

**Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki Kar**

**Modellek és megoldási algoritmusok
logisztikával integrált elektronikus
piacterekhez**

PhD értekezés

**Készítette:
Kacsukné dr. Bruckner Livia
okleveles matematikus**

**Tudományos vezető:
Prof. Dr. Cselényi József**

**A doktori iskola vezetője:
Prof. Dr. Tóth Tibor**

**Miskolc
2005.**

Köszönetnyilvánítás

Először is köszönettel tartozom a Nemzetközi Üzleti Főiskola vezetőinek, hogy a PhD fokozat megszerzésére ambicionáltak, fedezték a doktori iskola tandíját, és biztosították számomra a munka elvégzéséhez szükséges időt.

Szívből köszönöm konzulensemnek, Dr. Cselényi József professzor úrnak a kedvességét, türelmét és a sok munkát, amit tanulmányaim és kutatásaim irányításába befektetett.

Köszönöm Dr. Gömbös Ervin, Dr. Schneider Csaba és Dr. Iványi Tamás kollégáimnak esetenkénti útmutatásukat és hasznos tanácsait, Dr. Szigeti László kollégámnak az évek óta tartó biztatást, figyelmet és segítséget, továbbá Kiss Tamás e-kollégámnak a sokéves közös alkotómunkát, ami részben a disszertáció témájához kapcsolódik.

Végül a legfontosabbként, családomnak is szeretném megköszönni a sok segítséget és támogatást, nélkülük ez a munka nem készült volna el. Köszönöm férjemnek, Dr. Kacsuk Péternek általános stratégiai irányítását, Zoltán fiamnak a disszertáció struktúrájával kapcsolatos fontos észrevételeit, Dani fiamnak a rajzolási és szerkesztési munkában való részvételét, lányomnak, Zsófinak a gondos lektorálást, vejemnek, Jánosnak az otthoni rendszergazdai tevékenységét.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1 Célkitűzések	3
1.2 Módszertan	4
2. Irodalmi áttekintés	8
2.1 Az ellátási láncok helyzete és elemzési módszerei.....	8
2.2 Elektronikus kereskedelmi modellek.....	9
2.3 Az optimalizálási problémák kezelésének módszerei.....	13
3. A logisztikával integrált elektronikus piactér (EMMIL) bevezetése	15
3.1 A EMMIL modell származtatása	15
3.2 A EMMIL architektúra	17
3.3 Az EMMIL piacterek működési mechanizmusa.....	19
3.3.1 A vevőközpontú modell (EMMIL.BM) működése	19
3.3.2 Az eladóközpontú modell (EMMIL.SM) működése	20
3.3.3 A közvetítői modell (EMMIL.IM) működése	21
3.4 Az EMMIL piacterek kialakításának fő kérdései	22
4. Az EMMIL piacterek költségstruktúrája	24
4.1 Az EMMIL piacterek költségorientált célfüggvényei	24
4.2 Az EMMIL tranzakciók anyagi folyamatai	25
4.3 Az EMMIL tranzakciók tevékenységalapú költségelemzése	27
4.4 Az áru ára és az előállítási költségek	27
4.5 A logisztikai tevékenységek elemi költségei	29
4.5.1 Rakodási költségek	30
4.5.2 Szállítási költségek.....	31
4.5.3 Raktározási költségek	32
4.5.4 Forgóeszköz lekötési költségek (tőkeköltségek)	33
4.5.5 Adminisztrációs és informatikai költségek.....	34
4.6 Az elemi költségek összegzése	34
5. A vevőközpontú piactér (EMMIL.BM) matematikai modellje	40
5.1 Kiindulási feltételek	40
5.2 A vevői ajánlatkérés.....	41
5.3 Az eladók ajánlati struktúrája	42
5.4 A logisztikai szolgáltatók ajánlati struktúrája.....	43
5.5 Az általános optimalizálási probléma	46
6. Optimalizálási algoritmusok vonaljáratokra	50
6.1 Az egyszerűsített modell szakaszos linearizálása	50
6.2 A lineáris modell felállítása és elemzése	55
6.3 Eladói kedvezmények figyelembe vétele.....	61
6.4 Eltérő kapacitású járművek kezelése	63
7. Nagy számításigényű esetek kezelése heurisztikus algoritmusokkal	64
7.1 A kombinatorikus ajánlatok kezelése	64
7.2 Heurisztikus algoritmus különösen nagy változósámra.....	66
7.3 Javított algoritmus speciális esetekre.....	69
8. A EMMIL.BM modellek vizsgálata	73

8.1 Paraméterérzékenység.....	73
8.2 Volumenérzékenység.....	77
8.3 Az entitások egyedszámainak hatása	77
8.4 Az EMMIL.BM teszt-implementációja	80
8.4.1 A legjobb logisztikai szolgáltató meghatározásának modellje ..	80
8.4.2 Az EMMIL optimalizáló modell	82
8.5 Az EMMIL modell gazdaságossági körének behatárolása	86
9. Összegzés.....	91
10. Jelölésrendszer	93
11. Irodalomjegyzék	97
Mellékletek	105
1. sz. Melléklet	106
2. sz. Melléklet	121
3. sz. melléklet.....	133
4. sz. melléklet.....	135

1. Bevezetés

A 21. század elején a gazdasági életet az ellátási láncok globális piaci versenye jellemzi. A láncok a fogyasztóval közvetlen kapcsolatban nem álló szereplői egyre inkább felismerik, hogy az ő sikerük a végső termék sikerének a függvénye, a lánc mentén történő optimalizálás elvben minden szereplő érdeke. Az optimalizálás eredeti célja a készletezési pontok és mennyiségek meghatározása volt, de a lánc működését sok esetben csak a teljes lánc újraszervezésével lehet javítani. Gallagher [B51] elemzése szerint a disztribúciós csatornák erős fluktuációt mutatnak. Miközben a régi csatornaszerkezetek eltűnnek, hogy helyet adjanak az újaknak, az ellátási láncok hossza gyakran változik, ahogy egyes szereplők kiiktatódnak, mások pedig új közvetítőként beépülnek a láncba.

Jellegzetes beépülő elemek a logisztikai szolgáltatók, mivel a logisztikai szolgáltatások szervezésében egyre növekvő tendenciát mutat az outsourcing, a külső logisztikai szolgáltatók (LSZ) alkalmazása. Lieb & Bentz [B73] vizsgálata szerint az Egyesült Államokban a Fortune magazin által leggazdagabbnak ítélt 500 vállalat kétharmada alkalmaz külső logisztikai szolgáltatókat. Ez a trend Magyarországon is megfigyelhető, az LFK 2003-ban készített felmérése Sebestyén [B92] szerint a 200 legnagyobb vállalat közel 40%-a alkalmaz logisztikai szolgáltatót. A külső LSZ alkalmazásának oka a nagyobb szakértelem, kisebb költségek és a lényegi tevékenységre való koncentráció lehetősége.

A folyamatos változás ellenére a logisztikai láncok hatékonysága egyelőre igen távol áll az optimálistól. Oliver & al. [B78] három iparág – autóipar, elektronika, élelmiszeripar – ellátási láncának működését, jelenét és várható tendenciáit elemezve megállapítja, hogy a jelenlegi logisztikai gyakorlatból hiányzik az átfogó gazdaságossági koncepció. A logisztikával kapcsolatos döntéseket még egy vállalatban belül is általában egymástól elkülönült részlegeken hozzák bizonyos részköltségekre optimalizálva, a teljes ellátási lánc mentén pedig még rosszabb a helyzet. A vizsgált láncok mentén a készlethiányból adódó termelési és eladási veszteségek olyan nagyok, hogy meghaladják a tényleges logisztikai költségeket. Ezt megerősíti Parker [B80], aki bevezeti a „Kapcsolatok teljes költsége” elméletét, kiemelve, hogy az általa bemutatott nagyvállalatoknál, az alapanyag beszerzésével kapcsolatos költségekből átlagosan csupán 40 % az anyagár, a többi a logisztikai tevékenységekre fordítódik.

Az ellátási láncok versenyképességének kritikus sikertényezői az átláthatóság, összekapcsolhatóság és a gyorsaság, a következőképpen értelmezve: 1. Átláthatóság: A bejövő anyagok, alkatrészecskék, részegységek valamint a kimenő termékek pontos és részletes nyomon követése egészen az áruházi polcokig. 2. Összekapcsolhatóság: Az igényekkel kapcsolatosan megszerzett információt oly módon szeretnék felfelé áramoltatni az ellátási láncban, hogy a különböző automatizált rendszerek megfelelően transzformálva, emberi beavatkozás nélkül adják tovább egymásnak. 3. Gyorsaság: Nem elég, ha az igények automatikusan áramlanak az összekapcsolt rendszereken keresztül, fontos az is, hogy a lánc kellő gyorsasággal tudjon reagálni rájuk. Ennek feltétele az ellátási láncok átgondolása, sok esetben újratervezése,

nagyobb mértékben alkalmazva a késleltetési stratégiát, szükség esetén a kritikus pontokon raktárkészleteket létesítve, vagy megváltoztatva a termelési technológiát.

A versenyképességi kritériumok teljesítése elképzelhetetlen elektronikus információáramlás nélkül. Az ellátási láncok működtetésének fontos eszköze a vállalatok közötti elektronikus kereskedelem, amelynek kezdete a 70-es években megjelent, egyedi és költséges kiépítése miatt csak a legnagyobb vállalatok számára elérhető EDI rendszerekhez nyúlik vissza. A 90-es években az Internet és a Web technológia elterjedésével létrejövő egyszerű, egységes csatlakozási felületnek és az olcsó árak köszönhetően ma már gyakorlatilag minden vállalat részt vehet az elektronikus kereskedésben.

