az oszlopokban és a vizsgált költségkomponenseket a sorokban.

Amennyiben a költségelemeket egy bázisköltséghez viszonyítva adtuk meg (mint a mintafeladatunkban), akkor

$$k_{ij} = \omega_{ij0} \cdot k_{i\alpha}. \quad (111)$$

A vizsgálat során meghatározzuk az ω_{ij0} értéket minden költségelemre és végigfuttatjuk a τ értékét, addig míg az optimális telepítés struktúrája nem változik (m^*). A kiértékelés során meghatározzuk azt az intervallumot ($\tau^A \leq \tau \leq \tau^F$, $\tau \in N$), melyen belül változtatva τ értékét a struktúra nem változik. Meghatározhatjuk minden költségelemre a

$$k_{ij} = k_{ij}(\tau) = (1 + \xi \tau) \omega_{ij0} k_{i\alpha} \quad (112)$$

értéket, és minden k_{ij} -re a költséghatárokat

$$k_{ij}^A = k_{ij}(\tau^A) \leq k_{ij} \leq k_{ij}^F = k_{ij}(\tau^F). \quad (113)$$

Ekkor elmondhatjuk, hogy ebben az intervallumban a telepítési változat optimális, azaz a költségelemek ilyen intervallumon történő változása nem igényel új telepítési változatot.

Az adott határok közötti értékekre felírhatunk egy táblázatot

A tesztadatokra végzett paraméter-érzékenységvizsgálatot a volumen érzékenységvizsgálata után ismertetem. A k'_{ij} értékeket megadtuk a tesztadatok során, a $\beta_{i\alpha}$ értékét is definiáltuk. A megadott intervallumban meghatározzuk az optimális telepítési változatot és a hozzájuk tartozó költségeket, azaz $K_{OPT} = K_{OPT}(\tau)$ is.

7.3.2. Volumen-érzékenységvizsgálat

A volumen vizsgálatát az előzőekhez hasonló módszerrel végeztem el. Feltételezzük, hogy a termékfajták változatlanok és a felépítésük is. A költségtényezőket most rögzítjük és így a bázishoz viszonyított költségarányok megegyeznek az alapesettel, azaz

$$\frac{k_{ij}}{k_{i\alpha}} = \omega_{ij0}. \quad (114)$$

Most a volumeneket változtatjuk arányosan. Ehhez vegyük az egyes volumenek hányadosát:

$$\frac{x_i^*}{x_i} = 1 + \xi \tau. \quad (115)$$

ahol x_i^* jelenti a vizsgálatban szereplő új volumenértékeket. Lépésköznök

$$\xi = 0,1 \text{ vagy } \xi = 0,01 \quad (116)$$

értékeket választottam ismét.

Ekkor ($\tau = -m, K, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, m$) értékeket vehet fel. Válasszunk a lehetséges m értékből m^* értéket a vizsgálathoz. Hasonlóan a paramétervizsgálathoz, itt is megkeressük a τ azon értékhatárait ($\tau^A \leq \tau \leq \tau^F$, $\tau \in N$), amelyen belül az optimális telepítési struktúra nem változik. Ezután meghatározhatjuk az

$$x_i^A = x_i^A(\tau) \leq x_i \leq x_i^F = x_i^F(\tau) \quad (117)$$

határértékeit úgy, hogy ezen az intervallumon belül változtatva a volumeneket az optimális megoldás struktúrája nem változik.

7.3.3. A mintafeladat paramétereinek érzékenységvizsgálata

Az alábbiakban elvégeztem néhány fontosabb paraméter érzékenységvizsgálatát. A vizsgált paraméterek a telepítési költség, a szállítási költség és a raktározási költség volt. Az érzékenységvizsgálathoz felhasználtam a heurisztikus algoritmus számítógépes programját is. Ahhoz, hogy a hatásokat szemléletesen is megmutathassam a mintafeladatot használtam fel a vizsgálat alapjául.

A vizsgálatban $\xi = 0,1$ illetve $0,01$ értékekkel vettem figyelembe, így τ értéke az első esetben $[-10; \infty)$ a második esetben $[-100; \infty)$ között változhat.

A telepítési költség

A telepítési költségek együttes változása a következő eredményre vezetett. A vizsgálathoz felhasználtam a következő összefüggést:

$$K_{k0}^T = K_{k0}^T(\tau) = (1 + \xi\tau)\omega_{ij0}k_{i\alpha}. \quad (118)$$

A mintafeladatban a $k_{i\alpha} = 300$ lesz. Ezek alapján $\omega_{ij0} = 10$ minden összeszerelő üzemre. A vizsgálatban a τ értékére az alábbi határokat kaptam:

$$-10 \leq \tau < 10. \quad (119)$$

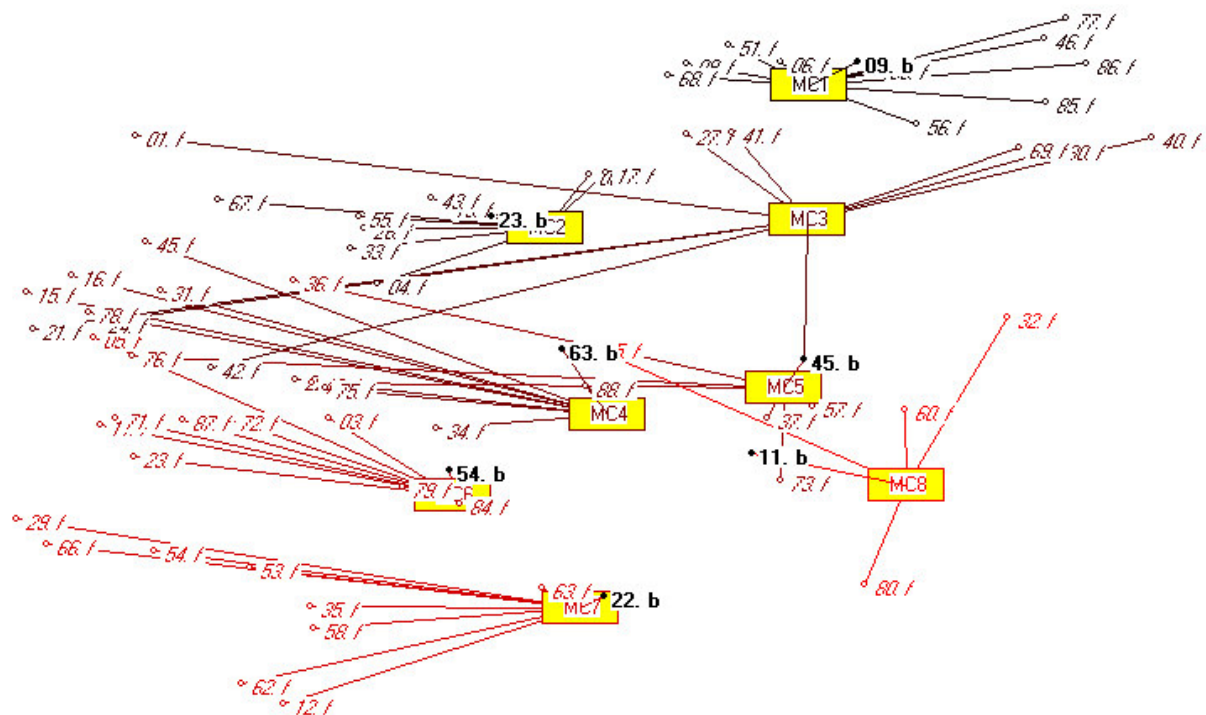
A telepítési költség

$$0 \leq K_{k0}^T \leq 318655k_0 \quad (120)$$

határok közt mozoghat úgy, hogy az optimális szerkezet nem változik. Ez azt jelenti, hogy a feladatban valójában telepítési költség csökkenése és növelése esetén is stabil az optimum. Csak irreálisan nagy telepítési költség esetén változik meg a szerkezet, ekkor 8 összeszerelő üzem kerülne telepítésre (új üzem és új hozzárendelés). A költségváltozás határai:

$$56900k_0 \leq K_{OPT}(\tau) \leq 366275k_0. \quad (121)$$

Az alábbi ábra $\tau > 10$ esetére az optimális telepítést mutatja:



24. ábra. A $\tau \geq 10$ értékhez tartozó 8 üzemes optimum

beszállító gyártási kapacitásának vizsgálati eredményeit mutatom meg. A beszállítók vizsgálatával nem foglalkoztam, mert analóg módon történik a két változó vizsgálatával.

Az MC6 összeszerelő üzem volumen érzékenységvizsgálata

A volumen érzékenység (115) összefüggésének felhasználásával és most $\xi = 0,01$ választásával határoztam meg az MC6-os üzem gyártási kapacitásának a határait.

$$-6 \leq \tau \leq 10. \quad (126)$$

Az alsó határt átlépve az F71-es felhasználó lecserélődik és így az üzemek száma ugyan nem változik, de a hozzárendelési struktúra igen. Hasonló a helyzet a felső határnál, ahol ebben az esetben az F42-es felhasználó átkerül az MC6-os üzemhez. A költségváltozás nem jelentős, az alsó határon költségnövekedés történt, a felső határon költségcsökkenés.

$$4700 \leq c_6^1 < 5400, \quad (127)$$

$$83640k_0 \leq K_{OPT}(\tau) < 84188k_0 \quad (128)$$

Megjegyzés. A vizsgálat alapvetően lehetőséget ad az összes üzem együttes arányos változásának a vizsgálatára, ekkor is hasonló eredményt kaptunk volna. A korábbi együttes vizsgálataim miatt választottam ki az MC6-os üzemet.

Az F32-es felhasználó volumen érzékenység vizsgálata

A felhasználót most $\xi = 0,1$ választásával vizsgáltam meg.

$$-10 \leq \tau \leq 50. \quad (129)$$

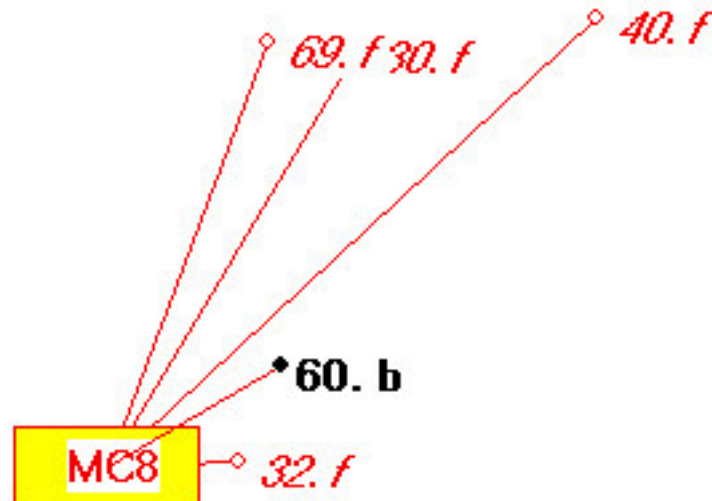
A költségváltozás:

$$0 \leq q_{32,1} < 1000, \quad (130)$$

$$83798k_0 \leq K_{OPT}(\tau) < 84013k_0 \quad (131)$$

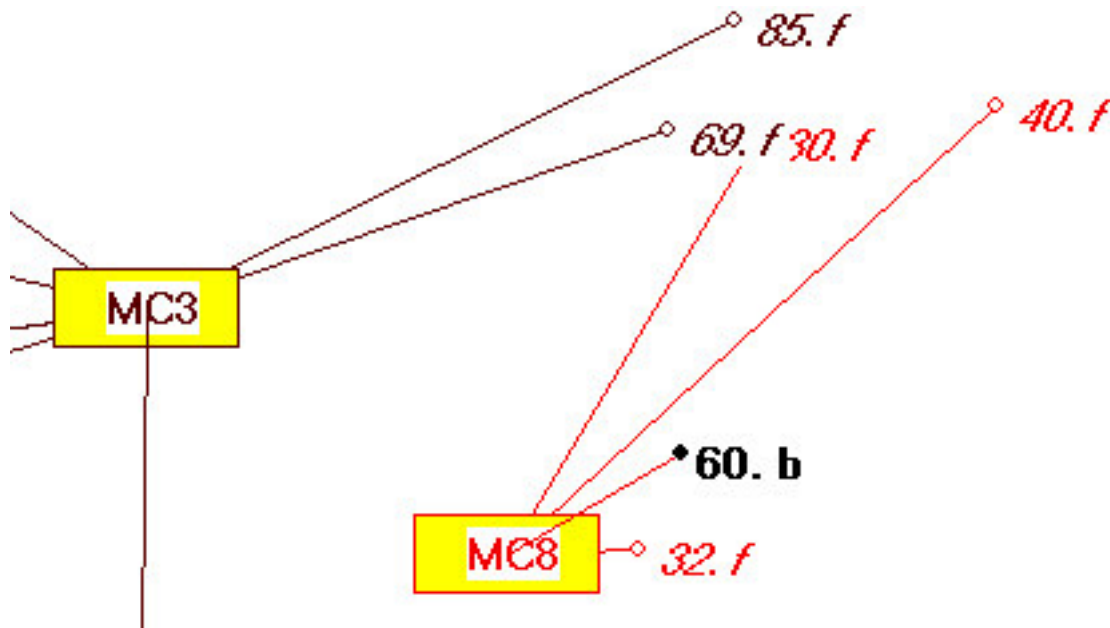
A kiindulási helyzetben a felhasználót a 8. üzemhez rendeltük hozzá. Az igényének csökkenése nem jelent változást, így a hozzárendelés változatlan marad. Az alaphelyzetben az MC8-as üzemhez a következő felhasználók rendelődtek hozzá (hozzárendelés változása új üzem telepítése nélkül):

Megjegyzés. Az üzemekhez hasonlóan itt is lehetőség van az összes felhasználó együttes arányos változtatására.