Az e-kereskedelem a 90-es évek irreális konjunktúrája, majd az ezredforduló körül történt zuhanórepülés után 2003 elejétől belépett a realitás szakaszába. A vállalatok közötti (B2B) elektronikus kereskedelem még az Internet recesszió idején is fejlődött, és 2002 végére gyakorlatilag minden szektorban megjelent, jelentősen javítva a vállalatok hatékonyságát és növelve a profitot. 2004-re az elektronikus tranzakciókból adódó haszon a Plankett Research Ltd. elemzése szerint csak az USA-ban elérte az évi 200 milliárd dollárt, ám az e-kereskedelem és a tágabb értelmű e-business igazi kiteljesedése még ezután következik. A vállalatok egyre fejlettebb technikai eszközöket alkalmaznak, és az előrejelzés szerint az éves összes nyereség 2005 végére a 400 milliárd dollárt is elérheti.

Az elektronikus kereskedelem tartalékai azonban nem csak a hardver eszközök fejlődésében rejlenek, az e-kereskedelmi formák átgondolása, új struktúrák kialakítása szintén jelentős gazdasági előnyöket hozhat. A struktúraváltásnak az egyik lehetséges célpontja a logisztikai hatékonyság növelése lehet, a logisztikát integráltan kezelő, új formák megtalálásával.

A jelenlegi e-kereskedelmi modellekben, mind elméleti, mind gyakorlati szinten az látható, hogy a logisztikai szolgáltatások piaca elkülönül az áruvásárlástól. Az anyagi javak eladásával foglalkozó piacterek vagy egyáltalán nem nyújtanak logisztikai szolgáltatást, vagy egyféle, rögzített árú szolgáltatást kínálnak, legjobb esetben pedig a szállítási idő szerint néhány árkategóriát. Az úgynevezett integrált piacterek egyaránt kínálnak árut és szolgáltatást, de ez csupán annyit jelent, hogy az áru kiválasztása után kiválaszthatjuk a logisztikai szolgáltatót is, ám a két folyamat elkülönül egymástól, együttes optimalizálására nincs mód. A disztribútornak nevezett közvetítői piacterek logisztikai szolgáltatással együtt gondoskodnak a beszerzésről vagy eladásról, de itt viszont nem lehet a logisztikai szolgáltatókat versenyeztetni [B15]. Ez a hiányosság és annak gazdasági vonzata indított arra a gondolatra, hogy új típusú elektronikus kereskedelmi modellt készítsünk, amely az áruk és a logisztikai szolgáltatások tényleges integrációjával lehetővé teszi a teljes költségre történő optimalizálást.

1.1 Célkitűzések

Munkám kiindulási elképzelése egy olyan, logisztikával integrált elektronikus piactér modell létrehozása volt, amelyben a logisztikai szolgáltatók egymással versenyezve vesznek részt az áru közvetítéssel foglalkozó elektronikus piactér működésében, ami lehetővé teszi az együttes optimalizálást különböző szempontok szerint. Az elektronikus piacterek ilyen megközelítésével a szakirodalomban előttem még senki nem foglalkozott, tehát egy teljesen új kutatási területet kellett megnyitnom.

Fő célként azt tűztem ki, hogy megalapozzam a logisztikával integrált e-piactér modellezésének elméletét, bizonyítva, hogy lehetséges és érdemes ilyen új típusú modelleket készíteni. Ezen belül a feladat komplexitására való tekintettel a következő hierarchikus részcélokat határoztam meg:

1. A kutatási terület definiálása és pozicionálása

Tartalma: Megfogalmazni a kiindulási problémakört, körülhatárolni a modellezési teret, definiálni a szereplő entitásokat és a köztük levő relációkat. Megtalálni a szakirodalomban ezen új, az elektronikus kereskedelem és az ellátási lánc menedzsment határán elhelyezkedő kutatási terület feltárásához használható kapcsolódási pontokat.

2. A kutatási terület feltérképezése

Tartalma: Felvázolni egy általános modellezési keretrendszert, és meghatározni a modellek legfontosabb altípusait az elektronikus kereskedelem általános kategorizálásához illeszkedően.

3. Az elméleti modell megalkotásához szükséges gyakorlati elemzés

Tartalma: Elemezni a modell matematikai megfogalmazásának alapjául szolgáló anyagi folyamatokat, és meghatározni a modellezéshez szükséges kvantitatív jellemzőket.

4. A modell pontos megfogalmazása egy kiválasztott részterületen

Tartalma: Definiálni az optimalizálási problémát, vagyis az input ajánlati struktúrát, a célfüggvényt a peremfeltételekkel és az output eredménystruktúrát.

5. Optimalizálási algoritmusok létrehozása

Tartalma: Egy vagy több megoldási algoritmust készíteni a mintaként szereplő modell optimalizálási problémájára, megalapozva annak helyességét és elemezve a várható működését.

6. A modell alkalmazási körének meghatározása

Tartalma: Megvizsgálni az új modell gyakorlati alkalmazhatóságát, megfogalmazni a gazdasági hasznát, és kritériumokat állítani fel a bevezetésről való döntéshez.

A felsoroltakon kívül szándékomban áll némi iránymutatást adni a további kutatásokhoz, de erre vonatkozólag részletes tervet nem készítek.

1.2 Módszertan

Kutatásaim módszertanát a célkitűzésekhez kapcsolódóan írom le, kiegészítve egy, az egész folyamatot megelőző periódussal.

0. A témaválasztás előzményei

A Nemzetközi Üzleti Főiskolán hat évvel ezelőtt az én irányításommal indult és folyik azóta is az Elektronikus kereskedelem című tantárgy oktatása, amelynek szakirodalmát e célból alaposan megismertem, és fő vonalakban folyamatosan követem. Amikor két és fél évvel ezelőtt megkezdtem PhD tanulmányaimat a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékén (a továbbiakban ME-ALT), megismerkedve a tanszéken folyó kutatásokkal, figyelmem az ellátási láncok modellezése és a virtuális vállalatok témaköre felé fordult. Az itt kapott szemlélettel tanulmányozva az elektronikus kereskedelem irodalmát, sikerült felfigyelnem a logisztikai szempontok már említett elhanyagolására, így merült fel bennem az új e-piactér modell gondolata.

1. A kutatási terület definiálása és pozicionálása

Első tevékenységem az volt, hogy a lehető legalaposabban valószínűsítsem, hogy nincs még ilyen modell. Ehhez elsődleges forrásnak az Interneten található gyakorlati megoldásokat kell tekinteni, aminek tanulmányozásával elég sok időt el is töltöttem, de nem találtam az általam elképzelt modell alapján működő piacteret. A másodlagos forrás, az elektronikus kereskedelem szakirodalma könnyebben és nagyobb megbízhatósággal kutatható, egyrészt az online publikációk kulcsszavai szerint, másrészt a különböző modellek tanulmányozásával foglalkozó, neves szerzők által készített összehasonlító művek alapján. Kutatásaimat angol és magyar nyelven folytattam, mivel az elektronikus kereskedelem témakörében a legtöbb nemzetközi tudományos fórum nyelve angol, a cikkadatbázisok és referenciagyűjteményeké úgyszintén, így a nem angolszász anyanyelvű kutatók eredményei angol nyelven is megtalálhatók. Legfontosabb online forráshelyeim a következők voltak:

- Angol, amerikai és német egyetemi honlapok
- Magyar egyetemi honlapok
- EBSCO cikkadatbázis
- ACM Digital Library
- IEEE Publications

Mindezeket a forráshelyeket az egész kutatás során használtam, sok egyéb, keresőgépek által esetlegesen felhozott webhellyel együtt. Csak olyan anyagokat használtam fel a kutatáshoz, amelyet valamilyen elismert, szakmai szempontból megbízható testület, vagy elismert szakember, tudós neve fémjelzett.

A leírt módon történő kutatási módszerrel nem találtam olyan e-kereskedelmi modellt, amely lényegi hasonlóságot mutatott volna az általam tervezett modellhez.

2. A kutatási terület feltérképezése

Ezen a ponton a szakirodalmi források célzottabb tanulmányozására volt szükség. Az elektronikus kereskedelem élvonalbeli irodalmát összevettem az ME-ALT logisztikai optimalizálási témakörben publikált módszerekkel, és a virtuális vállalat témakörében írott cikkekkel, ami elvezetett a disszertációban ismertetett problémaosztályokhoz.

3. Az elméleti modell megalkotásához szükséges gyakorlati elemzés

A célkitűzés megvalósításához a logisztikai költségekkel kapcsolatos szakirodalmat tanulmányoztam, összevetve a műszaki, az általános menedzsment oldali és a pénzügyi megközelítést. Mindezt összevettem számos, az Interneten található logisztikai szolgáltató tarifarendszerével. Ily módon sikerült olyan költségstruktúrát kialakítanom, amely a korábbi e-piactér modellekben használt költségtényezőknél lényegesen jobban közelíti a valóságot.

4. A modell pontos megfogalmazása egy kiválasztott részterületen

A modell megfogalmazását főként az aukciós irodalomra és az ME-ALT modellekre alapoztam, felhasználva az előző pont gyakorlati elemzését. Több modelltervet dolgoztam ki, melyeket különböző konferenciákon és folyóiratokban publikáltam. A modell finomításához és végső formájának megtalálásához segítségemre voltak a publikációk nyomán kapott visszajelzések, mindenekelőtt konzulensem, Cselényi professzor úr véleménye.

5. Optimalizálási algoritmusok létrehozása

A logisztikával integrált e-piactér modell felállítása egy nem lineáris, részben egész értékű, részben bináris változókat tartalmazó problémához vezetett, amelynek megoldásához áttekintettem a különböző optimalizálási módszereket. Céлом az volt, hogy valamelyik, kereskedelmi forgalomban levő megoldó csomag, a Magyarországon is elterjedt Matlab, az aukciós irodalomban gyakran használt CPLEX, vagy a kisebb méretű problémákat kezelő, de mindenki számára hozzáférhető EXCEL Solver által kezelhetővé tegyem a problémát. A nem lineáris problémák egy osztályára, a konvex, differenciálható célfüggvényekre, ezen belül pedig külön a kvadratikusra léteznek a szimplex módszer általánosításával, vagy egyéb módon készült eljárások [B79], de az általam felállított célfüggvény nem volt folytonos, ezért megoldottam a szakaszos linearizálást, és így visszavezettem a feladatot a lineáris egészértékű programozási problémára. A linearizálást több lépcsőben vezettem le, először egy egyszerűsített modellt használtam, majd fokozatosan bővíttem a feladatot.