27. ábra. Az optimális hozzárendelés

Amennyiben növeljük az értékét 1 200 fölé, akkor az MC8-as telephely kapacitása telítődik és tovább növelve az értéket a hozzárendelés úgy változik meg, hogy a 69. felhasználó átkerül az MC3-hoz. Az új hozzárendelést mutatja a következő ábra:



28. ábra. Az új hozzárendelés

A vizsgálat beszállítók esetén is hasonlóan zajlik, így ettől eltekintek. Az eddigiekből is látszik, hogy az érzékenységvizsgálat a sok paraméter és változó miatt nagyon sok számítást és időt igényel, ezért ez a feladat számítógép nélkül nehezen oldható meg még a javasolt érzékenységvizsgálati módszerrel is. Célszerű számítógép használatakor is kiemelni a fontosabb paramétereket, változókat és azokra elvégezni a vizsgálatokat. Összességében

azonban elmondható, hogy a rendszernek az előzők szerinti érzékenységvizsgálata komoly támogatást ad az egyes telepítési változatok felhasználásáról, valamint képet kaphatunk a telepítési változat stabilitásáról és nem utolsósorban a rendszer belső szerkezetéről.

7.4. A logisztikai rendszerre általánosan levonható következtetések

Az előzőkben megvizsgáltam a telepítési problémát. Mint látható a rendszer jól modellezhető és a megalkotott modellhez megadható egy olyan módszer, mely kiválasztja az optimális telepítési változatot. A módszer tesztelésekor kapott eredmények minden esetben igazolták a valós eredményeket. Többször meglepő telepítési változatot és eredményt kaptam, ilyenkor a változat részletes elemzése igazolta, hogy az egyes paraméterek és változók szorosan összefüggnek és nem feltétlenül az adott extrém elemnél jelenik meg a telepítés során a váratlan jelenség. Ez egyúttal azt is mutatja is, hogy a rendszert csak komplexen szabad kezelni és csak azok a jellemzők kezelhetők külön fázisban, melyeknek nincs közvetlen hatása az adott fázisban. Ilyen jellegű szétválasztást alkalmaztam az első két fázis, valamint a harmadik fázis között. A logisztikai költségeken alapuló célfüggvény komponenseinek érzékenységvizsgálata, melyet több feladatra is megvizsgáltam igen érdekes eredményekre vezetett. Bár néhány alapesetet a fenti példában megmutattam, egész eltérő eredményeket hozott, már egészen kis paraméter változásra. Ez azt mutatja, hogy a költségfüggvényeket a gyakorlati probléma esetén megfelelő mélységgel kell kidolgozni, nem lehet elnagyoltan kezelni. Ez azt is jelenti, hogy egy ilyen probléma megoldása a gyakorlatban komoly előkészítés igényel megfelelő algoritmus esetén is.

8. Az eredmények hasznosítása, a továbbfejlesztés lehetőségei

Az értekezésben szereplő kutatás a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékén folyó kutatásokhoz csatlakozik. Az értekezés részeredményei már bekerültek a Tanszék több kutatási projektjébe.

A disszertációban szereplő eredmények jól hasznosíthatók a gyakorlatban, hiszen gyorsan fejlődő világunkban a multinacionális vállalatok gyors reagálását a piaci körülményekre csak objektív döntésekkel lehet megoldani. Az értekezésben kidolgozott eljárás nagyon jó eredményeket szolgáltat ilyen műszaki – gazdasági döntések meghozatalához.

1. Az értekezésben kidolgozott modell és optimalizálási módszer alkalmas egy új telepítés olyan megtervezésére, amelynél optimálisak a kívánt költségek, és a globalizáció pozitív hatásait használja fel.
2. A kapott eredmények jól hasznosíthatóak egy már meglévő telepítés objektív vizsgálatára is. Segítségével meghatározható, hogy melyik összeszerelő üzem termelését célszerű növelni, vagy csökkenteni. A vizsgálattal az is meghatározható, hogy szükség esetén hol kell újabb üzemet létesíteni, esetleg megszüntetni.
3. A módszer alkalmas a megfelelő beszállítók kiválasztására, így segítségével olcsóbb hazai beszállítók kereshetők, emellett kedvezőbb szállítási módszerek felhasználásával távolabbi piacok is felkutathatók.
4. Az érzékenységvizsgálatnál szereplő komponensek elemzésével megismerhető, hogy az összeszerelő üzemeknél milyen tényezőket kell erősíteni, melyekre kell különösen odafigyelni.
5. A téma jellegéből adódóan túlnő egy ország keretein, így alkalmas arra, hogy nemzetközi kutatási projektekből is felhasználható vegyen.

Az értekezés eredményei az oktatásban is jól felhasználhatók.

1. Miskolci Egyetemen a Globális logisztika (Eurologisztika) tantárgy anyagában jól felhasználható az értekezés anyaga.
2. A Budapesti Gazdasági Főiskola Pénzügyi és Számviteli Főiskolai Karán a Matematika – Statisztika Tanszék Operációkutatás II. tantárgyában felhasználásra került az értekezésben szereplő modell.

3. Szintén a BGF-en Matematikai modellezés tantárgyba is beépültek az értekezésben szereplő eredmények.

A rendszer több továbbfejlesztés lehetőséget is tartalmaz.

1. Más célfüggvény, vagy célfüggvények alkalmazása a modellben. Az értekezésben célfüggvényként költségfüggvényt használtam az optimalizáláshoz, azonban lehetőség van más célfüggvények használatára, esetleg több célfüggvény együttes vizsgálatára is.
2. A kidolgozott algoritmus hatékonyságának tovább fokozása. Ehhez érdemes volna pontosan megvizsgálni az algoritmus pontos lépésszámát, mely igazolná a módszer hatékonyságát és biztosítaná a javítás lehetőségét.
3. A téma kidolgozását eleve úgy végeztem el, hogy integrálható legyen egy, a globalizált termelést átfogó modellbe.

9. Összefoglalás

A kutatómunka fő célkitűzése a késleltetett összeszerelő üzemek logisztika orientált telepítésének elméleti megalapozása volt. Ezen belül megalkottuk a rendszer matematikai modelljét, valamint egy hatékony eljárási módszer került kidolgozásra. Ezzel a módszerrel a gyakorlatban lehetőség van a telepítés megkezdése előtt egy hatékony elemzésre.

Az értekezésemben kidolgozott új tudományos tételeket az alábbiakban foglalom össze:

Megvizsgálva a telepítési problémát és a megoldására irányuló törekvéseket, arra a következtetésre jutottam, hogy a probléma csak egy megfelelő modellsorozaton keresztül oldható meg. A műszaki – gazdasági modell megfogalmazása után egy új matematikai modell kidolgozásával, valamint egy új heurisztikus eljárás kifejlesztésével egy hatékony módszer adható meg.

Első tézis:

Meghatároztam a késleltetett összeszerelő üzemek telepítési jellemzőit, és a jellemzők felhasználásával meghatároztam a műszaki – gazdasági modellt. A modell elkészítéséhez megvizsgáltam a figyelembe vehető célfüggvényeket és ezek közül a logisztikai költségeken alapuló költségfüggvényt adtam meg. A költségfüggvényt öt fő komponensre bontottam szét és a vizsgálat során meghatároztam azokat a paramétereket, melyek a telepítés során jelentősen befolyásolják a költségkomponenseket. A modell felhasználásával elkészítettem a probléma matematikai modelljét. Ezzel a modellel lehetőség nyílt a probléma általános vizsgálatára, elvonatkoztatva a konkrét problémától. A vizsgálataim során megállapítottam, hogy a modell teljesen lefedi a kitűzött problémát. A matematikai modell lehetőséget adott arra, hogy meghatározzuk azokat a megoldási módszereket, amelyekkel a probléma kezelhetővé vált.

* * *

Második tézis:

A modellből kiindulva készítettem egy új, háromfázisú algoritmust a feladat megoldására. A szakirodalom szerint a problémakörnek nem létezik általános megoldása, ezért egy heurisztikus eljárást dolgoztam ki. A probléma vizsgálata során igazoltam, hogy az algoritmus véges lépésben véget ér. A módszer fázisainak fő lépései:

I. fázis: egy n_0 számú rögzített telephelyű összeszerelő üzemre a felhasználók és beszállítók optimális hozzárendelése a redukált költségfüggvény felhasználásával. Az algoritmus egy kezdeti elrendezés megadásából és egy javító algoritmusból épül fel. Ez az eljárás a teljes algoritmus magja.

II. fázis: a legjobb telepítési változat meghatározása az összes lehetséges n értékre. Ehhez minden konkrét n értékhez meg kell határozni a telepítési változatokat. A telepítési változatok meghatározása kis n számú lehetséges telephely esetén (pl. $n \leq 17$) az összes eset megvizsgálásával történik, nagyszámú lehetséges telephely esetén pedig genetikus algoritmus felhasználásával. Az egyes $n_0 = n$ értékekhez az optimális redukált költség meghatározása az I. fázis felhasználásával történik. A megoldás során a legjobb p számú optimumot és a legjobb p változatot megőrizzük.

III. fázis: A teljes költségfüggvény vizsgálata. Az előző fázisban kapott első optimális hozzárendeléshez meghatározzuk az optimális be- és kiszállítási ütemszámot, ebből adódnak az egy ütemben való beszállítások mennyiségei. Az ütemszámok meghatározásához négy csoportba soroljuk a beszállítókat és a felhasználókat, majd ez alapján határozzuk meg a teljes költséget. Ezután mind az összes p változatra meghatározzuk a teljes költséget. A p változat közül kiválasztjuk azt, amelyiknél a teljes költség minimális lesz. Ez a változat biztosítja a költségfüggvény szerinti optimumot.

* * *

Harmadik tézis:

Az első fázis hozzárendelési problémájához kidolgoztam egy másik megoldási módszert. Itt szintén a redukált költséget használtam fel. Az így megadott célfüggvényről megmutattam, hogy szeparálható függvény, és a komponensei konvexek. A módszer a célfüggvény szakaszonkénti linearizálására épül. Ezután a feladat egészértékű lineáris programozási feladatként megoldható szakaszonkénti célfüggvény vizsgálattal. A két módszer hatékonyságát megvizsgáltam és a kapott eredményeket összehasonlítottam. Mindkét módszer a megvizsgált esetekre ugyanazt az eredményt adta, azonban a heurisztikus algoritmus sokkal hatékonyabban működik. A módszerek vizsgálatához kifejlesztettem egy adatbázison alapuló számítógépes programot, mellyel a telepítési probléma hatékonyan vizsgálható.

* * *

Negyedik tézis:

A feladat optimális megoldása mellett fontos vizsgálatot képez, hogy az adott megoldás mennyire lesz stabil, azaz milyen értékhatárok között változtathatók az alapadatok úgy, hogy ne változzék a kapott optimális megoldás szerkezete. A feladat nagyon sok alapadattal rendelkezik. Az érzékenység vizsgálat a módszer jellegéből adódóan az ismert módszerek szerint nem végezhető el. Első lépésként meghatároztam azokat a változókat, amelyekre érdemes vizsgálatot végezni. Az elemzést két részre bontottam szét:

- paraméterek érzékenységvizsgálata
- volumenek érzékenységvizsgálata.

A feladatok érzékenységvizsgálatához egy olyan eljárást készítettem, amely a nagyszámú, közel azonos arányban változó paraméterek, valamint a volumenek vizsgálatára alkalmas. Mindkét vizsgálati esetben megnéztem, hogy meddig lehet változtatni a paramétereket, volumeneket úgy, hogy:

- a felhasználók és beszállítók hozzárendelése ne változzék,
- ne kelljen új összeszerelő üzemet telepíteni, vagy egy régit megszüntetni.

A mintafeladat legfontosabb jellemzőin keresztül bemutattam mind a paraméter, mind a volumen érzékenységvizsgálat módszerét és eredményeit. A megadott vizsgálati módszer alkalmas a rendszer belső struktúrájának a vizsgálatára is (pl. szűk-keresztmetszetek keresésére).

10. Köszönetnyilvánítás

Az értekezés a Miskolci Egyetem Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola Anyagáramlás és logisztika alprogramja keretében készült.

Szeretnék köszönetet mondani mindazoknak, akik munkájukkal, segítségükkel hozzájárultak a disszertáció megírásához. Mint egyéni képzésben résztvevő nagyon sok támogatást kaptam az Anyagmozgatás és Logisztika Tanszék munkatársaitól, akik mindenben készségesen rendelkezésemre álltak. Szintén köszönetet szeretnék mondani az Informatikai Intézet dolgozóinak, különösen *Dr. Tóth Tibor* professzor úrnak az önzetlen segítségért.

Köszönetemet szeretném kifejezni az Örökmécs Bt. vezetőjének, *Burger Ferencnek*, aki a Delphi fejlesztőeszközt a rendelkezésemre bocsájtotta.

És végezetül külön szeretnék köszönetet mondani *Dr. Cselényi József* professzor úrnak, aki végig irányította a munkámat és folyamatosan tanácsokkal, új eredményekkel látott el. Nélküle nem készülhetett volna el az értekezés.

11. Irodalomjegyzék

11.1. Disszertációhoz kapcsolódó publikációk:

- [A1] **M. Gubán M., Fucskó J., Rádi Gy.:** *Efficient Information Handling System for ICP/MS and Other Analytical Instruments*. Final Program Book of Abstracts Austin, Texas. p 335.
- [A2] **Gubán M.:** *Graph Theoretic Algorithms for Cluster Analysis and Application for Recognition of Analytical Instruments*. Analele Universităţii Din Oradea. Fascicola ELECTROTECHNICĂ Secţiunea: F. 27 - 29 MAI 1999. Băile Felix, România ISSN-1223-2106. pp 60-65.
- [A3] **Cselényi J., Gubán M.:** *Heuristic algorithm for establish of delayed assembling plants oriented by logistics 3rd*. International conference of PhD Students Engineering sciences Vol I. 13-19 August 2001. pp 71-76.
- [A4] **Cselényi J., Gubán M.:** *Model for establish of delayed assembling plants oriented by logistics*. MISKOLCI BESZÉLGETÉSEK 2001. nemzetközi konferencia. 2001. szeptember 13-14. Miskolc ISBN 963 661493 8. pp 77-83
- [A5] **Cselényi J., Gubán M.:** *Mathematical model and heuristic algorithm to establish delayed assembling plants oriented by logistics*. Miskolcer Gespräche 2001. nemzetközi konferencia. 2001. szeptember 13-14. Miskolc ISBN 963 661493 8. pp 84-88
- [A6] **Cselényi J., Gubán M.:** *Mathematical model and heuristic algorithm to establish delayed assembling plants oriented by logistics*, in T. Bányai, J. Cselényi: modelling and optimisation of logistic systems. Theory and practice, ISBN 963 661 510 1. pp 58-69
- [A7] **Gubán M., Cselényi J.:** *Computer Analysis of a Heuristic Model for Optimal Logistic Oriented Establishing of Delayed Assembling Plants*. MicroCAD 2003 International Scientific Conference 6-7 March 2003.
- [A8] **Gubán M., Cselényi, Vadász D.:** *Comparing method of mathematical programming and heuristic method to establish delayed assembly plants oriented by logistics and*

examination of these methods. 4th Workshop on European Scientific and Industrial Collaboration 2003. May 28-30. pp 87-94

- [A9] **Gubán M., Cselényi J.:** *Complete method of establishing delayed assembly plants oriented by logistics with total cost function* Miskolczi Konferenciák 2003. 2003. szeptember 13-14. Miskolc ISBN 963 661 595 0. pp 207-212

Magyar nyelvű publikációk

- [A10] **Cselényi J., Gubán M.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztika orientált telepítésére szolgáló matematikai modell.* Doktoranduszok fóruma. Miskolc, 2000. október 30. Gépészmérnöki kar szekciókiadványa. pp. 19-24.
- [A11] **Cselényi J., Gubán M., Kovács L.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztikával orientált telepítésére szolgáló módszerek.* Magyar Tudomány Napja 2000. alkalmából tartott előadások összefoglalói. (2000. november 6-7. BGF PSZF.) p. 43.
- [A12] **Cselényi J., Gubán M.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek optimális telepítésének heurisztikus algoritmusa.* Nógrádi gondolatok (INFOPROG 2001) nemzetközi konferencia előadásainak összefoglalója (2001. április 20.) pp 10-14.
- [A13] **Cselényi J., Gubán M.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztika orientált optimális telepítését befolyásoló tényezők és a telepítés heurisztikus algoritmusa.* Doktoranduszok fóruma. Miskolc, 2001. november 6. Gépészmérnöki kar szekciókiadványa. pp. 64-69.
- [A14] **Gubán M., Gubán Á.:** *Többfokozatú szállítási probléma I fázisa.* (tanulmány, 2002.)
- [A15] **Cselényi J., Gubán M.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztikaorientált optimális telepítését befolyásoló tényezők és a telepítés heurisztikus algoritmusa.* BGF Tudományos évkönyv 2001. ISBN 963 394 466 X. pp 236-241
- [A16] **Cselényi J., Gubán M.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztika-orientált optimális telepítésének matematikai modellje és a telepítés egy heurisztikus algoritmusa.* Gépgyártás 2002. 7.-8. INDEX: 25344 ISSN 1587-4648. pp. 9-19.
- [A17] **Gubán M. - Gubán Á.** *Egy fuvarozási vállalat szállítmányozási feladatának matematikai modellje és tervezett megoldási algoritmusa* "Globalitás és vállalkozás" Tudomány napja. BGF Budapest 2001. november 9.

- [A18] **Gubán M. - Gubán Á.:** *Egy szállítmányozási probléma többfokozatú megoldása.* Módszertani Szimpózium BGF-KVIFK 2002. január 16.
- [A19] **Gubán M.:** *Többfokozatú szállítmányozási probléma II. és III. fázisa.* INFOPROG 2002. 2002. április 14. Filakovo
- [A20] **Gubán M., Cselényi J.:** *Késleltetett összeszerelő üzemek beszállítóinak és felhasználóinak optimális hozzárendelését megadó egészértékű Lp modell és a modell vizsgálata.* 2002. november 5-6. Doktoranduszok fóruma, Miskolci Egyetem. pp 80-91.

11.2. Felhasznált irodalom

- [B1] **Gubán M.:** *Szállítási feladat* (PSZF, 1999. F.SZ. 592)
- [B2] **Eugen L. Lawler:** *Kombinatorikus optimalizálás: hálózatok és matroidok* (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1982)
- [B3] **Cselényi J., Bányainé Tóth Á.:** *A késleltetett összeszerelés logisztikai láncának modellezése.* Logisztikai évkönyv. 2001 pp.19-28.
- [B4] **Cselényi J., Bányainé Tóth Á.:** *Virtuális logisztikai vállalatok és klaszterek a beszállítói tevékenység támogatására.* Miskolci Egyetem
- [B5] **Bányai T.:** *Mobilrobotos egységrakományképző és osztályozó rendszerek tervezési módszerei.* Miskolci Egyetem, 1999. Ph.D. értekezés
- [B6] **Bányainé Tóth Á.:** *A „Just in time” beszállítási rendszer tervezési módszerei.* Miskolci Egyetem, 1999. Ph.D. értekezés
- [B7] **Knoll I.:** *Logisztika-Gazdaság-Társadalom.* Kovásznai Kiadó, Budapest, 2002. ISBN 963 86194 3 0
- [B8] **Cselényi J., Illés B.:** *A beszállítók működése és a kapcsolódó logisztikai rendszerek és módszerek hogyan befolyásolják a termelés globalizációját.* Transpack
- [B9] **Cselényi J., Illés B.:** *Miért kap a logisztika kulcsszerepet a globalizált világban? A globalizáció kihívásai a logisztika és a környezetvédelem területén című konferencia.* Bay Logi Miskolc, 2002. 12. 04.
- [B10] **Kuhn, Tucker:** *Nonlinear Programming.* – Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1951

- [B11] **Fazekas F.:** *Matematikai programozás.* Műszaki matematikai gyakorlatok. tankönyvkiadó, Budapest, 1967. pp. 280-298.
- [B12] **Jándy G.:** *Új ipari létesítmények optimális telepítésének matematikai módszerei.* (ÉM. Számgép), Budapest 1964.
- [B13] **Asszonyi, Forrai:** *Ipari és bányászati létesítmények optimális telepítési helyének meghatározása a szállítási költségek minimuma alapján.* – Műszaki Élet Tatabányán VII (1965) 2. sz.
- [B14] **Tóth T.:** *Tervezési elvek, modellek és módszerek a számítógéppel integrált gyártásban.* Miskolci Egyetem
- [B15] **Cselényi J.:** *Mi a logisztika?* Természettudományi közlöny 129. évf. 10. füzet pp 445-449
- [B16] **Cselényi J.:** *Mi a logisztika?* Természettudományi közlöny 129. évf. 11. füzet pp 509-512
- [B17] **Cselényi J., Bányainé Tóth Á.:** *A késleltetett összeszerelés logisztikai láncának modellezése.* Logisztikai évkönyv 2001. pp 19-28
- [B18] **Cselényi J., Illés B.:** *Késleltetett (kihelyezett) összeszerelés gazdaságosságát befolyásoló logisztikai tényezők vizsgálata*
- [B19] **Cselényi J., Bálint R.:** *Ipari Parkoknál jelentkező logisztikai feladatok és azok új fejlődés pályái.* Transpack Magazin csomagolásról, anyagmozgatásról és a logisztika további területeiről. II. évf. 3. szám 2002. június pp 28-29
- [B20] **Cselényi J., Bálint R.:** *Ipari parkoknál jelentkező logisztikai feladatok és azok új fejlődés pályái II. rész.* Transpack Magazin csomagolásról, anyagmozgatásról és a logisztika további területeiről. II. évf. 4. szám 2002. szeptember pp 24-26
- [B21] **Cselényi J., Illés B.:** *Examination of logistic parameters with an influence on cost efficiency in delayed (relocated) assembly.* European Integration Studies. Miskolc Vol. 2. Number 1. (2003) pp. 143-153
- [B22] **Cselényi J., Tóth T.:** *Hálózatszerűen működő logisztikával integrált termék összeszerelést végző rendszer optimalizálására szolgáló matematikai modell.* Gépgyártás. XLI. évf. 7-8 szám. pp 51-61.