Az egészértékű problémák bonyolultsága alapvetően a változók számától és a probléma struktúrájától függ. Esetemben linearizálás ára a változók számának növekedése volt, amely olyan nagymértékű is lehet, hogy veszélyeztetheti a valós idejű alkalmazást. Ezért részletesen elemeztem a linearizált modellt, és kiszámítottam a változók számának korlátait, továbbá bebizonyítottam, hogy az egészértékű változók helyett valós változó alkalmazása is célra vezet. Ezzel a feladatot visszavezettem egy vegyes egészértékű programozási (MIP) feladatra, amely lényegesen gyorsabban oldható meg, mint az eredeti probléma, hiszen a

MIP feladatok megoldásának bonyolultságát a struktúra mellett szintén az egész értékű változók határozzák meg, azok nagy részét pedig folytonossá tettem. Ennek ellenére a megmaradó diszkrét (bináris) változók miatt a legkomplexebb modellek esetén fenyeget a túl hosszú futási idő, ezért tanulmányozni kezdtem a globális optimalizálás metaheurisztikus módszereit, amelyek az egyedi, heurisztikus módszerek bizonyos osztályainak alapját képezik.

Az olyan metaheurisztikus módszerek, mint a hegymászó algoritmusok, amelyek a legmeredekebb változás irányába viszik a keresését, vagy a szimulált hűtés, amelyik a legalacsonyabb energiaállapot analógiáját használja [B62] nálam a szakadásos függvények miatt nem ígértek használhatónak. A különböző evolúciós algoritmusok [B52], vagy a sztochasztikus programozás bizonyos esetekben célravezetők lehetnek a kombinatorikus optimalizálásban, de ezeket inkább olyankor érdemes használni, amikor a probléma kevésbé strukturált, mint az én modellemben. Hasonlóan elmondható ez a tabu keresésről is.

A probléma struktúráját kihasználó módszerek között leggyakrabban használatos a korlátozás és szétválasztás módszere (Branch and Bound), ahol a megoldásokat osztályokba sorolva és azok értékére korlátokat találva nagy lépésekkel tudjuk szűkíteni a keresési teret. Továbbfejlesztett változata a Branch and Cut, amelynek lényege, hogy nem csak az egészértékűség feltételét oldjuk fel, hanem a peremfeltételek közül is elhagyjuk a kiindulási megoldásnál azokat, amelyek jó eséllyel nem befolyásolják a végeredményt. A másik változat a Branch and Price, ahol a nagyszámú változók bizonyos részeit elhagyva közelítjük az optimális megoldást [B8]. Ez különösen hasznos akkor, amikor az optimumban a változók jelentős része nulla értéket kap. Ennek az alapelvnek a segítségével kifejlesztettem egy heurisztikus eljárást, amely a nagyméretű problémát több kisebb méretűvel helyettesíti.

6. A modell alkalmazási körének meghatározása

Az elméletileg felállított modell helyességét és az algoritmusok működését a gyakorlatban is teszteltem. A feladatot megpróbáltam először az eredeti kvadratikus modellel megoldani az MS OFFICE csomagba beépített EXCEL Solver segítségével. Noha a mintapélda igen kicsi volt, a megoldó-program csak akkor működött jól, ha a globális minimum közelében levő kezdőértékeket állítottam be, egyébként igen távoli értékeket adott vissza, nyilvánvalóan nem tudta jól kezelni a szakadásos célfüggvényt.

A linearizált modell kipróbálásához viszont nagyon jó eszköznek bizonyult az EXCEL Solver, mivel lineáris feladatoknál kis számú bináris változóval igen gyorsan oldja meg a vegyes egészértékű programozási feladatot. Hátránya, hogy összességében csak 160 változót tud kezelni, előnye viszont, hogy nagyon könnyen lehet változtatni a paramétereket. További hátránya, hogy programból nem hívható, ami lehetetlenné tette a nagyszámú minta automatizált futtatását, erre csak a Solver önálló kereskedelmi változata lett volna képes, amely nem állt rendelkezésemre. Arra azonban a kézi vizsgálatok is elégségesek voltak, hogy észrevegyek néhány, az alkalmazhatóságot és a gazdaságosságot érintő fontos összefüggést, amelyeket azután elméletileg is bizonyítani tudtam. A

vizsgálatok pontos módszertanának ismertetésére az algoritmusok leírása után, a 8. fejezetben foglalkozom.

A disszertáció elkészítése során igyekeztem konzisztens jelölésrendszert használni. Ennek leírása a disszertáció végén, a 10. fejezetben található.

2. Irodalmi áttekintés

Dolgozatom elméleti háttere az ellátási lánc menedzsment és az elektronikus kereskedelem határterületére pozicionálható. Simchi-Levi et al. [B93] szerint ez az új kutatási terület három különböző tudományágból táplálkozik: (1) gazdasági tudományok, úgy mint mikroökonómia, pénzügy, logisztika, (2) módszertani tudományok: matematika, főként operációkutatás és játékelmélet, továbbá (3) az információtechnológia és a számítási tudományok. Ebben a fejezetben megpróbálom beazonosítani a fő elméleti vonalakat, valamint a határterületük gazdag irodalmában azokat a szálakat, amelyek a kutatásaimhoz vezetnek, és kiemelni azokat a munkákat, amelyekre saját elképzeléseimet és megoldásaimat alapoztam.

2.1 Az ellátási láncok helyzete és elemzési módszerei

Az ellátási lánc alapvető filozófiáját és legfontosabb eszközeit igen sok helyen megtaláljuk az irodalomban, például [B3], [B4], [B14], [B20], [B24], [B58], [B60], [B66], [B94], [B98]. Az ellátási lánc egyik lehetséges definíciója a következő: Egy termék vagy szolgáltatás hatékony létrehozásához szükséges logisztikai, átalakító és szolgáltatási tevékenységek integrált menedzsmentje az eladóktól a végső fogyasztóig. Az ellátási lánc menedzsment feladata a láncban belüli tevékenységek – beszerzés, termelés, elosztás – vállalathatárok nélküli összehangolása a fogyasztói kiszolgálási színvonal növelése és a lánc termelékenységének javítása.

Az ellátási lánc valójában nem egyetlen szál, hanem egy hálózat, amely típusa szerint lehet konvergens, divergens, kapcsolt vagy általános hálózat [B10]. A globalizálódó és egyre bonyolultabbá váló ellátási láncok/hálózatok hatékonyságának javításához az elmélet oldaláról egyre újabb, komplexebb, hatékonyabb és rugalmasabb elemző-tervező rendszerekre, modellekre, módszerekre és eljárásokra van szükség. A folyamatos fejlesztés eredményeinek egy része már felsőoktatási tankönyv szinten jelenik meg a nemzetközi és hazai irodalomban, mint pl. [B4], [B14], [B20], [B24], [B66], [B82], [B94]. Ebben a kategóriában külön szeretném kiemelni a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai tanszékén évtizedek óta folyó széleskörű kutatómunkát, ahol olyan kiváló átfogó referencia munkák és tanulmány-gyűjtemények születtek, mint [B5], [B6], [B7], [B30], [B31]. A tanszéki kutatóműhely keretében az ellátási láncok szinte minden logisztikai aspektusával kapcsolatban készültek matematikai modellek, számos új módszert és eljárást nyújtva a kutatói közösségnek és az ipari gyakorlatnak. Ezeknek, és a releváns nemzetközi irodalomnak csak egy töredékét tudom felsorolni az alábbi, az alkalmazott módszerek szerint kategorizált [B9] rövid áttekintésben.

1. Determinisztikus analitikus modellek

Ezek a modellek heurisztikus módszereket, dinamikus, egészértékű, lineáris vagy nem lineáris programozást alkalmaznak olyan problémák optimalizálására, mint a termelésütemezés, a készletszintek meghatározása, hálózatok tervezése a kapcsolódó telepítési problémákkal [B2], [B27], [B33], [B34], [B35], [B36], [B48], [B52], [B54], [B55], [B56], [B57], [B107].

2. Sztochasztikus programozási modellek

A sztochasztikus modellek az ellátási láncban fellépő bizonytalanságokat úgy kezelik, hogy az alkalmazott paramétereket, vagy azok egy részét valószínűségi változókként definiálják, amelyeket különböző eloszlások feltételezésével vizsgálnak [B23], [B26], [B41], [B68], [B69], [B70], [B71], [B72], [B83], [B84], [B96].

3. Gazdasági modellek

Ez egy kevésbé elterjedt, ám érdekes irányzat, amely játékelméleti alapon közelíti meg az ellátási lánc szereplői közötti kapcsolatot [B16], [B22].

4. Szimulációs modellek

Ezek a modellek különösen nagy jelentőségűek az ellátási lánc újraszervezési lehetőségeinek vizsgálatánál, mert különböző stratégiák kipróbálását teszik lehetővé [B21], [B4], [B100], [B101], [B102], [B106]. A kategórián belül új tendencia az ágens alapú szimuláció, amely az egyes szereplők stratégiáit dinamikusan kezeli. Az ágens lényegét tekintve olyan önállóan működő program, amely a környezet dinamikusan változó adatait valamilyen meghatározott cél elérése érdekében valamilyen eljárással kiértékeli, döntéseket hoz, és azokkal a környezet működését befolyásolja. A szimuláció és az ágens technológia különösen alkalmas a virtuális vállalatok termelésének tervezésére [B74]. Az újrafelhasználhatóság érdekében a legújabb irányzat a modellező keretrendszerek készítése, amelyek testreszabott modellek gyors elkészítését teszik lehetővé [B97], [B88], [B91].

A hivatkozott munkák azt mutatják, hogy a fejlettebb modellek a megközelítési módszertől függetlenül egyre inkább feltételezik, hogy az információáramlás elektronikus úton történik, és a vállalatok közötti tranzakciók részben, vagy teljes egészében az Interneten keresztül, elektronikus kereskedelem keretei között zajlanak.

2.2 Elektronikus kereskedelmi modellek

Az elektronikus kereskedelem, és a szélesebben értelmezett e-business alapfogalmai mára már többé-kevésbé letisztultak, és megtalálhatók olyan kiváló könyvekben, mint [B44], [B49], [B81], [B85], [B105]. Definíció szerint az elektronikus kereskedelem termékek, szolgáltatások és információk eladása és vétele számítógépes hálózatok segítségével.

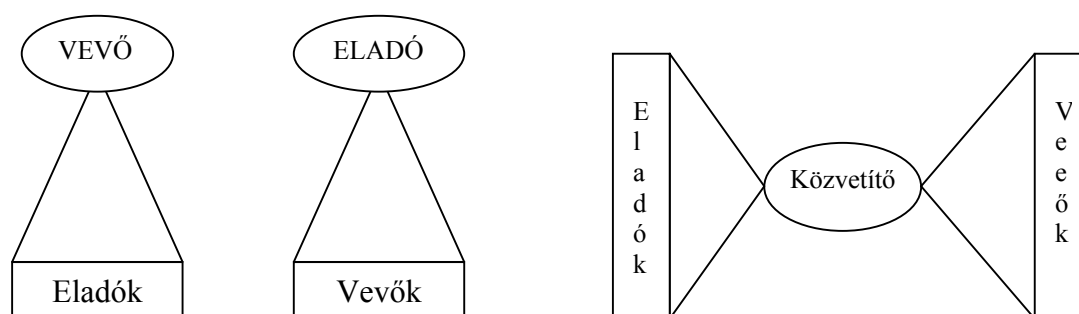
A vállalatok közötti (B2B: Business-to-Business) elektronikus kereskedelem egyre jelentősebb szerepet tölt be az ellátási láncok működésében, mint a költségcsökkentés és az integráció egyik eszköze. Kezdetre a 70-es években megjelent EDI rendszerekhez nyúlik vissza, amelyet egyedi és költséges kiépítése miatt csak a legnagyobb vállalatok számára volt elérhető, de a 90-es években az Internet és a Web technológia által elérhető az olcsó ár és az egyszerű, egységes csatlakozási felület lehetővé tette a széleskörű elterjedését.

A B2B elektronikus kereskedelemben a kezdeti, két vállalat közötti (peer-to-peer) egyszerű adatcserén alapuló kapcsolati modell kétirányú fejlődése figyelhető meg. A

vállalatok közötti hosszú távú stratégiai együttműködéséhez, és a többszintű beszállítói láncok működtetéséhez a technikai kommunikációs szabványokon túlmenően ajánlások születtek a folyamatszintű tervezés szabványosítására, amelyek az egész ellátási lánc hatékonyságának növelését célozzák meg. Ilyen ajánlás például a SCOR modell (Supply Chain Operations Reference-model) [B110], amelyet a Supply-Chain Council (SCC) adott ki 1996-ban, illetve a CPFR modell (Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment) [B111], amelyet a Voluntary Interindustry Commerce Standards (VICS) Association publikált két évvel később.

A másik fejlődési irány a piaci dinamikára alapozott B2B elektronikus piacterekhez vezetett, amelyek a vállalatok közötti e-kereskedelem többrésztvevős színterei. Dolgozatomban a továbbiakban ezzel a területtel foglalkozom.

A B2B e-piactér fenntartója szerint beszélhetünk vevőközpontú (buyer-oriented) modellről, amelyet egy nagy vásárlói potenciállal rendelkező vállalat vagy egy konzorcium üzemeltet a lehetséges beszállítók részvételével, hogy beszerzéseit optimalizálja, az eladóközpontú (seller-oriented) modellről, amelyet hasonlóképpen egy nagyvállalat üzemeltet a lehetséges vevői számára, továbbá a közvetítői modellről, amelynél egy semleges közvetítő működteti a piactert (2.1 ábra). Iparágak szerint megkülönböztetjük a vertikális piactereket, amelyek egy iparágat szolgálnak ki (pl. Covisint.com piramis modellként az autóipart), és a horizontális piactereket, ami több iparágat is kiszolgál. Ez utóbbihoz tartoznak a logisztikai szolgáltatásokat szervező piacterek is (pl. ctcf-inc.com), amelyek általában eladóközpontúak. A logisztika e-kereskedelmi megoldásainak gyakorlati szemléletű megközelítése megtalálható többek között [B28], [B99] művekben.



2.1 ábra: Vevői, eladói és közvetítői piactér

Az elektronikus kereskedelemben az üzletkötés legegyszerűbb módja a katalógus-áruházak használata, amelyek létrehozása technikai feladat. A vállalatok közötti kereskedelemben azonban sokkal nagyobb jelentősége van az aukciónak, amely a versenyeztetés eszközeként meghatározó szerepet játszik a beszerzésben és az elosztásban.

Az aukció a hagyományos kereskedelem egyik legősibb módja, amelyet mind a mai napig számos területen alkalmaznak. Tudományos háttere az aukcióelmélet, amely eredetileg azzal foglalkozott, hogy kereskedelmi, kulturális és pszichológiai alapokon vizsgálja a különböző típusú aukciók eredményességét, szereplőinek

lehetséges stratégiáit [B104]. Az elektronikus kereskedelem előretörése lökést adott az aukcióelmélet kutatásához, az utóbbi két évtizedben a kutatók és a gyakorlati szakemberek erőfeszítései arra irányultak, hogy az elektronikus ártárgyalások kereteit definiálják, standardizálják, és a működési mechanizmusokat optimalizálják.

Az internetes aukciók különböző típusúak lehetnek. Az angol típusú aukcióban az eladó felajánlja az árut egy indító áron, a vevők emelkedő sorrendben licitálnak, és a legmagasabb ajánlat nyer. Érdekes modell a Vickrey féle aukció, ahol a legjobb ajánlat megtevője nyer, de csak a második helyezett által felajánlott árat kell megfizetnie, ily módon ösztönözve az aukció résztvevőit bátrabb licitálásra. A holland típusú aukcióban az eladó egy magas árat tűz ki, amit azután lassan enged lefelé. Az a vevő nyer, aki elsőként elfogad egy ajánlatot. Fordított aukcióról beszélünk akkor, ha a vevő indítja az aukciót, és az eladók licitálnak lefelé haladó árakkal. Ezt a modellt tipikusan vevőközpontú piactereken alkalmazzák. Az aukciók közé besorolják a tendert is, mint egyfordulós aukciót, amely lehet nyitott vagy zárt.

A hatalmas kutatási területről számos kiváló összefoglaló munka számol be [B13], [B18], [B75], [B65], [B63], [B105], amelyek segítenek megismerni az aukcióelmélet fogalmait és a szerteágazó területen született eredményeket.

Kutatásaim elméleti megalapozása során fő iránymatatóm Kalagnanam and Parkes [B63] volt, amely egyike a szakterületen fellelhető legkorszerűbb, legátfogóbb publikációknak. Ebben a szerzők egy olyan keretrendszert ajánlanak, amely az elektronikus piactereken használt aukciók fő elemeit rendszerezi a következő elnevezésekkel: erőforrások, piaci struktúra, preferencia struktúra, ajánlati struktúra, a kereslet-kínálat egyeztetése, valamint az információ visszacsatolása. Az aukcióelmélet témakörében megjelent számos más publikációhoz hasonlóan én is ezen kategóriák felhasználásával fogom pozicionálni kutatásaimat és eredményeimet.

Minden aukció célja bizonyos erőforrások allokálása, elsőként tehát az erőforrások jellegét kell tisztázni. A továbbiakban az aukció tárgyát általánosan terméknek fogjuk nevezni, amely lehet akár áru, akár szolgáltatás. Az irodalom felosztása szerint egy aukció allokálhat egyféle vagy többféle terméket, továbbá azokból egy vagy több egységnyi mennyiséget. Az allokálandó termékeket leírhatjuk egy jellemzővel, vagy több attribútummal. Az úgynevezett kombinatorikus aukciók egy csomagban értékesítenek bizonyos termékeket oly módon, hogy a csomag értéke nem azonos az egyes elemek értékének összegével. Fontos még az aukcióban szereplő termékek jellege a részekre oszthatóság szempontjából (osztható - nem osztható termékek) és az értékelhetőség szempontjából. Bizonyos javak általános értéket képviselnek, amely minden résztvevő számára ugyanakkora, csak az aukció során nem ismert (pl. egy olajmező értéke), vagy pedig privát értékük van, amit például a termék előállítója számára a költség jelenthet [B75].

A piac szerkezete definiálja az egy tranzakcióban résztvevő eladók és vevők számát, valamint az ártárgyalási mechanizmust. Az eladóközpontú piactereken egy eladó kínálja termékeit emelkedő áras aukció keretében. A vevőközpontú piactereken fordított aukció történik, egy vevő szerzi be a számára szükséges termékeket több eladótól, akik csökkenő árakat ajánlanak. Ez az úgynevezett beszerzési aukció, amelynek célja a beszerzési költségek minimalizálása. A közvetítői piacterek

(exchange) több vevőt kapcsolnak össze több eladóval meglehetősen bonyolult párhuzamos aukciós rendszer segítségével. A folyamatos licit helyett alkalmazható az egyszeri ajánlati rendszer is, a tendereztetés, de ezen a két típuson belül is számos mechanizmus ismert. Az aukcióelmélet irodalmának egyik központi témája éppen a különböző aukciós mechanizmusok – pl. angol, holland, Vickrey típusú aukciók – elemzése és értékelése abból a szempontból, hogy mennyire ösztönzi a szereplőket az aukció célja felé törekvésre, pl. beszerzési aukcióban az eladókat árak csökkentésére. Ezzel a kérdéssel együtt vizsgálják a licitálók lehetséges stratégiáit és nyelési esélyeit is.