- [B23] **Bányai T., Cselényi J.:** *Modelling and optimization of logistic systems II. Theory and practice.* ISBN 963 661 510 1, Miskolc, 2001. pp 180.
- [B24] **Cselényi J., Bányai Á., Vernyik A.:** *Optimisation of an integrated supply and assembly schedule.* 12th International IPSERA Conference 2003. Budapest. pp 549-556
- [B25] **Cselényi J., Tóth T.:** *Some question of logistics in the case of holonic production systems.* Journal of Intelligent Manufacturing (1998) 9. pp 113-118.
- [B26] **Cselényi . Illés B.:** *Miért kap a logisztika kulcsszerepet a globalizált világban?* Bay Logi Miskolc 2002. 12. 04.
- [B27] **Alderson, Wroe:** *Marketing efficiency and the Principle of Postponement.* Cost and Profit Outlook, (september 1950.) p.3
- [B28] **Bucklin, Louis P.:** *Postponement, Speculation, and the Structure of Distribution Channels.* Journal of Marketing Research, Vol. 2. february 1965) p. 27.
- [B29] **E. Feitzinger, H. L. Lee, C. Billington, and B. Carter:** *Hewlett-Packard Gains Control of Inventory and Service through Design for Localization.* Interfaces, (July-August, 1993), pp. 1-11.
- [B30] **W. Zinn, D. J. Bowersox:** *Planning Physical Distrinution with the Principle of Postponement.* Journal of Business Logistics. Vol. 9, No. 2. (1988), pp. 117-136
- [B31] **H. L. Lee, C. Billington, B. Carter:** *Hewlett-Packard Gains Control of Inventory and Service through Design fo Localization.* Interfaces, (July-August, 1993), pp. 1-11.
- [B32] **H. L. Lee:** *Effective Inventory and Service Management Through Product and Progress Redesign.* Operation Research, (January, 1996), pp. 151-159.
- [B33] **H. L. Lee, C. S. Tang:** *Modeling the Cost and Benefits of Delayed product Differentiation.* Management Science, No. 1 (1997), pp. 40-53.
- [B34] **J. D. Pagh, M. C. Cooper:** *Supply Chain Postponement and speculation Strategy: How to Choose the right Strategy.* Journal of Business Logistics. Vol. 19, No. 2 (1998), pp. 13-23
- [B35] **R. Mason-Jones, D. R. Towill:** *Using the Information Decoupling Point to Improve Supply Chain Performance.* The Interbational Journal of Logistics Management. Vol. 10. No. 2 (1999) pp. 13-26.
- [B36] **Hillier – Lieberman:** Bevezetés az Operációkutatásba. LSI Oktatóközpont. Budapest

- [B37] **A. Yossi, A. Federgruen:** *The Benefits of Design for Postponement. Quantitative Models for Supply Chain Management.* S. Tayur, R. Ganeshan and M. Magazine, eds, Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, (1999) pp. 555-584.
- [B38] **M. E. Johnson, E. Anderson:** *Postponement Strategies for Channel Derivates. The International Journal of Logistics Management.* Vol. 11, No. 1 (2000)
- [B39] **Csernyák L.:** *LP feladatok posztóptimális vizsgálata és paraméteres programozás.* Pénzügyi és Számviteli Főiskola, Budapest 1998.
- [B40] **Reves, C.R.:** *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems* (Oxford, Blackwell Scientific. 1993.
- [B41] **M. Braglia, R. Gabrielli:** *A Genetic Approach for Setting Parameters of Reorder Point Systems.* International Journal of Logistics: Research and Applications Vol. 4, No. 3 2001. pp 345-358.
- [B42] **Cselényi J., Hujter M., Illés B., Bodoróczki I.:** *Optimális útvonal-meghatározás adott szállítópálya esetén.* MicroCad '92, Kiadvány I. kötet pp. 121-128
- [B43] **Cselényi J., Kovács L., Szabó I.:** *Számítógépes tervezési eljárás a rugalmas anyagmozgatási rendszer néhány tipusesetére.* II. Országos Anyagmozgatási Konferencia, Budapest, 1986 MTESZ KAB pp.: 325-336.
- [B44] **W. Großensallau:** *Materialflußrechnung.* Springer-Verlag, 1984.
- [B45] **R. Jünemann:** *Materialfluss und Logistik.* Springer-Verlag, 1989.
- [B46] **H. Chr. Pfohl:** *Logistiksysteme.* Springer-Verlag, 1985.
- [B47] **J. L. Devore:** *Probability and Statistics for Engineers and Sciences,* Belmont, CA: Wadsworth Inc, 1982.
- [B48] **A. M. Law, W. D. Kelton:** *Simulation Model and Analysis,* 2nd Edition, New York, NY: John Wiley and Sons, 1998.
- [B49] **Csernyák L., Gubán M.:** *Linerási programozás,* PSZF- Phare, Budapest, 1997.
- [B50] **M. Kloth:** *Exist – ein Expertensystem für die innerbetriebliche Standortplanung.* Expertsysteme '87, German Chapter of ACM, Teubner Verlag, Stuttgart, 1987.
- [B51] **Tokody J.:** *Korszerű logisztikai információs rendszerek.* Logisztikai évkönyv 2001. pp. 121-127.

- [B52] **Cselényi J., Tóth T.:** *Mathematical Model for Optimization of a Product Assembly system Integrated by Logistics and Operating in a Network-Like Way*. Proc. of WESIC 2001, University of Twente, The Netherlands, 27-29 June 2001. pp. 81-92.
- [B53] **Kovács Á. E.:** *A beruházások gazdasági előkészítése, megítélése*. Internet.
- [B54] **A. Weber:** *Über den Standort der Industrien*. 1909. Tübingen.
- [B55] **J. R. Birge:** *Introduction to Stochastic Optimization in Supply Chain and Logistic Optimization*. Northwestern University. IMA Tutorial, Stochastic Optimization 2002. September
- [B56] **G. Blanchard, G. Lugosi, N. Vayatis:** *On the rate of convergence of regularized boosting classifiers*. october, 2003 Journal of Machine Learning Research 4
- [B57] **Ballou R.H.:** *Business logistics management: planning, organizing and controlling the supply chain*. Prentice-Hall, 1999
- [B58] **K. R. Smilowitz and C. F. Daganzo:** *Cost Modeling and Design Techniques for Integrated Package Distribution Systems*. June 27, 2002
- [B59] **Daskin, M. S.:** *Logistics: An overview of the state of the art and perspectives on future research*. Transportation Research, 1985. 19A(5/6), pp. 383—398.
- [B60] **Eilon, S., Watson-Gandy, C. T., and Christofides, N.:** *Distribution Management*. Griffin, London. 1971.
- [B61] **Erera, A. L.:** *Design of Logistics Systems for Uncertain Environments*. PhD dissertation, University of California, Berkeley, Institute of Transportation Studies. 2000.
- [B62] **Hall, R.:** *Discrete models/continuous models*. Omega, International Journal of Management Science, 14, 1986. 213—220.
- [B63] **Demilie L., B. Jourquin and M. Beuthe:** *A sensitivity analysis of transportation modes market shares on a multimodal network: the case of dry bulk transports between Benelux, Germany and Spain*, Networks in Transport and Communications, a Policy Approach, Capineri Ch and Rietveld P, Ashgate 1997.
- [B64] **Daganzo, C. F., Erera, A. L.:** *On Planning and Design of Logistics Systems for Uncertain Environments*. University of California, Berkeley January 5, 1999
- [B65] **Daganzo, C. F.:** *Logistics Systems Analysis*. Springer, New York. 1999.

- [B66] **Daganzo, C. F. and Newell, G. F.:** *Configuration of physical distribution networks.* Networks, 16, 1986. pp. 113—132.
- [B67] **Daganzo, C. F. and Smilowitz, K.:** *Asymptotic solutions to the balanced transportation problem of linear programming.* Working paper, University of California at Berkeley. 2000.
- [B68] **Hall, R.:** *Dispatching regular and express shipments between a supplier and manufacturer.* Transportation Research B, 23B(3), 1989. 195—211.
- [B69] **Magnanti, T. and Wong, R.:** *Network design and transportation planning: Models and algorithms.* Transportation Science, 18(1), 1984. pp. 1—55.
- [B70] **Nemhauser, G. and Wolsey, L.:** *Integer and Combinatorial Optimization.* Wiley, New York. 1999.
- [B71] **Newell, G.:** *Scheduling, location, transportation, and continuum mechanics: some simple approximations to optimization problems.* SIAM, Journal of Applied Mathematics, 25, 1973. pp. 346—360.
- [B72] **Simchi-Levi, Kaminsky:** *Logistic Network Configuration.* McGraw-Hill/Irwin. 2003.
- [B73] **Zambó János:** *Bányászati telepítések analitikája.* Műszaki Könyvkiadó. Budapest. 1960.
- [B74] **Gubán Ákos – Cselényi József:**

Mellékletek

1. Alapadatok

$$z = 8; p_0 = 88; r_0 = 64 + 1$$

1.1. sz. melléklet. A termékek felépítési mátrixa (A mátrix)

	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
A01	2							
A16	3							
A20	2			2				
A22	1					1		1
A24	3				3			
A06		1	1			1		
A10		3	3	3		3		
A11		3						
A23		1				1		
A18			6		6			
A19			2					
A05				1			1	
A17				6				
A09					4		4	
A13					5			
A12							5	
A21							1	
A04								3
A07								2
A25								3

1.2. sz. melléklet. A lehetséges telephelyek (T_I mátrix és a C^V_H)

Kód	Név	X	Y					
447	01. L1	17668	7642					
650	02. L2	19499	7707					
1219	03. CS	16833	6264					
1438	04. SZ	19485	6356					
2004	05. M1	17472	4374					
2440	06. M2	19250	4651					
2695	07. SL	15898	3561					
2809	08. HO	17196	2415					
2920	09. RO	20974	5335					
9805	10. BU	20490	3669					
Telephely	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
01. L1	6000	6000	4000	7000	5000	6000	3000	5000
02. L2	5000	8000	4000	4000	3000	9000	5000	5000
03. CS	4000	4000	8000	9000	8000	4000	4000	7000
04. SZ	5000	7000	4000	4000	4000	7000	8000	8000
05. M1	5000	5000	7000	5000	3000	3000	4000	5000
06. M2	4000	4000	3000	3000	6000	4000	9000	5000
07. SL	5000	3000	3000	8000	3000	3000	3000	8000
08. HO	5000	8000	7000	8000	4000	5000	6000	4000
09. RO	3000	9000	9000	6000	9000	8000	3000	9000
10. BU	5000	9000	3000	4000	5000	4000	5000	6000
Kapacitás	47000	63000	52000	58000	50000	53000	50000	62000

1.3. sz. melléklet. Felhasználók alapadatai

Kód	Név	X	Y	Kód	Név	X	Y
F01	01. f	12683	7204	F45	45. f	12799	6124
F02	02. f	18258	7208	F46	46. f	21884	8182
F03	03. f	14652	4342	F47	47. f	15920	6588
F04	04. f	15139	5710	F48	48. f	14481	4707
F05	05. f	12264	5164	F49	49. f	18753	7909
F06	06. f	19221	7945	F50	50. f	20226	7881
F07	07. f	11770	6453	F51	51. f	18694	8115
F08	08. f	17281	6807	F52	52. f	12322	4116
F09	09. f	18274	7932	F53	53. f	13842	2829
F10	10. f	14887	1458	F54	54. f	12873	3007
F11	11. f	12330	4277	F55	55. f	14952	6379
F12	12. f	14185	1452	F56	56. f	20592	7315
F13	13. f	12666	4926	F57	57. f	19547	4455
F14	14. f	19719	7881	F58	58. f	14493	2213
F15	15. f	11581	5626	F59	59. f	13989	1969
F16	16. f	12048	5781	F60	60. f	20477	4435
F17	17. f	17456	6820	F61	61. f	12765	7153
F18	18. f	17118	5334	F62	62. f	13766	1649
F19	19. f	15825	6487	F63	63. f	16812	2624
F20	20. f	19280	7640	F64	64. f	14887	1292
F21	21. f	11654	5244	F65	65. f	17322	5050
F22	22. f	14308	4742	F66	66. f	11793	3069
F23	23. f	12678	3945	F67	67. f	13516	6548
F24	24. f	12313	5304	F68	68. f	18075	7810
F25	25. f	21690	6755	F69	69. f	21631	7086
F26	26. f	14997	6267	F70	70. f	21727	7304
F27	27. f	18258	7208	F71	71. f	12483	4335
F28	28. f	11269	4308	F72	72. f	13648	4326
F29	29. f	11481	3327	F73	73. f	19219	3714
F30	30. f	22004	7069	F74	74. f	16346	5809
F31	31. f	12952	5628	F75	75. f	14605	4645
F32	32. f	21506	5358	F76	76. f	12648	4972
F33	33. f	14864	6057	F77	77. f	22106	8384
F34	34. f	15737	4237	F78	78. f	12221	5411
F35	35. f	14458	2434	F79	79. f	15394	3654
F36	36. f	14294	5736	F80	80. f	20060	2667
F37	37. f	19085	4349	F81	81. f	15428	2264
F38	38. f	17262	6310	F82	82. f	18260	4458
F39	39. f	13506	2545	F83	83. f	12225	2676
F40	40. f	22981	7185	F84	84. f	15963	3482
F41	41. f	18730	7230	F85	85. f	21911	7535
F42	42. f	13459	4861	F86	86. f	22319	7925
F43	43. f	15674	6570	F87	87. f	13170	4328
F44	44. f	21423	5217	F88	88. f	17242	4663