A kereslet-kínálat egyeztetése nem más, mint maga az erőforrás-allokáció, vagyis az aukció győztesének, vagy győzteseinek kiválasztása, ami az aukciós mechanizmus szabályainak megfelelő optimalizálási probléma megoldásával történik. Ezen a területen a kutatók erőfeszítései a hatékonyabb, gyorsabb algoritmusok kidolgozására irányulnak a valóságot egyre jobban modellező peremfeltételek megengedése mellett. Az egy termék egyszeres mennyiségének allokálása teljesen kidolgozott témának tekinthető [B75], [B76], [B67], jelenleg a többszörös tulajdonsággal leírható termékek aukciója illetve a kombinatorikus aukciók állnak az érdeklődés középpontjában [B12], [B105].

Az ajánlati struktúra teszi lehetővé, hogy az ajánlattevők kifejezzék preferencia struktúrájukat, így ez a kettő szoros összefüggésben van egymással. Jelenleg az elektronikus piacterek ajánlati struktúrái általában kompromisszumot keresnek a szereplők tényleges preferencia struktúráinak figyelembe vétele és a számítások kivitelezhetősége között. A többszörös attribútum, a kombinatorikus aukciók és a mennyiségi kedvezmények bevezetése az ajánlati és preferencia struktúrák közelítésének irányába mutat. Az általam alkotott modellnek szintén ez a célja, ezért létrehoztam egy új típusú ajánlati struktúrát, amelynek megtervezésénél támaszkodtam Rothkopf & Harstad [B87] továbbá Dang & Jennings [B42] által kidolgozott struktúrákra.

Disszertációm a beszerzési aukciót helyezi a középpontba, mivel véleményem szerint a beszerzés az a terület, ahol az általam bevezetett új típusú piacterek jelentősen hozzájárulhatnak az ellátási láncok hatékonyságának javításához. Az eddig hivatkozott irodalmi források többsége szintén nagy figyelmet fordít a beszerzési aukciók tárgyalására. Ezen a területen a legfontosabb tendencia a mennyiségi kedvezmények modellezése, és az így keletkező számítási bonyolultság algoritmikus kezelése [B63], [B43], [B47].

A beszerzési aukciók modellezésében szintén fontos tendencia a kombinatorikus modellek alkalmazása, amely egyszerre többféle termék beszerzését teszi lehetővé egy csomagban. Az irodalomban például de Vries and Vohra [B105] ad kiváló áttekintést a kombinatorikus aukciók elméleti megközelítéseiről. A valós környezetben működő beszerzési aukciók egyik legismertebb példája a Mars élelmiszeripari konszern beszerzési aukciója [B104]. Az alkalmazott kombinatorikus modell megkötést tartalmaz a beszállítók minimális és maximális számára. Az alsó határ célja a beszállítóktól való függés enyhítése, a felső pedig a kapcsolattartás

összköltségét hivatott csökkenteni. A keretszámok meghatározása az aukciós algoritmustól független menedzsment döntés, amely előzetes számításokon alapul.

A kombinatorikus aukciók allokációs algoritmusai a probléma nehézsége miatt nagy figyelmet kapnak az irodalomban. Ez az optimalizálási probléma általános esetben NP-teljes, ezért a publikált algoritmusok többsége egy-egy speciális területre koncentrál. A megoldás legtermészetesebb megközelítési módja a lineáris és/vagy egészértékű programozás, azonban a résztvevők számának növekedésével a bonyolultság annyira megnövekedhet, hogy az allokáció kiszámítása nem hajtható végre a valós idejű működéshez szükséges idő alatt. A különböző metaheurisztikus módszerek, közöttük elsősorban a korlátozás és szétválasztás módszere (branch and bound) sok esetben bizonyultak alkalmasnak a megoldás gyors megtalálására, mivel ezek ki tudják használni az alkalmazott aukciós mechanizmusból adódó speciális előnyöket [B87], [B53]. Számomra különösen jól felhasználható volt a Sandholm [B89] által kidolgozott és [B90] által továbbfejlesztett ajánlati struktúra és a hozzá tartozó allokációs algoritmus, amely szintén a korlátozás és szétválasztás módszerén alapul.

Az aukcióelmélet irodalmának tanulmányozása során megállapítottam, hogy a logisztikai megoldásokkal kapcsolatos kérdések kevés helyen szerepeltek. A szállítási költségek egyszerűsített kezelése megtalálható Chen *et al.* [B19] illetve Zeng *et al.* [B109] munkájában. Ezek a modellek a mennyiséggel arányos, rögzített egységárú szállítási költséget tartalmaznak, amely kevésbé felel meg a valós körülményeknek, mint az általam kialakított költségszerkezet. A beszerzési aukciókkal kapcsolatos publikációkban nem találtam olyan modellt, amely figyelembe vette volna az időbeli kötöttségeket, amelyek pedig az ellátási láncok kezelésének legfontosabb paraméterei közé tartoznak. A raktározás kérdésével explicit módon nem foglalkoznak a publikációk, csak az aukción el nem kelt termékekre vonatkozó, egy összegű extra költség bevezetése tekinthető ilyen irányú utalásnak [B18].

A disszertáció fontos előzményét képezi a virtuális vállalatokkal foglalkozó kutatás, amely Dr. Cselényi József vezetésével a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai tanszékén évek óta folyik, számos módszert fejlesztve ki arra a problémára, hogy hogyan lehet az e-business elvei és eszközei alapján dinamikus rendszerbe szervezve kihasználni a csoportba tömörülő vállalatok szabad kapacitásait [B25], [B29], [B32], [B37], [B38], [B39], [B40], [B64], [B95].

2.3 Az optimalizálási problémák kezelésének módszerei

Matematikai szempontból az ellátási lánc modellezése és az aukcióelmélet hasonló problémákat vet fel, mindig valamilyen optimalizálási feladatot/feladatokat kell megoldani. Az optimalizálási algoritmusok az operációkutatás egyik fontos témakörét alkotják. A problémák jó része éppen a logisztikai tervezés során került előtérbe, és mivel az egyre komplexebb modellek iránti igény egyre bonyolultabb problémákat vet fel, a matematikának ez a területe folyamatosan fejlődik.

Egy optimalizálási feladat során valamilyen célfüggvény szélsőértékét keressük bizonyos, egyenletekkel és egyenlőtlenségekkel leírható peremfeltételek mellett. Ha a

célfüggvény és a feltételek valós értékeket felvevő lineáris függvények, akkor lineáris programozási (LP) feladatról beszélünk, amelynek megoldására már fél évszázada született hatékony megoldási eljárás, az azóta egyre újabb továbbfejlesztett változatokkal rendelkező szimplex módszer, amely megtalálható az operációkutatási alapkönyvekben, mint például [B1], [B59], [B77], [B108]. Nehézségeket okoz, ha a célfüggvény vagy a korlátozó függvények nem lineárisak, továbbá az, ha a változók egy része csak egész értéket vehet fel. Ez utóbbi esetben egészértékű (IP), vagy vegyes programozási (MIP) feladatról beszélünk, amelyek teljes osztályára nincs általános megoldás. Ezeket sok esetben egyedi, heurisztikus eljárással kell megoldani, bár bizonyos alosztályokra kifejlesztettek jól használható általános eljárásokat. Vannak továbbá olyan, metaheurisztikának nevezett kereteljárások, amelyek irányt adnak az egyedi, heurisztikus megoldásokhoz [B8], [B52], [B62]. Ezek részleteivel a módszertani részben foglalkoztam.

A nem lineáris problémák egy osztályára, a konvex, differenciálható célfüggvényekre, ezen belül pedig külön a kvadratikusra léteznek a szimplex módszer általánosításával, vagy egyéb módon készült eljárások [B79], ezek működéséhez viszont általában kikötés legalább a folytonosság, de sokszor az egyszer vagy kétszer differenciálhatóság is.

A nagy komplexitású optimalizálási problémákat párhuzamos megoldásokkal lehet kezelhetőbbé tenni Censor és Zenios [B17], Bertsekas [B11]. A globális optimalizálási algoritmusok közül a Branch and Bound eljárások különösen alkalmasak a párhuzamos végrehajtásra.

3. A logisztikával integrált elektronikus piactér (EMMIL) bevezetése

1. Tézis

Új típusú modellt definiáltam a vállalatok közötti elektronikus kereskedelem gazdaságosságának javítására, létrehozva a logisztikával integrált elektronikus piactér koncepcióját. Meghatároztam három altípus – a vevőközpontú, az eladóközpontú és a közvetítői modell – szerkezetét, és megalkottam a működtetésükhöz szükséges újfajta aukciós algoritmusokat.

Amint azt az irodalom és a gyakorlat tanulmányozásával megállapítottam (ld. 2. fejezet) a jelenlegi e-kereskedelmi gyakorlatban a külső logisztikai szolgáltató (LSZ) bevonása úgy történik, hogy az áruroló vásárlási megállapodás után külön fordulóban történik a logisztikai szolgáltatások megrendelése, ami nem teszi lehetővé a teljes költségre való optimalizálást. Ezért új modelleszaládot definiáltam, amelyet logisztikával integrált elektronikus piactérnek neveztem el, és amelyre a továbbiakban az angol fordítás (E-Marketplace Model Integrated with Logistics) kezdőbetűiből alkotott EMMIL mozaikszóval fogok hivatkozni. Disszertációmiban az új modelleszalád definiálásával és elemzésével foglalkozom a 2.1 fejezetben ismertetett [B63] fogalmi rendszerébe illeszkedően, vagyis megvizsgálva az erőforrások, piaci struktúra, preferencia struktúra, ajánlati struktúra, a kereslet-kínálat egyeztetés, valamint az információ-visszacsatolás lehetséges kialakítását. A fejezethez kapcsolódnak az [A2], [A7], [A8], [A9], [A10] saját publikációk.