1.4. sz. melléklet. A felhasználók igénye az egyes termékekből (Q mátrix)

	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
F01	400	200	300	800	700	700	800	900
F02	200	800	0	0	200	600	400	400
F03	300	200	300	300	700	400	0	0
F04	400	400	700	400	900	600	700	0
F05	900	0	300	500	0	900	700	500
F06	300	200	0	500	700	400	600	500
F07	0	600	0	200	400	800	800	800
F08	300	700	0	900	0	400	600	0
F09	500	400	800	600	600	0	0	400
F10	0	300	400	200	900	300	900	0
F11	300	0	700	0	200	300	200	300
F12	300	300	300	700	800	600	300	500
F13	0	0	300	800	400	200	300	0
F14	0	900	800	800	0	500	200	400
F15	700	700	700	0	300	300	200	800
F16	400	200	600	400	0	400	900	0
F17	900	0	300	200	800	0	0	200
F18	0	700	700	900	700	0	200	400
F19	700	700	900	300	800	400	0	700
F20	0	0	900	600	600	0	400	300
F21	900	900	600	800	500	0	400	400
F22	800	300	700	900	600	0	900	300
F23	300	200	0	600	800	200	600	300
F24	900	600	700	600	300	0	200	0
F25	0	400	0	300	0	800	200	400
F26	400	700	0	800	600	700	500	600
F27	200	800	700	800	0	500	800	0
F28	0	900	0	800	700	900	300	0
F29	800	400	800	600	500	600	700	700
F30	900	400	0	200	300	600	600	900
F31	800	900	300	0	600	400	300	500
F32	200	400	600	400	500	900	600	0
F33	200	600	0	400	500	300	0	700
F34	500	0	500	700	200	800	0	600
F35	400	0	300	200	500	400	800	900
F36	600	300	600	800	800	400	600	500
F37	900	800	900	0	700	300	800	0
F38	0	600	600	700	900	200	400	200
F39	0	600	300	900	800	500	300	600
F40	700	600	600	500	700	300	0	700
F41	200	300	800	0	0	600	300	800
F42	300	0	700	500	500	700	500	900
F43	400	0	0	0	700	600	700	300
F44	0	300	600	900	500	200	200	800
F45	200	500	700	400	900	600	900	300
F46	200	300	200	900	800	0	900	0
F47	0	200	300	500	0	900	600	200
F48	900	300	800	0	700	500	900	0
F49	0	0	800	0	800	200	800	200
F50	800	200	300	0	0	500	400	700
F51	500	800	0	0	400	800	700	0
F52	0	900	500	0	0	400	800	500
F53	600	200	400	0	800	0	0	500
F54	300	900	400	700	800	900	0	900
F55	300	900	0	900	400	400	0	500
F56	500	0	0	200	200	300	400	0

	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
F57	700	400	0	300	500	0	200	300
F58	700	400	0	400	0	500	900	0
F59	0	900	500	700	600	900	0	700
F60	800	700	400	600	0	500	600	800
F61	0	800	400	300	200	400	200	900
F62	800	600	400	700	300	300	200	300
F63	300	0	400	800	700	0	800	500
F64	0	400	800	0	500	0	600	600
F65	900	800	300	0	300	800	0	400
F66	800	400	900	800	200	900	200	700
F67	300	500	900	0	400	500	700	700
F68	500	900	500	0	800	800	300	200
F69	200	300	900	500	700	600	300	0
F70	0	0	300	900	400	200	300	0
F71	900	300	400	900	600	500	300	300
F72	600	0	300	400	800	200	900	700
F73	600	800	0	0	600	500	600	800
F74	0	800	400	200	200	600	0	900
F75	400	0	200	600	400	700	0	800
F76	200	700	900	500	400	0	500	500
F77	600	200	900	800	600	500	900	800
F78	400	900	400	800	400	200	900	800
F79	300	0	900	0	900	300	700	800
F80	400	400	500	300	800	200	400	800
F81	0	800	300	200	0	400	600	0
F82	0	800	700	400	500	0	900	900
F83	0	300	700	0	900	200	500	800
F84	600	200	300	900	700	900	400	0
F85	400	300	700	400	700	400	0	200
F86	700	700	900	800	0	600	200	800
F87	700	0	0	800	800	700	900	400
F88	700	200	300	300	0	800	800	300
Össz	34800	38000	39200	39400	42600	38300	40100	38700

1.5. sz. melléklet. Beszállítók alapadatai

Kód	Név	X	Y	Kód	Név	X	Y	Kód	Név	X	Y
B01	01. b	18380	2622	B22	22. b	17435	2537	B43	43. b	13209	4940
B02	02. b	20591	7371	B23	23. b	16297	6377	B44	44. b	12743	6233
B03	03. b	13337	4116	B24	24. b	17281	6807	B45	45. b	19459	4937
B04	04. b	15030	2210	B25	25. b	15485	4197	B46	46. b	12686	5242
B05	05. b	13143	5449	B26	26. b	14590	2121	B47	47. b	17922	5136
B06	06. b	14723	4992	B27	27. b	21645	6657	B48	48. b	21908	7453
B07	07. b	13371	4390	B28	28. b	12322	4116	B49	49. b	12181	4953
B08	08. b	18395	7582	B29	29. b	19888	8797	B50	50. b	12073	3516
B09	09. b	20007	7943	B30	30. b	13913	2860	B51	51. b	14941	2344
B10	10. b	20659	5478	B31	31. b	18456	4930	B52	52. b	16656	2156
B11	11. b	18923	3992	B32	32. b	15926	6193	B53	53. b	17452	6656
B12	12. b	16040	1855	B33	33. b	14924	3461	B54	54. b	15874	3821
B13	13. b	11844	5866	B34	34. b	15223	3996	B55	55. b	11637	3558
B14	14. b	18841	8155	B35	35. b	13463	5567	B56	56. b	11575	5685
B15	15. b	15721	7063	B36	36. b	16322	3505	B57	57. b	14511	5180
B16	16. b	12226	4935	B37	37. b	13290	5749	B58	58. b	11653	5584
B17	17. b	19322	5186	B38	38. b	11533	3709	B59	59. b	19191	7034
B18	18. b	14889	2065	B39	39. b	12938	6689	B60	60. b	21689	5760
B19	19. b	12686	5242	B40	40. b	16096	3253	B61	61. b	16980	5441
B20	20. b	20651	7821	B41	41. b	20317	8101	B62	62. b	12861	5878
B21	21. b	12799	4100	B42	42. b	13258	5149	B63	63. b	17012	5040
								B64	64. b	18065	684

1.6. sz. melléklet. Az egyes beszállítók gyártókapacitása (B mátrix)

	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18
	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25											
B01	8000	12000	11000	1000	12000	7000	0	2000	3000	2000	10000	11000	0	8000	10000	15000	0	0
	7000	1000	8000	12000	3000	11000	2000											
B02	1000	0	11000	15000	0	3000	2000	15000	16000	15000	0	3000	16000	13000	14000	8000	4000	9000
	5000	0	16000	13000	4000	10000	6000											
B03	10000	16000	15000	1000	0	16000	6000	12000	8000	1000	14000	7000	12000	0	3000	0	4000	8000
	12000	15000	10000	3000	11000	0	10000											
B04	13000	7000	4000	2000	9000	6000	5000	7000	3000	9000	16000	6000	0	13000	5000	12000	16000	6000
	0	3000	8000	8000	8000	6000	14000											
B05	0	11000	1000	1000	9000	15000	10000	0	0	10000	10000	14000	9000	10000	0	13000	8000	6000
	10000	14000	13000	2000	11000	1000	3000											
B06	2000	2000	5000	15000	6000	0	14000	3000	0	7000	5000	6000	11000	13000	11000	4000	8000	0
	8000	10000	15000	10000	0	12000	1000											
B07	4000	3000	0	8000	11000	0	1000	2000	4000	13000	0	6000	3000	11000	0	16000	3000	0
	4000	0	0	7000	11000	16000	0											
B08	3000	0	16000	0	7000	11000	3000	4000	1000	0	5000	7000	1000	11000	4000	12000	0	0
	0	16000	15000	13000	15000	0	16000											
B09	120000	11000	1000	7000	0	0	0	4000	13000	0	10000	4000	2000	0	0	600000	6000	1000
	5000	130000	9000	90000	4000	0	1000											
B10	0	16000	0	11000	4000	16000	2000	4000	16000	3000	5000	0	0	7000	10000	8000	15000	2000
	9000	0	6000	2000	2000	13000	0											
B11	110000	11000	0	0	8000	6000	11000	12000	8000	1000	10000	0	0	1000	14000	100000	5000	0
	2000	130000	1000	120000	1000	100000	4000											
B12	12000	0	7000	0	10000	15000	15000	6000	11000	13000	14000	0	0	9000	15000	0	2000	14000
	15000	14000	0	13000	3000	9000	1000											
B13	0	0	2000	12000	15000	7000	1000	14000	10000	14000	4000	15000	0	11000	12000	11000	3000	13000
	9000	11000	7000	5000	0	5000	4000											
B14	2000	0	10000	8000	14000	11000	15000	0	1000	7000	0	16000	0	10000	14000	0	12000	2000
	16000	1000	4000	4000	5000	2000	8000											
B15	16000	15000	0	8000	0	1000	0	8000	15000	9000	10000	3000	0	10000	3000	13000	1000	15000
	15000	8000	11000	8000	0	5000	16000											
B16	13000	3000	13000	3000	8000	6000	16000	16000	10000	14000	13000	8000	1000	14000	8000	16000	7000	10000
	0	3000	3000	16000	16000	15000	6000											
B17	2000	5000	15000	16000	0	4000	0	3000	13000	5000	11000	7000	10000	3000	2000	12000	3000	14000
	0	14000	9000	0	16000	0	13000											