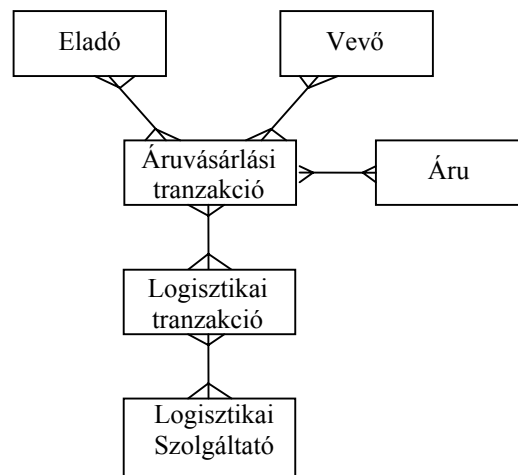
3.1 Az EMMIL modell származtatása

Az EMMIL modelleszaládban az allokálható erőforrások általánosan a következők: (1) többféle, fizikai szállítást igénylő áruveléség, tetszőleges mennyiségekkel (2) logisztikai szolgáltatás, amely lehet szállítás, raktározás, címkézés, egységgrakományképzés és -bontás, egyéb értéknövelő extra szolgáltatás valamint ezek kombinációja.

A külső logisztikai szolgáltatókat hagyományos módon bevonó e-kereskedelmi modell ezt a kétféle erőforrást külön kezeli, amint ezt a 3.1 ábrán látható egyedkapcsolat diagramm mutatja. Látható, hogy külön áruvásárlási tranzakció kapcsolja össze az eladókat, a vevőket és a termékeket, és a rögzített áruvásárlási tranzakcióhoz kapcsolódik a logisztikai tranzakció, amelyet a logisztikai szolgáltató (LSZ) végez. Az egyed típusok általános esetben mindenhol több a többhöz módon kapcsolódhatnak egymáshoz¹, de konkrét esetekben ez a piactér típusának megfelelően korlátozódik, az eladóközpontú piactereknél egy eladóra, a vevőközpontúaknál pedig egy vevőre.

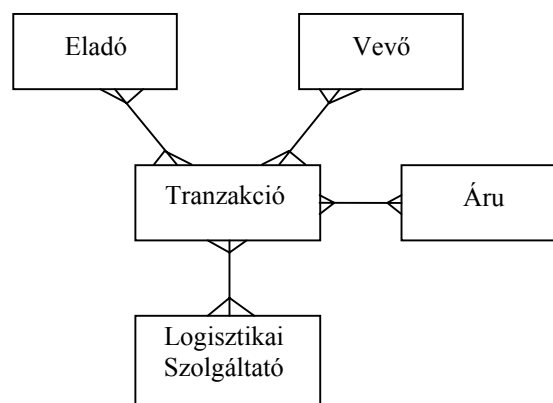
¹ Az egyedkapcsolat-diagramm terminológiájában a több mindig tartalmazza az egynek a lehetőségét

Az EMMIL modellben ezt a tranzakció-szervezést váltja fel a 3.2 ábrán látható kapcsolati rendszer, ahol egyetlen tranzakcióban kapcsoljuk össze az árut és a három különböző típushoz tartozó szereplőket. Itt is igaz, hogy csupán a közvetítói e-piactér modell engedi meg, hogy egy tranzakcióban egyszerre több eladó és több vevő legyen jelen, a másik két típusban egy eladó illetve egy vevő szerepel.



3.1 ábra: Hagyományos e-kereskedelmi tranzakció egyedkapcsolat diagrammja

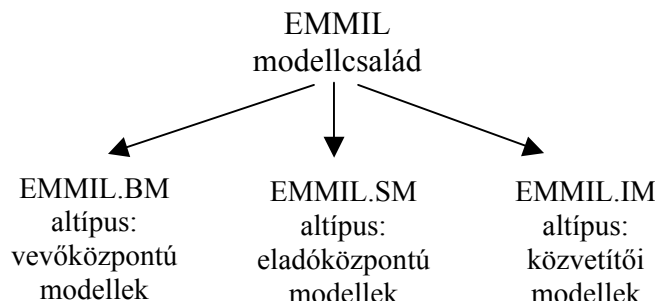
A logisztikával integrált piactér lényeges újítása az, hogy a logisztikai szolgáltatók az eladók és vevők között folyó tárgyalások során folyamatosan lehetőséget kapnak saját ajánlataik megtételére, és a piactér programja az összes tényező figyelembevételével választja ki az optimális ajánlatot.



3.2 ábra: EMMIL tranzakció egyedkapcsolat diagrammja

Az EMMIL modellek a piaci struktúra szerint három altípusba sorolhatók. (3.3 ábra) EMMIL.SM elnevezést adtam a logisztikával integrált eladóközpontú modellnek (seller-oriented model), ahol egy eladó áll kapcsolatban számos vevővel és logisztikai szolgáltatóval. EMMIL.BM nevet adtam a vevőközpontú modellnek

(buyer-oriented model), ahol egy vevő, több eladó és LSZ van jelen. A közvetítői piactereket EMMIL.IM (intermediary model) néven vezetem be.



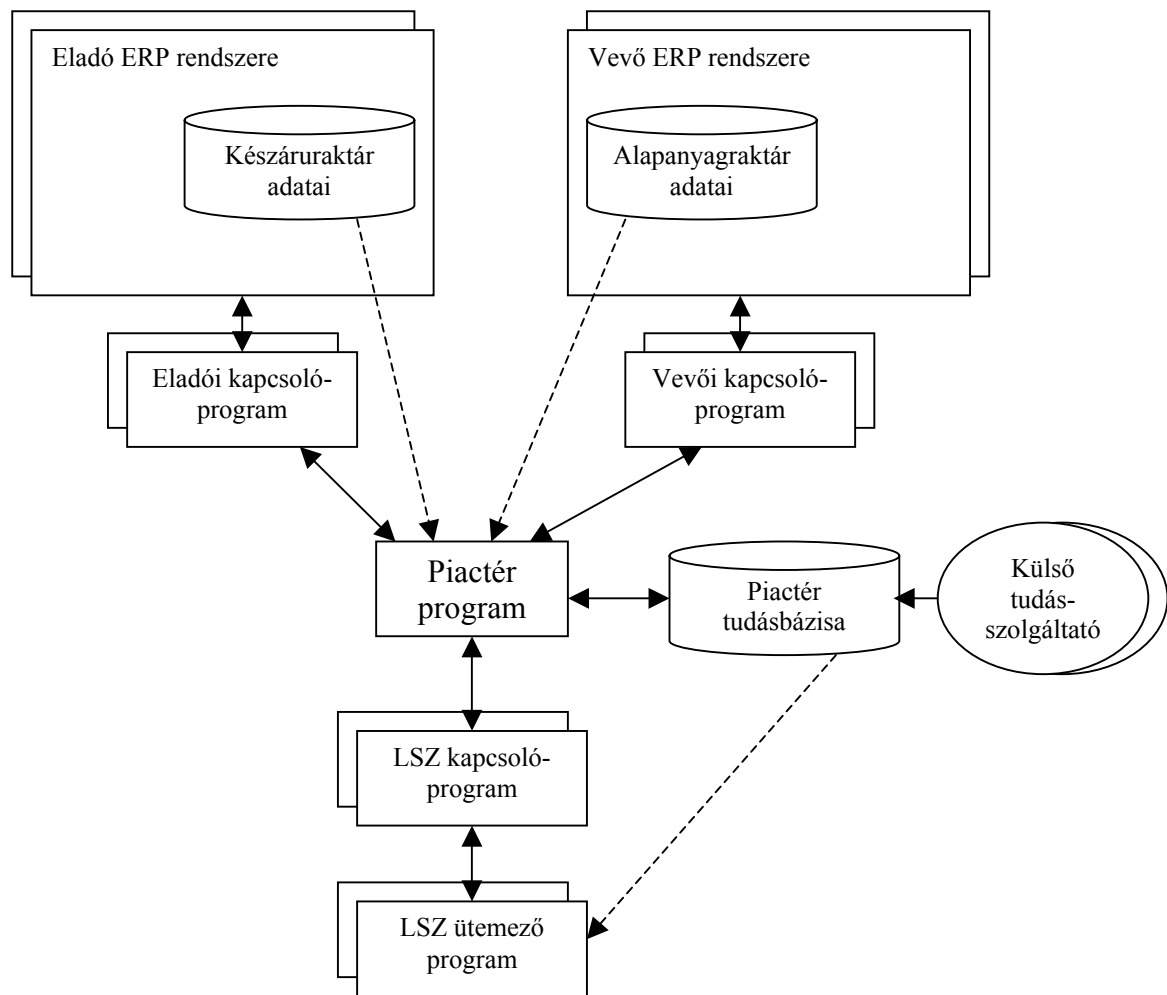
3.3 ábra: Az EMMIL modellcsalád altípusai

Az altípusokon belül is sokféle módon lehet az EMMIL piactereket megtervezni. Ebben a fejezetben széleskörűen használható, általános mintákat definiálok, amelyeket a későbbiekben fogok konkrét modellekre szűkíteni.