B18	1000	13000	2000	14000	14000	10000	10000	0	0	4000	14000	13000	12000	12000	7000	2000	3000	0
	0	15000	6000	2000	3000	14000	11000											
B19	8000	15000	10000	13000	1000	5000	6000	0	3000	5000	1000	1000	9000	11000	3000	13000	2000	11000
	16000	8000	13000	0	0	0	16000											
B20	10000	7000	6000	12000	15000	3000	2000	4000	2000	11000	11000	14000	11000	11000	15000	5000	2000	4000
	10000	1000	16000	8000	14000	16000	9000											
B21	7000	10000	10000	14000	1000	0	11000	0	0	16000	15000	11000	13000	5000	5000	9000	7000	0
	8000	1000	0	1000	16000	5000	0											
B22	120000		0	4000	0	0	0	0	4000	10000	15000	13000	2000	10000	7000	0	900000	
	6000	10000	15000	600000		13000	0	10000	110000	0								
B23	100000		7000	14000	7000	0	1000	16000	4000	1000	10000	16000	7000	16000	12000	9000	140000	
	1000	9000	15000	130000		11000	6000	5000	0	12000								
B24	0	2000	16000	6000	11000	11000	6000	7000	0	0	3000	16000	14000	4000	8000	0	15000	0
	1000	0	10000	9000	2000	0	0											
B25	2000	1000	5000	0	15000	10000	13000	13000	5000	0	0	12000	10000	14000	7000	8000	0	4000
	7000	11000	14000	11000	16000	6000	14000											
B26	0	11000	1000	16000	6000	10000	13000	4000	1000	2000	3000	0	14000	4000	0	1000	0	5000
	3000	0	13000	5000	1000	10000	0											
B27	13000	0	5000	13000	14000	10000	6000	14000	0	16000	4000	6000	2000	3000	4000	15000	0	5000
	10000	12000	0	3000	12000	6000	3000											
B28	8000	5000	13000	8000	2000	12000	16000	6000	8000	0	10000	9000	4000	5000	7000	1000	3000	9000
	4000	7000	2000	14000	15000	8000	3000											
B29	8000	1000	7000	2000	8000	0	0	2000	0	3000	16000	1000	12000	11000	3000	0	15000	5000
	6000	0	16000	9000	10000	0	11000											
B30	6000	14000	7000	0	8000	1000	13000	6000	2000	6000	10000	0	8000	8000	9000	15000	0	12000
	2000	15000	9000	4000	8000	10000	12000											
B31	2000	14000	8000	0	1000	0	12000	14000	0	3000	8000	3000	0	16000	15000	10000	0	10000
	13000	12000	5000	0	11000	0	10000											
B32	1000	0	0	7000	7000	0	15000	9000	16000	8000	11000	2000	12000	0	0	0	0	12000
	10000	16000	10000	11000	13000	13000	11000											
B33	2000	7000	12000	0	0	0	0	10000	12000	1000	4000	16000	16000	9000	9000	0	16000	12000
	7000	7000	0	10000	10000	4000	6000											
B34	13000	10000	0	16000	0	11000	0	2000	0	6000	5000	6000	0	12000	14000	11000	6000	11000
	4000	2000	14000	9000	0	0	2000											
B35	12000	11000	11000	10000	13000	0	0	9000	8000	14000	6000	12000	5000	7000	2000	9000	6000	0
	0	1000	5000	1000	16000	11000	8000											
B36	5000	1000	9000	8000	3000	0	5000	5000	0	5000	8000	3000	0	3000	9000	15000	13000	14000
	2000	15000	6000	3000	0	0	11000											
B37	3000	0	6000	14000	10000	0	16000	0	6000	14000	16000	8000	0	0	8000	4000	0	14000
	16000	4000	10000	7000	11000	10000	5000											

B38	14000	14000	0	12000	0	11000	9000	8000	0	13000	3000	12000	0	16000	6000	16000	0	13000
	5000	9000	0	0	0	15000	0											
B39	2000	16000	14000	0	3000	6000	16000	0	12000	4000	7000	5000	3000	1000	4000	13000	0	0
	0	5000	13000	6000	3000	13000	16000											
B40	6000	9000	4000	0	11000	4000	16000	0	4000	2000	7000	5000	0	1000	12000	2000	0	13000
	0	2000	3000	14000	10000	12000	4000											
B41	14000	7000	5000	14000	11000	7000	10000	4000	4000	15000	11000	0	11000	10000	1000	0	8000	7000
	13000	6000	9000	11000	0	7000	7000											
B42	3000	0	0	2000	15000	14000	5000	13000	12000	3000	5000	0	15000	15000	9000	14000	16000	0
	0	0	9000	16000	8000	0	7000											
B43	13000	3000	15000	0	5000	0	16000	13000	6000	15000	0	15000	14000	0	8000	10000	4000	10000
	14000	16000	4000	12000	7000	11000	3000											
B44	0	3000	6000	10000	12000	11000	2000	0	12000	11000	8000	0	0	10000	4000	2000	15000	6000
	0	9000	0	4000	0	10000	8000											
B45	110000	8000	10000	0	8000	0	9000	14000	15000	8000	14000	10000	10000	14000	6000	0	1000	8000
	0	0	0	1000000	13000	1000000	2000											
B46	0	1000	1000	5000	13000	6000	1000	8000	0	0	0	12000	8000	7000	12000	0	15000	3000
	5000	8000	14000	13000	15000	7000	16000											
B47	11000	10000	13000	7000	6000	0	11000	16000	0	10000	0	16000	16000	0	9000	12000	11000	8000
	4000	12000	5000	2000	3000	14000	5000											
B48	4000	15000	8000	0	16000	9000	10000	11000	4000	9000	16000	0	2000	13000	0	2000	4000	0
	0	0	11000	0	0	0	16000											
B49	13000	0	6000	0	4000	9000	8000	0	1000	12000	0	7000	16000	10000	3000	2000	0	15000
	11000	0	5000	0	2000	0	5000											
B50	12000	4000	0	8000	0	7000	3000	12000	13000	14000	0	3000	16000	16000	13000	13000	16000	11000
	0	0	10000	3000	5000	4000	0											
B51	9000	12000	9000	1000	0	16000	10000	15000	3000	11000	8000	1000	11000	8000	2000	13000	6000	0
	13000	7000	8000	6000	3000	0	10000											
B52	1000	1000	15000	12000	11000	0	15000	15000	4000	13000	14000	11000	6000	1000	12000	12000	2000	9000
	16000	7000	11000	5000	0	11000	3000											
B53	3000	0	11000	4000	15000	13000	15000	0	10000	15000	13000	10000	9000	0	0	0	7000	0
	9000	0	12000	5000	5000	0	0											
B54	16000	5000	16000	0	11000	12000	13000	7000	0	15000	15000	0	2000	2000	6000	2000	2000	0
	14000	13000	6000	13000	5000	1000	12000											
B55	15000	5000	0	16000	13000	15000	0	5000	13000	0	0	0	6000	0	6000	3000	7000	0
	0	4000	1000	0	11000	8000	0											
B56	8000	3000	15000	2000	0	7000	14000	0	11000	8000	14000	10000	0	5000	11000	15000	15000	7000
	12000	2000	0	9000	14000	0	12000											
B57	11000	11000	4000	2000	0	5000	9000	0	9000	10000	9000	13000	0	16000	1000	1000	1000	10000
	2000	2000	3000	0	6000	2000	16000											

B58	15000	11000	1000	8000	6000	12000	13000	8000	4000	0	2000	6000	8000	13000	8000	0	0	16000
	6000	0	3000	7000	0	0	7000											
B59	0	1000	0	0	16000	7000	7000	14000	10000	0	13000	13000	9000	1000	8000	14000	0	0
	15000	0	0	15000	3000	10000	0											
B60	900000	8000	0	9000	16000	0	5000	15000	0	11000	14000	10000	0	15000	14000	300000	8000	0
	15000	160000	2000	400000	7000	200000	7000											
B61	4000	13000	14000	11000	10000	0	15000	0	7000	12000	0	2000	6000	6000	7000	12000	12000	4000
	3000	0	3000	0	5000	4000	0											
B62	7000	10000	11000	13000	9000	16000	13000	0	10000	10000	7000	14000	15000	13000	13000	12000	16000	12000
	5000	0	0	14000	0	12000	2000											
B63	150000	1000	0	10000	0	2000	11000	11000	2000	0	13000	12000	8000	16000	0	900000	15000	4000
	16000	700000	0	13000	0	110000	9000											
B64	5000	12000	3000	11000	16000	4000	15000	0	10000	0	7000	1000	7000	8000	3000	5000	15000	11000
	10000	0	16000	0	2000	9000	14000											

	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18
	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25											
B18	1000	13000	2000	14000	14000	10000	10000	0	0	4000	14000	13000	12000	12000	7000	2000	3000	0
	0	15000	6000	2000	3000	14000	11000											
B19	8000	15000	10000	13000	1000	5000	6000	0	3000	5000	1000	1000	9000	11000	3000	13000	2000	11000
	16000	8000	13000	0	0	0	16000											
B20	10000	7000	6000	12000	15000	3000	2000	4000	2000	11000	11000	14000	11000	11000	15000	5000	2000	4000
	10000	1000	16000	8000	14000	16000	9000											
B21	7000	10000	10000	14000	1000	0	11000	0	0	16000	15000	11000	13000	5000	5000	9000	7000	0
	8000	1000	0	1000	16000	5000	0											
B22	12000	0	4000	0	0	0	0	4000	10000	15000	13000	2000	10000	7000	0	9000	6000	10000
	15000	6000	13000	0	10000	11000	0											
B23	10000	7000	14000	7000	0	1000	16000	4000	1000	10000	16000	7000	16000	12000	9000	14000	1000	9000
	15000	13000	11000	6000	5000	0	12000											
B24	0	2000	16000	6000	11000	11000	6000	7000	0	0	3000	16000	14000	4000	8000	0	15000	0
	1000	0	10000	9000	2000	0	0											
B25	2000	1000	5000	0	15000	10000	13000	13000	5000	0	0	12000	10000	14000	7000	8000	0	4000
	7000	11000	14000	11000	16000	6000	14000											
B26	0	11000	1000	16000	6000	10000	13000	4000	1000	2000	3000	0	14000	4000	0	1000	0	5000
	3000	0	13000	5000	1000	10000	0											
B27	13000	0	5000	13000	14000	10000	6000	14000	0	16000	4000	6000	2000	3000	4000	15000	0	5000
	10000	12000	0	3000	12000	6000	3000											
B28	8000	5000	13000	8000	2000	12000	16000	6000	8000	0	10000	9000	4000	5000	7000	1000	3000	9000
	4000	7000	2000	14000	15000	8000	3000											
B29	8000	1000	7000	2000	8000	0	0	2000	0	3000	16000	1000	12000	11000	3000	0	15000	5000
	6000	0	16000	9000	10000	0	11000											
B30	6000	14000	7000	0	8000	1000	13000	6000	2000	6000	10000	0	8000	8000	9000	15000	0	12000
	2000	15000	9000	4000	8000	10000	12000											
B31	2000	14000	8000	0	1000	0	12000	14000	0	3000	8000	3000	0	16000	15000	10000	0	10000
	13000	12000	5000	0	11000	0	10000											
B32	1000	0	0	7000	7000	0	15000	9000	16000	8000	11000	2000	12000	0	0	0	0	12000
	10000	16000	10000	11000	13000	13000	11000											
B33	2000	7000	12000	0	0	0	0	10000	12000	1000	4000	16000	16000	9000	9000	0	16000	12000
	7000	7000	0	10000	10000	4000	6000											
B34	13000	10000	0	16000	0	11000	0	2000	0	6000	5000	6000	0	12000	14000	11000	6000	11000
	4000	2000	14000	9000	0	0	2000											
B35	12000	11000	11000	10000	13000	0	0	9000	8000	14000	6000	12000	5000	7000	2000	9000	6000	0
	0	1000	5000	1000	16000	11000	8000											
B36	5000	1000	9000	8000	3000	0	5000	5000	0	5000	8000	3000	0	3000	9000	15000	13000	14000
	2000	15000	6000	3000	0	0	11000											