3.2 Az EMMIL architektúra

A 3.4 ábra bemutatja a logisztikával integrált piactér egységes keretrendszerét, amelybe mind a három altípus beilleszkedik. A piactér motorja egy központi program, amely az aukciókat bonyolítja és az optimalizálást végzi. Ehhez minden oldalon – az eladón, a vevőn és a logisztikai szolgáltatókn – minden szereplő egy speciális kapcsolóprogram (front-end processor) segítségével csatlakozik. Az eladók illetve vevők számának aránya szerint eljutunk a különböző e-piactér típusokhoz. A háromféle EMMIL piactéren a piactér motorja különböző filozófiáknak megfelelően más-más aukciós algoritmus alapján működik, amelyeket a következő alfejezetekben részletesen ismertetni fogok. A kapcsolóprogramok működtethetők kezelő segítségével, emberi döntéseket közvetítve a piactér felé, de sokkal hatékonyabb az ágens alapú megoldás, amelyben programok folytatják az áralkut a résztvevő felek által beállított preferenciák és stratégiák alapján. Az ágens stratégiák meghatározása játékelméleti feladat, ezzel a disszertációmban nem foglalkozom.

Feltételezzük, hogy mindhárom oldalon korszerű számítógépes program (ERP: Enterprise Resource Planning) segítségével végzik tevékenységeik irányítását, így a kapcsolóprogramok/ágensek folyamatosan elláthatók a képviselt entitás aktuális releváns adataival. A raktári adatokhoz kapcsolódó szaggatott nyilak azt szimbolizálják, hogy az EMMIL modell továbbfejleszthető egy magasabb integráltságú ellátási lánc menedzsment rendszerre, ahol az eladó illetve a vevő kihelyezheti raktárkészletének menedzselését a piactérre.



3.4 ábra: Logisztikával integrált elektronikus piactér keretrendszere

Célszerű, ha a piactér rendelkezik egy tudásbázissal is, amely tartalmazza a különböző szituációkban alkalmazandó eljárásokat, továbbá egy széleskörű nemzetközi logisztikai adatbázist (útadatok, benzinárak, vámok stb.), amelynek frissen tartásához igénybe vehetők a Weben található tudásszolgáltatók. Ezt a tudásbázist a piactér központi programján kívül a logisztikai szolgáltatók is elérhetik, és felhasználhatják saját stratégiájukhoz, ha úgy szerződnek a piactér üzemeltetőjével.

3.3 Az EMMIL piacterek működési mechanizmusa

Az EMMIL piacterek működésének alapja valamely háromoldalú tárgyalási mechanizmus, tender vagy aukció aszerint, hogy egy vagy több körben folyik a tárgyalás. A háromoldalú piactereken az ismert aukciós algoritmusok nem működnek, újakat kell definiálni. Az alábbiakban ismertetem a háromféle EMMIL piactér általános működési mechanizmusát megadva egy-egy lehetséges aukciós algoritmust. Az itt leírt aukciós algoritmusok csak egy általános kommunikációs sémát adnak, amelyet a piactér egyéb jellemzőinek ismeretében lehet ténylegesen működőképessé tenni.

3.3.1 A vevőközpontú modell (EMMIL.BM) működése

A vevőközpontú piacteret egy vevő üzemelteti, ezért az allokációs algoritmus a vevő céljai szerint optimalizál. A disszertációm további fejezeteiben kidolgozott modellben ez a cél a beszerzési költségek minimalizálása a szállítási határidők és az előírt minőség betartása mellett, de az alábbiakban leírt keretalgoritmus alkalmas bármilyen más cél megvalósítására is.

Az alábbiakban definiálok egy diszkrét lépésekkel működő kombinált fordított aukciót. A vevő által kibocsátott ajánlatra válaszul az eladók és a logisztikai szolgáltatók váltakozva licitálnak, előírt t_0 időhatárokon belül, csökkenő értékeket alkalmazva. Az aukció teljes időtartama t^s , az allokáció eredményeként kapott győztes kombinációt $\mathcal{K}$ szimbólummal jelölve az algoritmus általánosan, a tényleges ajánlati struktúrától függetlenül az alábbi pszeudo kóddal írható le.

3.1 Algoritmus

```

BEGIN
  Elado_stop:=FALSE
  LSZ_stop:=FALSE
   $\mathcal{K}$ := $\emptyset$ 
  Eltelt_idő:=0
  A vevő kibocsátja az ajánlatkérést, amely az áruk vásárlására vonatkozik
  Az eladók ajánlatot tesznek a termékre vonatkozóan
  IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
    THEN EXIT
  ENDIF
  A logisztikai szolgáltatók ajánlatot tesznek a logisztikai szolgáltatásokra
  IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
    THEN EXIT
  ENDIF
  REPEAT
    A győztes kombináció meghatározása az érvényes ajánlatokból a vevő
    célja szerint optimalizálva
     $\mathcal{K}$ := { győztes kombináció }
    Információ visszacsatolás az eladók és a LSZ-k felé

```

```

    Az eladók ajánlatot tesznek a termékre vonatkozóan
    IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
        THEN
            Elado_stop:=TRUE
        ELSE
            Elado_stop:=FALSE
    ENDIF
    A logisztikai szolgáltatók ajánlatot tesznek a logisztikai szolgáltatásokra
    IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
        THEN
            LSZ_stop:=TRUE
        ELSE
            LSZ_stop:=FALSE
    ENDIF
    UNTIL (Elado_stop AND LSZ_stop =TRUE) OR Eltelt_idő  $\geq t^z$ 
END

```

Látható, hogy az aukció megáll, ha nincs indító ajánlat az eladók vagy a logisztikai szolgáltatók oldaláról, egyébként pedig addig fut, amíg egyik oldalról sincs már újabb ajánlat, vagy letelt az aukcióra engedélyezett idő. Sikertelennek minősül az aukció, ha a győztes kombinációk halmaza üres marad. ($\mathcal{K} = \emptyset$)

3.3.2 Az eladóközpontú modell (EMMIL.SM) működése

Az eladói piactereken a logisztikával integrált aukció a vevőkkel szemben normál, vagyis emelkedő árakkal folyik a licit, a logisztikai szolgáltatók felé viszont fordított, ők csak csökkenő költségű ajánlatokat adhatnak. Az alábbiakban ismertetett aukciós algoritmus a vevői aukció duálisának nevezhető.

3.2 Algoritmus

```

BEGIN
    Vevő_stop:=FALSE
    LSZ_stop:=FALSE
     $\mathcal{K}:=\emptyset$ 
    Eltelt_idő:=0
    Az eladó kibocsátja az ajánlatát az áruk eladására
    A vevők ajánlatot tesznek a vásárlásra
    IF nem volt új ajánlat
        THEN EXIT
    ENDIF
    A logisztikai szolgáltatók ajánlatot tesznek a logisztikai szolgáltatásokra
    IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
        THEN EXIT
    ENDIF
    REPEAT
        A győztes kombináció meghatározása az érvényes ajánlatokból az eladó
        célja szerint optimalizálva

```



```

 $\mathcal{K} := \{ \text{győztes kombináció} \}$ 
Információ visszacsatolás a vevők és a LSZ-k felé
A vevők ajánlatot tesznek a vásárlásra
IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
    THEN
        Vevő_stop:=TRUE
    ELSE
        Vevő_stop:=FALSE
ENDIF
A logisztikai szolgáltatók ajánlatot tesznek a logisztikai szolgáltatásokra
IF nem volt új ajánlat  $t_0$  időn belül
    THEN
        LSZ_stop:=TRUE
    ELSE
        LSZ_stop:=FALSE
ENDIF
UNTIL (Vevő_stop AND LSZ_stop =TRUE) OR Eltelt_idő  $\geq t^s$ 
END

```

Látható, hogy az aukció itt is megáll, ha nincs indító ajánlat a vevők vagy a logisztikai szolgáltatók oldaláról, egyébként pedig addig fut, amíg egyik oldalról sincs már újabb ajánlat, vagy letelt az aukcióra engedélyezett idő. Sikertelennek minősül az aukció, ha a győztes kombinációk halmaza üres marad. ($\mathcal{K} = \emptyset$)

3.3.3 A közvetítői modell (EMMIL.IM) működése

A közvetítői EMMIL piacteret semleges negyedik fél üzemelteti. Működése többféleképpen képzelhető el, disztribútor, nagybani beszerző vagy virtuális vállalat rendszerében. Az első két tevékenységben a közvetítő valójában egyoldalú tárgyalásokat folytat, ezért ezek az aukciós algoritmusok levezethetők az eladói illetve vevői piacterek korábbiakban ismerttetett algoritmusaiából.

3.3 Algoritmus (nagybani beszerző)

```

BEGIN
    A közvetítő publikálja a beszerzői kompetencia körét
    A vevők megadják igényeiket
    A közvetítő összesíti a vevői igényeket és vevőként lép fel a nevükben
    3.1 Algoritmus
END

```

3.4 Algoritmus (nagybani beszerző)

```

BEGIN
    A közvetítő publikálja a disztribútori kompetencia körét
    Az eladók megadják igényeiket
    A közvetítő összesíti az eladói igényeket és eladóként lép fel a nevükben
    3.2 Algoritmus
END

```

A virtuális vállalat mindhárom oldal igényeit és lehetőségeit figyelembe véve közös optimumra törekszik. A virtuális vállalatok kutatásával a ME-ALT tanszéken Dr. Cselényi József vezetésével hosszú ideje foglalkoznak, amint azt a 2. fejezetben ismertettem, de ez a terület már túl van a disszertációm keretein.