	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19
	A20	A21	A22	A23	A24	A25													
B37	3000	0	6000	14000	10000	0	16000	0	6000	14000	16000	8000	0	0	8000	4000	0	14000	
	16000	4000	10000	7000	11000	10000	5000												
B38	14000	14000	0	12000	0	11000	9000	8000	0	13000	3000	12000	0	16000	6000	16000	0	13000	
	5000	9000	0	0	0	15000	0												
B39	2000	16000	14000	0	3000	6000	16000	0	12000	4000	7000	5000	3000	1000	4000	13000	0	0	0
	5000	13000	6000	3000	13000	16000													
B40	6000	9000	4000	0	11000	4000	16000	0	4000	2000	7000	5000	0	1000	12000	2000	0	13000	0
	2000	3000	14000	10000	12000	4000													
B41	14000	7000	5000	14000	11000	7000	10000	4000	4000	15000	11000	0	11000	10000	1000	0	8000	7000	
	13000	6000	9000	11000	0	7000	7000												
B42	3000	0	0	2000	15000	14000	5000	13000	12000	3000	5000	0	15000	15000	9000	14000	16000	0	0
	0	9000	16000	8000	0	7000													
B43	13000	3000	15000	0	5000	0	16000	13000	6000	15000	0	15000	14000	0	8000	10000	4000	10000	
	14000	16000	4000	12000	7000	11000	3000												
B44	0	3000	6000	10000	12000	11000	2000	0	12000	11000	8000	0	0	10000	4000	2000	15000	6000	0
	9000	0	4000	0	10000	8000													
B45	11000	8000	10000	0	8000	0	9000	14000	15000	8000	14000	10000	10000	14000	6000	0	1000	8000	0
	0	0	10000	13000	10000	2000													
B46	0	1000	1000	5000	13000	6000	1000	8000	0	0	0	12000	8000	7000	12000	0	15000	3000	
	5000	8000	14000	13000	15000	7000	16000												
B47	11000	10000	13000	7000	6000	0	11000	16000	0	10000	0	16000	16000	0	9000	12000	11000	8000	
	4000	12000	5000	2000	3000	14000	5000												
B48	4000	15000	8000	0	16000	9000	10000	11000	4000	9000	16000	0	2000	13000	0	2000	4000	0	0
	0	11000	0	0	0	16000													
B49	13000	0	6000	0	4000	9000	8000	0	1000	12000	0	7000	16000	10000	3000	2000	0	15000	
	11000	0	5000	0	2000	0	5000												
B50	12000	4000	0	8000	0	7000	3000	12000	13000	14000	0	3000	16000	16000	13000	13000	16000	11000	0
	0	10000	3000	5000	4000	0													
B51	9000	12000	9000	1000	0	16000	10000	15000	3000	11000	8000	1000	11000	8000	2000	13000	6000	0	
	13000	7000	8000	6000	3000	0	10000												
B52	1000	1000	15000	12000	11000	0	15000	15000	4000	13000	14000	11000	6000	1000	12000	12000	2000	9000	
	16000	7000	11000	5000	0	11000	3000												
B53	3000	0	11000	4000	15000	13000	15000	0	10000	15000	13000	10000	9000	0	0	0	7000	0	
	9000	0	12000	5000	5000	0	0												
B54	16000	5000	16000	0	11000	12000	13000	7000	0	15000	15000	0	2000	2000	6000	2000	2000	0	
	14000	13000	6000	13000	5000	1000	12000												
B55	15000	5000	0	16000	13000	15000	0	5000	13000	0	0	0	6000	0	6000	3000	7000	0	0
	4000	1000	0	11000	8000	0													

	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19
	A20	A21	A22	A23	A24	A25													
B56	8000	3000	15000	2000	0	7000	14000	0	11000	8000	14000	10000	0	5000	11000	15000	15000	7000	
	12000	2000	0	9000	14000	0	12000												
B57	11000	11000	4000	2000	0	5000	9000	0	9000	10000	9000	13000	0	16000	1000	1000	1000	10000	
	2000	2000	3000	0	6000	2000	16000												
B58	15000	11000	1000	8000	6000	12000	13000	8000	4000	0	2000	6000	8000	13000	8000	0	0	16000	
	6000	0	3000	7000	0	0	7000												
B59	0	1000	0	0	16000	7000	7000	14000	10000	0	13000	13000	9000	1000	8000	14000	0	0	
	15000	0	0	15000	3000	10000	0												
B60	9000	8000	0	9000	16000	0	5000	15000	0	11000	14000	10000	0	15000	14000	3000	8000	0	
	15000	16000	2000	4000	7000	2000	7000												
B61	4000	13000	14000	11000	10000	0	15000	0	7000	12000	0	2000	6000	6000	7000	12000	12000	4000	
	3000	0	3000	0	5000	4000	0												
B62	7000	10000	11000	13000	9000	16000	13000	0	10000	10000	7000	14000	15000	13000	13000	12000	16000	12000	
	5000	0	0	14000	0	12000	2000												
B63	15000	1000	0	10000	0	2000	11000	11000	2000	0	13000	12000	8000	16000	0	9000	15000	4000	
	16000	7000	0	13000	0	11000	9000												
B64	5000	12000	3000	11000	16000	4000	15000	0	10000	0	7000	1000	7000	8000	3000	5000	15000	11000	
	10000	0	16000	0	2000	9000	14000												

1.7. sz. melléklet. Beszállítók távolsága a telephelyektől (L₁ mátrix)

A táblázatban * jelzi azt a lehetséges helyet, amelyik a legközelebb van a beszállítóhoz.

	L1	L2	CS	SZ	M1	M2	SL	HO	RO	BU	
B01	5070	5207	3957	3894	1973	2208	2654	1202*	3754	2355	8
B02	2936	1143*	3918	1501	4326	3033	6045	6007	2072	3703	2
B03	5585	7132	4103	6543	4143	5937	2620*	4217	7734	7167	7
B04	6039	7084	4437	6086	3263	4875	1606*	2176	6715	5652	7
B05	5028	6745	3779	6407	4460	6159	3340*	5063	7832	7560	7
B06	3962	5494	2464	4953	2818	4540	1852*	3572	6260	5917	7
B07	5389	6968	3937	6422	4101	5885	2660*	4305	7662	7155	7
B08	729*	1111	2044	1640	3338	3053	4733	5304	3421	4439	1
B09	2358	560*	3591	1671	4378	3378	6007	6202	2782	4301	2
B10	3692	2513	3906	1466	3373	1634	5132	4623	346*	1817	9
B11	3860	3759	3087	2430	1500	736*	3056	2339	2452	1600	6
B12	6012	6798	4480	5668	2898	4257	1712	1284*	6038	4806	8
B13	6089	7873	5005	7657	5822	7505	4663*	6368	9145	8921	7
B14	1280	796*	2758	1911	4021	3528	5456	5971	3536	4779	2
B15	2031	3832	1369*	3830	3209	4275	3506	4876	5530	5853	3
B16	6078	7783	4795	7397	5276	7030	3921*	5572	8757	8360	7
B17	2961	2527	2712	1181	2020	540*	3790	3493	1659	1915	6
B18	6231	7286	4627	6288	3465	5070	1804*	2333	6908	5826	7
B19	5530	7245	4271	6890	4864	6591	3625*	5323	8289	7961	7
B20	2988	1158*	4123	1872	4689	3466	6383	6416	2507	4155	2
B21	6021	7609	4578	7056	4681	6474	3146*	4709	8268	7703	7
B22	5110	5567	3775	4334	1837	2786	1847	268*	4511	3258	8
B23	1865	3467	548*	3188	2322	3420	2844	4063	4792	4991	3
B24	920	2394	704*	2250	2440	2920	3528	4393	3976	4488	3
B25	4078	5332	2468	4545	1995	3792	758*	2470	5606	5033	7
B26	6321	7437	4711	6473	3658	5302	1945*	2623	7147	6100	7
B27	4097	2389	4828	2181	4757	3124	6528	6147	1483*	3203	9
B28	6404	8025	4996	7505	5156	6949	3619*	5162	8737	8180	7
B29	2502	1157*	3969	2474	5040	4195	6583	6927	3628	5163	2
B30	6080	7396	4485	6578	3868	5629	2105*	3313	7482	6627	7
B31	2824	2966	2101	1758	1130	842*	2901	2813	2550	2393	6
B32	2266	3881	910*	3563	2387	3664	2632	3986	5120	5215	3
B33	5001	6242	3391	5402	2707	4487	979*	2501	6334	5570	7
B34	4390	5662	2781	4872	2281	4080	803*	2528	5905	5277	7
B35	4689	6404	3441	6073	4183	5859	3155*	4886	7515	7279	7
B36	4350	5268	2806	4258	1441	3144	428*	1397	4999	4171	7
B37	4770	6510	3580	6225	4402	6060	3404*	5135	7695	7494	7
B38	7287	8913	5884	8381	5976	7774	4368*	5809	9580	8957	7
B39	4825	6640	3918*	6555	5091	6633	4307	6033	8149	8133	3
B40	4662	5605	3100	4595	1775	3450	366*	1383	5304	4414	7
B41	2688	908*	3939	1933	4689	3611	6336	6486	2843	4435	2
B42	5066	6745	3745	6343	4285	6013	3081*	4794	7718	7382	7
B43	5214	6872	3858	6434	4300	6048	3022*	4719	7775	7391	7
B44	5123	6915	4090*	6743	5081	6697	4134	5866	8280	8160	3
B45	3244	2770	2942	1419	2065	354*	3818	3388	1566	1634	6
B46	5530	7245	4271	6890	4864	6591	3625*	5323	8289	7961	7
B47	2519	3016	1568	1983	885*	1414	2565	2816	3058	2957	5
B48	4244	2422	5212	2660	5400	3862	7160	6898	2315*	4041	9
B49	6110	7819	4833	7438	5323	7075	3969*	5621	8801	8408	7
B50	6952	8527	5496	7937	5467	7266	3825*	5240	9085	8418	7
B51	5959	7038	4353	6062	3245	4888	1548*	2256	6734	5705	7
B52	5579	6237	4112	5064	2363	3599	1596	599*	5362	4122	8
B53	1009	2301	733*	2055	2282	2693	3463	4249	3762	4260	3
B54	4221	5314	2624	4412	1691	3477	261*	1930	5320	4619	7

	L1	L2	CS	SZ	M1	M2	SL	HO	RO	BU	
B55	7284	8890	5858	8332	5892	7691	4261*	5675	9505	8854	7
B56	6400	8178	5290	7938	6041	7744	4817*	6503	9406	9140	7
B57	4004	5592	2563	5111	3069	4768	2132*	3854	6465	6167	7
B58	6357	8128	5224	7870	5943	7654	4702*	6385	9324	9042	7
B59	1640	740	2481	739*	3167	2384	4786	5031	2463	3607	4
B60	4440	2930	4882	2283	4439	2679	6194	5601	832*	2410	9
B61	2306	3388	836*	2667	1175	2404	2169	3034	3995	3932	3
B62	5120	6885	3991	6641	4850	6506	3820*	5548	8131	7942	7
B63	2683	3647	1237	2801	809*	2272	1852	2631	3973	3738	5
B64	895*	1676	1360	1500	2536	2489	3930	4510	3275	3992	1

1.8. sz. melléklet. A felhasználók távolsága a telephelyektől (L₂ mátrix)

	L1	L2	CS	SZ	M1	M2	SL	HO	RO	BU	
F01	5004	6835	4255*	6855	5563	7046	4859	6580	8499	8570	3
F02	732*	1338	1709	1494	2941	2743	4344	4909	3299	4184	1
F03	4471	5901	2907	5236	2820	4608	1471*	3191	6400	5877	7
F04	3183	4796	1782*	4394	2688	4245	2279	3884	5847	5727	3
F05	5945	7669	4700	7319	5268	7005	3972*	5646	8712	8361	7
F06	1582	366*	2920	1611	3976	3294	5501	5889	3144	4460	2
F07	6017	7830	5067	7716	6069	7694	5040*	6764	9272	9154	7
F08	920	2394	704*	2250	2440	2920	3528	4393	3976	4488	3
F09	672*	1245	2204	1988	3647	3423	4975	5621	3746	4805	1
F10	6781	7767	5185	6718	3897	5407	2333*	2499	7217	6023	7
F11	6310	7947	4922	7451	5143	6930	3639*	5210	8709	8183	7
F12	7103	8208	5492	7221	4398	5991	2717*	3161	7821	6683	7
F13	5692	7377	4377	6967	4838	6590	3508*	5179	8318	7924	7
F14	2065	280*	3308	1543	4165	3264	5767	6020	2839	4282	2
F15	6412	8187	5291	7938	6023	7731	4785*	6468	9398	9121	7
F16	5920	7696	4809	7459	5604	7290	4444*	6151	8937	8702	7
F17	849	2227	835*	2081	2446	2815	3612	4413	3819	4374	3
F18	2373	3362	973*	2578	1023	2239	2152	2920	3856	3761	3
F19	2175	3871	1032*	3662	2679	3886	2927	4297	5276	5450	3
F20	1612	229*	2807	1300	3733	2989	5299	5625	2861	4151	2
F21	6474	8223	5278	7910	5883	7619	4566*	6222	9320	8975	7
F22	4438	5978	2948	5423	3185	4943	1981*	3709	6692	6274	7
F23	6210	7790	4758	7221	4813	6610	3243*	4770	8412	7817	7
F24	5843	7577	4621	7249	5242	6968	3986*	5674	8661	8339	7
F25	4119	2389	4882	2241	4844	3222	6614	6248	1590*	3311	9
F26	3004	4727	1836*	4489	3116	4550	2852	4435	6049	6076	3
F27	732*	1338	1709	1494	2941	2743	4344	4909	3299	4184	1
F28	7215	8904	5898	8467	6203	7988	4689*	6222	9759	9243	7
F29	7543	9136	6105	8558	6082	7881	4423*	5787	9703	9015	7
F30	4374	2585	5233	2618	5273	3665	7042	6692	2017*	3722	9
F31	5128	6869	3933	6573	4691	6373	3599*	5323	8027	7788	7
F32	4466	3090	4760	2254	4152	2364	5889	5219	532*	1971	9
F33	3221	4920	1980*	4631	3104	4606	2702	4325	6153	6112	3
F34	3914	5118	2304	4306	1740	3537	695*	2334	5351	4787	7
F35	6118	7295	4507	6376	3584	5280	1829*	2738	7133	6157	7
F36	3875	5566	2593*	5228	3458	5073	2702	4410	6692	6532	3
F37	3585	3383	2956	2046	1613	344*	3283	2703	2131	1561	6
F38	1393	2637	431*	2223	1947	2589	3069	3896	3838	4171	3
F39	6580	7910	4990	7090	4367	6118	2599*	3692	7972	7074	7
F40	5333	3521	6217	3593	6185	4510	7956	7498	2730*	4309	9
F41	1139	905*	2129	1155	3121	2631	4635	5053	2937	3972	2
F42	5045	6677	3654	6209	4042	5795	2764*	4466	7530	7131	7
F43	2264	3990	1199*	3817	2838	4058	3017	4425	5442	5622	3
F44	4470	3147	4708	2248	4040	2246	5768	5071	464*	1807	9
F45	5100	6884	4036	6690	4990	6617	4022*	5752	8213	8073	7

	L1	L2	CS	SZ	M1	M2	SL	HO	RO	BU	
F46	4250	2432*	5403	3015	5828	4405	7562	7432	2989	4723	2
F47	2041	3750	969*	3573	2704	3852	3027	4364	5207	5423	3
F48	4333	5846	2821	5269	3009	4769	1822*	3553	6523	6098	7
F49	1117	773*	2528	1717	3760	3296	5202	5710	3400	4582	2
F50	2569	748*	3759	1695	4459	3374	6115	6250	2654	4220	2
F51	1130	902*	2625	1929	3936	3508	5344	5894	3595	4795	2
F52	6404	8025	4996	7505	5156	6949	3619*	5162	8737	8180	7
F53	6148	7470	4555	6655	3945	5707	2182*	3379	7559	6701	7
F54	6669	8124	5127	7412	4798	6586	3075*	4363	8429	7646	7
F55	2995	4737	1885*	4533	3220	4632	2973	4555	6112	6166	3
F56	2942	1161*	3903	1465	4288	2983	6011	5962	2017	3647	2
F57	3700	3252	3262	1902	2077	356*	3757	3113	1677	1228	6
F58	6289	7433	4678	6487	3680	5345	1947*	2711	7194	6171	7
F59	6762	7955	5151	7032	4233	5905	2486*	3238	7754	6720	7
F60	4263	3415	4077	2162	3006	1246	4662	3853	1028	766*	10
F61	4927	6757	4164*	6767	5466	6951	4766	6487	8408	8474	3
F62	7151	8341	5541	7407	4600	6252	2864*	3514	8096	7021	7
F63	5090	5750	3640	4591	1870	3171	1309	437*	4967	3824	8
F64	6932	7901	5339	6840	4023	5506	2484*	2568	7307	6086	7
F65	2615	3435	1309	2527	692*	1969	2060	2638	3663	3456	5
F66	7445	8994	5967	8365	5827	7623	4134*	5442	9457	8718	7
F67	4294	6094	3329*	5972	4514	6040	3820	5534	7556	7545	3
F68	440*	1428	1983	2025	3489	3370	4774	5466	3812	4794	1
F69	4002	2221	4868	2267	4965	3406	6730	6441	1870*	3602	9
F70	4073	2264	5003	2434	5166	3630	6927	6666	2108*	3840	9
F71	6150	7784	4759	7288	4989	6774	3502*	5089	8550	8035	7
F72	5211	6758	3728	6180	3824	5611	2376*	4030	7395	6873	7
F73	4223	4003	3492	2655	1868	938*	3325	2404	2389	1272	6
F74	2260	3680	666*	3186	1824	3126	2292	3499	4652	4664	3
F75	4285	5773	2754	5171	2880	4645	1687*	3419	6406	5965	7
F76	5686	7377	4380	6976	4861	6610	3543*	5218	8334	7950	7
F77	4500	2693*	5683	3314	6128	4700	7861	7729	3252	4984	2
F78	5886	7632	4690	7325	5352	7070	4116*	5807	8753	8450	7
F79	4591	5769	2980	4903	2199	3983	513*	2187	5828	5096	7
F80	5520	5071	4832	3734	3100	2143	4257	2875	2820	1090*	10
F81	5826	6797	4240	5762	2938	4506	1380*	1774	6339	5253	7
F82	3239	3477	2302	2259	792*	1009	2527	2303	2852	2365	5
F83	7368	8844	5840	8139	5515	7297	3778*	4978	9144	8324	7
F84	4496	5509	2915	4546	1753	3489	102*	1631	5343	4531	7
F85	4244	2418	5235	2697	5449	3924	7208	6960	2391*	4119	9
F86	4660	2828*	5732	3239	6009	4488	7764	7524	2918	4632	2
F87	5587	7175	4143	6633	4302	6089	2834*	4457	7869	7350	7
F88	3009	3789	1652	2810	369*	2008	1738	2248	3792	3397	5

2. A futási eredmények (n = 9)

2.1. sz. melléklet. Az üzemek hozzárendelése a telephelyekhez (Ω mátrix)

	L1	L2	CS	SZ	M1	M2	SL	HO	RO	BU
MC1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
MC2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
MC3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
MC4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
MC5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
MC6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
MC7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
MC8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
MC9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

2.2. sz. melléklet. A felhasználók hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez a T01-es termék esetén (X mátrix)

Megjegyzés: a kényelmesebb számítás érdekében a mátrix 0 és 1 elemei helyett feltüntettük a szállítandó mennyiséget.

	MC1	MC2	MC3	MC4	MC5	MC6	MC7	MC8	MC9		MC1	MC2	MC3	MC4	MC5	MC6	MC7	MC8	MC9
F06	300									F88				700					
F09	500									F15					700				
F27	200									F37					900				
F41	200									F57					700				
F46	200									F65					900				
F50	800									F73					600				
F51	500									F76					200				
F56	500									F03						300			
F68	500									F11						300			
F77	600									F23						300			
F86	700									F48						900			
F01		400								F71						900			
F04		400								F72						600			
F08		300								F79						300			
F19		700								F84						600			
F26		400								F87						700			
F33		200								F12							300		
F43		400								F29							800		
F55		300								F35							400		
F67		300								F53							600		
F02			200							F54							300		
F05			900							F58							700		
F17			900							F62							800		
F21			900							F63							300		
F22			800							F66							800		
F24			900							F30								900	
F16				400						F32								200	
F31				800						F40								700	
F34				500						F69								200	
F36				600						F85								400	
F42				300						F60									800
F45				200						F80									400
F75				400															
F78				400															

2.3. sz. melléklet. A beszállítók hozzárendelése az összeszerelő üzemekhez alkatrészenként (Y mátrix)

Megjegyzések

1. A kényelmesebb számítás érdekében a mátrix 0 és 1 elemei helyett feltüntettük a szállítandó mennyiséget.
2. Csak azokat az alkatrészeket jelenítjük meg a mátrixból, amelyek a termék felépítésében szerepet játszanak.

	A01	A16	A20	A22	A24
MC1	B09	B09	B09	B09	B20
MC1	10000	15000	10000	5000	15000
MC1	560	560	560	560	1158
MC2	B23	B23	B23	B23	B32
MC2	6800	10200	6800	3400	10200
MC2	548	548	548	548	910
MC3	B45	B59	B08	B59	B45
MC3	9200	13800	9200	4600	13800
MC3	1419	739	1640	739	1419
MC4	B63	B63	B63	B63	B63
MC4	8600	12900	8600	4300	12900
MC4	809	809	809	809	809
MC5	B45	B17	B17	B45	B45
MC5	8000	12000	8000	4000	12000
MC5	354	540	540	354	354
MC6	B54	B36	B54	B54	B22
MC6	9800	14700	9800	4900	14700
MC6	261	428	261	261	1847
MC7	B22	B22	B22	B52	B22
MC7	10000	15000	10000	5000	15000
MC7	268	268	268	599	268
MC8	B60	B10	B60	B60	B10
MC8	4800	7200	4800	2400	7200
MC8	832	346	832	832	346
MC9	B11	B11	B11	B11	B11
MC9	2400	3600	2400	1200	3600
MC9	1600	1600	1600	1600	1600

2.4. sz. melléklet. A kiszállítás évi gyakorisága (G mátrix)

MC1
F06 F20 F27 F41 F49 F50 F51 F56 F68 F77 F86
I IV IV III IV III III IV IV IV I
1 125 50 4 50 16 10 125 125 150 3

MC2
F01 F04 F08 F19 F26 F33 F43 F55 F67
IV IV IV IV IV IV IV IV
100 100 75 175 100 50 100 75 75

MC3
F02 F05 F17 F21 F22 F24
I IV IV IV IV IV

1	225	225	225	200	225				
---	-----	-----	-----	-----	-----	--	--	--	--

MC4

F16	F18	F31	F34	F36	F42	F45	F75	F78	F82	F88
I	I	I	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
2	0	4	125	150	75	50	100	100	0	175

MC5

F15	F37	F57	F65	F73	F76
I	I	IV	IV	IV	IV
3	4	175	225	150	50

MC6

F03	F11	F23	F48	F71	F72	F79	F84	F87
I	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
1	75	75	225	225	150	75	150	175

MC7

F12	F29	F35	F53	F54	F58	F62	F63	F66
IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
75	200	100	150	75	175	200	75	200

MC8

F30	F32	F40	F69	F85
IV	IV	IV	IV	IV
225	50	175	50	100

MC9

F60	F80
I	I
4	2

2.5. sz. melléklet. A beszállítás évi gyakorisága (N mátrix)

Az optimális beszállítási ütemszám az első csoportra: 192 nap. A második csoportra: 96 nap, a harmadikra: 48 nap.

A01	MC1 B09 III 11	MC2 B23 III 11	MC3 B45 IV 354	MC4 B63 III 16	MC5 B45 II 3	MC6 B54 II 2	MC7 B22 II 2	MC8 B60 III 17	MC9 B11 IV 400
A16	MC1 B09 III 11	MC2 B23 III 11	MC3 B59 III 15	MC4 B63 III 16	MC5 B17 III 11	MC6 B36 I 2	MC7 B22 I 1	MC8 B10 I 1	MC9 B11 IV 400
A20	MC1 B09 III 11	MC2 B23 III 11	MC3 B08 IV 410	MC4 B63 III 16	MC5 B17 III 11	MC6 B54 I 1	MC7 B22 I 1	MC8 B60 III 17	MC9 B11 IV 400
A22	MC1 B09 III 11	MC2 B23 III 11	MC3 B59 III 15	MC4 B63 III 16	MC5 B45 I 1	MC6 B54 I 1	MC7 B52 III 12	MC8 B60 III 17	MC9 B11 IV 400
A24	MC1 B20	MC2 B32	MC3 B45	MC4 B63	MC5 B45	MC6 B22	MC7 B22	MC8 B10	MC9 B11

IV	III	IV	III	I	IV	I	I	IV
289	18	354	16	1	461	1	1	400

2.6. sz. melléklet. A telepítés teljes költsége

Szerelési költség K_M:	22 880 k_0
Alk. Rakt-i ktg K_{AR} :	59 16 k_0
Term. Rakt-i ktg K_{BR} :	25 77 k_0
Raktározási ktg:	8 493 k_0
Vásárlási ktg K_V:	11 136 k_0
Tel. ktg K_T:	36 280 k_0
Alkatrész szállítási ktg-e K_{AS}	3 308 k_0
Termék szállítási ktg-e K_{BS}	1 803 k_0
Szállítási ktg:	5 111 k_0
Teljes ktg: K_{OPT}	<u>83 900 k_0</u>