3.4 Az EMMIL piacterek kialakításának fő kérdései

Az eddigiekben vázolt EMMIL modellek konkretizáláshoz szükség van az erőforrások attribútumainak specifikálására, az ajánlati struktúra definiálására, az optimalizálási algoritmus kidolgozására és az információs visszacsatolás meghatározására, amihez a következő kérdéseket kell tisztázni:

Az árut illetően:

- Milyen fajtákkal foglalkozunk:
 - Darabáru vagy ömlesztett
 - Fajta szerint homogén vagy inhomogén
- Milyen egységrakományokat képezünk:
 - Homogén vagy inhomogén
- Milyen minőségi szintek vannak:
 - Egyféle vagy többféle
- Mely termékek helyettesíthetik egymást
- Milyen kezelési előírások vannak

A logisztikai szolgáltatásokat illetően:

- Milyen logisztikai szolgáltatásokra van igény és milyen feltételekkel:
 - szállítás, raktározás, egységrakomány-képzés és -bontás, címkézés és egyéb értéknövelő extra szolgáltatás
- Milyen földrajzi távolságokra készülünk fel
 - Milyen szállítási módok lehetnek
 - ◆ Közúti, vasúti, légi, vízi, multimodális
- Vámhatárok átlépésére hogyan készülünk fel
- Milyen időtávokra készülünk fel

A piactér üzemeltetőjének stratégiáját illetően:

- Milyen szempontok szerint optimalizálunk:
 - Pénzügyi mutatók: bevétel, költség, profit
 - Minőségi szempontok, azokat hogyan kezeljük
 - Határidők, gyorsaság
 - Megbízhatóság, partnerek minősítése
 - Több célú optimalizálás
- Milyen szerződés készülhet:
 - Egyszeri vagy ismétlődő vásárlás
- Van-e korlátozás az egy tranzakcióban résztvevő partnerek létszámára
 - Partnerek minimális és maximális száma

Mivel az optimalizálási szempontok közül a gyakorlatban a pénzügyi mutatók általában prioritást élveznek, ezért a következő fejezetben elemzem az EMMIL piacterek költségstruktúráját, az 5-7 fejezetekben pedig kidolgozok és részletesen elemzek egy EMMIL.BM modellt, amely a költségekre optimalizál rögzített egyéb paraméterek mellett.

Az információs visszacsatolásnak a piaci szereplők ösztönzése szempontjából van jelentősége. Az allokációs folyamat után a résztvevőknek az üzemeltető szándéka szerint alábbi típusú információ adható:

- A számára alokált erőforrások
- Az allokáció elnyerésének minimális szintje
- A teljes allokáció
- A hozzá kapcsolódó partnerek árai, eladók számára a telephelyüktől számított szállítási költségek, logisztikai szolgáltatók számára az eladók árai
- A saját helyzetének javításához szükséges pontos információ

Ez utóbbi visszacsatolás több számítással jár, mert minden egyes optimalizálás után el kell végezni az érzékenységi vizsgálatot, amely megmutatja, hogy milyen feltételek mellett következne be pozitív változás az egyes szereplők számára, ami természetesen az üzemeltető számára is jobb eredményt jelentene. Különösen akkor fontos ez a típusú visszacsatolás, ha sok a résztvevő, és a ténylegesen versenyképesek részvételére szeretnénk korlátozódni.

4. Az EMMIL piacterek költségstruktúrája

2. Tézis

Részletesen feltártam a logisztikával integrált tranzakciók költség szerkezetét. Elvégeztem a vevőközpontú altípus logisztikai folyamatainak tevékenység alapú költségelemzését, és megmutattam, hogy annak elemeivel az eladóközpontú és a közvetítői altípusok költségstruktúrája is modellezhető.

Ez a fejezet az EMMIL piacterek költségelemzésével foglalkozik, amelynek célja, hogy megalapozza egy ösztönző ajánlati struktúra definiálását. A fejezethez kapcsolódnak az [A1], [A3], [A6] saját publikációk.

A továbbiakban a következő feltételezésekkel szűkítjük a 3.3-ban felsorolt lehetőségeket:

- Az áru kezelési szempontból homogén
- Homogén egységrakományokkal kereskednek, amelyeket nem bontanak meg (pl. raklap)
- Az egységrakományokat adott méretű szállítójárműre vagy konténerbe rakják
- Logisztikai szolgáltatásként csak rakodás, szállítás és raktározás lehetséges
- Pénzügyi szempontok szerint optimalizálunk adott időbeli és mennyiségi korlátok között

4.1 Az EMMIL piacterek költségorientált célfüggvényei

Az alábbiakban mindhárom piactér típusra megfogalmazom a tranzakciók létrejöttének alapjául szolgáló célfüggvényeket (4.1, 4.2, 4.3) a legáltalánosabb – és egyben a legegyszerűbb – formában, aminek összetevőit a fejezet további részében részletesen elemezni fogom. Az időbeli és mennyiségi korlátokból adódó peremfeltételeket viszont csak a következő fejezetben fogom megadni, mivel ezek az ajánlati struktúrától függenek.

Vevőközpontú modell (EMMIL.BM):

$$C_{\pi}^p + C_{\lambda}^p = \text{minimum} \quad (4.1)$$

Eladóközpontú modell (EMMIL.SM):

$$R_{\pi}^s - C_{\lambda}^s = \text{maximum} \quad (4.2)$$

Közvetítői modell (EMMIL.IM):

$$R_{\pi}^s - C_{\pi}^p - C_{\lambda}^s = \text{maximum} \quad (4.3)$$

Jelölések:

C_{π}^p	Az áruk vételi ára
C_{λ}^p	A vásárláshoz kapcsolódó logisztikai költségek
R_{π}^s	Az áruk eladásból származó bevétel
C_{λ}^s	Az eladáshoz kapcsolódó logisztikai költségek
C_{λ}^{Σ}	A vételhez és eladáshoz kapcsolódó logisztikai költségek összessége

4.2 Az EMMIL tranzakciók anyagi folyamatai

Vizsgáljuk meg, hogy milyen logisztikai folyamatok szerepelnek egy EMMIL tranzakció lebonyolításában, és a piactér mely szereplői végezhetik el azokat!

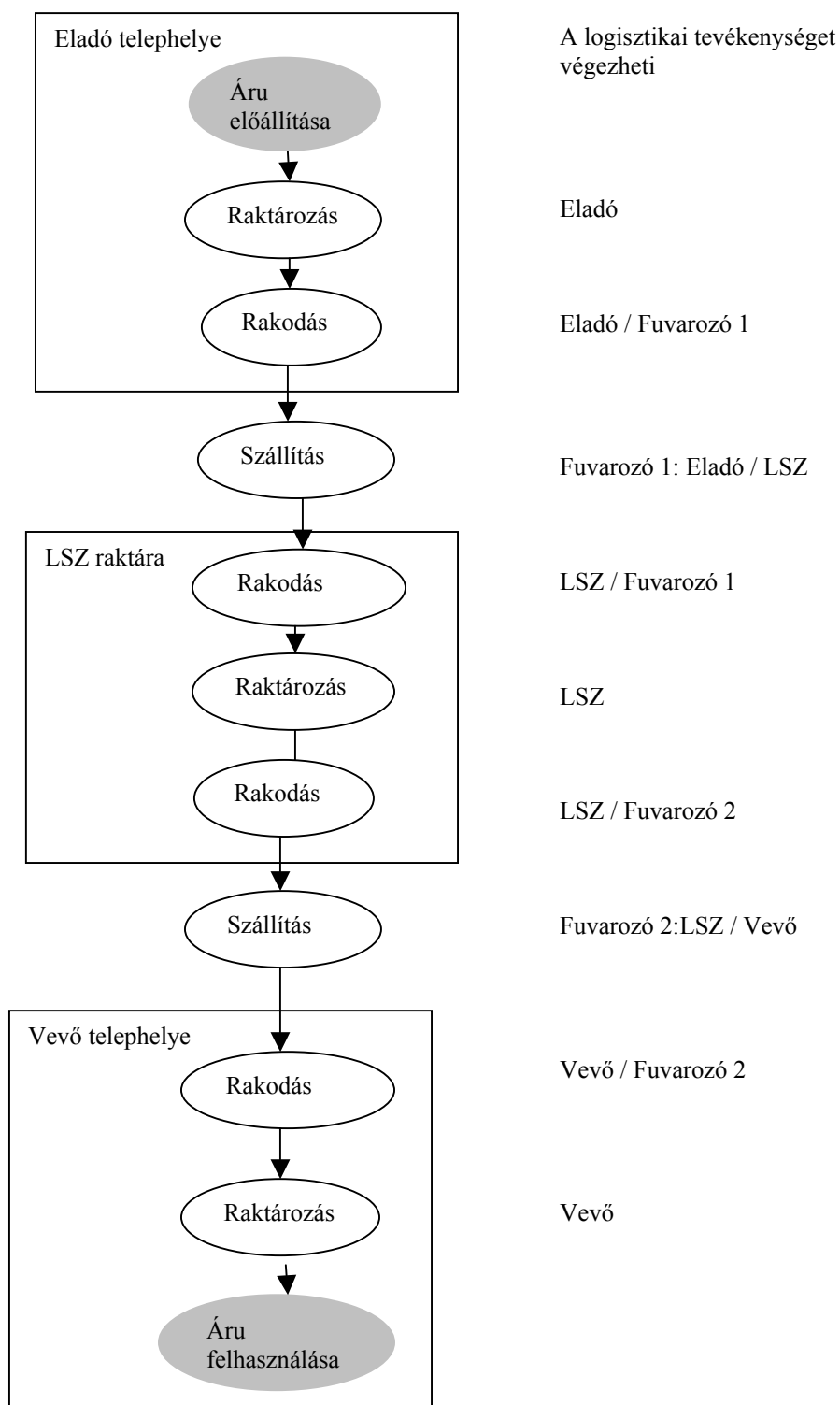
Egy tranzakció során egy vevő és egy eladó között a következő, egyszerűsített ellátási lánc modell keletkezik:

$$\text{Eladó} \rightarrow \{\text{LSZ}\} \rightarrow \text{Vevő}$$

Az egyszerűsített modellben a termék előállítását az eladóhoz rendelem, függetlenül attól, hogy valóban nála történik a termelés, vagy viszonteladóról van szó. A logisztikai szolgáltatót egyetlen entitásnak tekintem, noha lehet, hogy alvállalkozókkal dolgozik. Speciális esetben a logisztikai szolgáltató ki is maradhat, noha ez nem jellemző, hiszen célunk a logisztikai szolgáltatók integrálása, de nem akarjuk kizárni a versenyből az esetlegesen vevő vagy eladói oldalon meglevő logisztikai kapacitásokat. A kezelés egységesítésére ilyen esetben az eladót illetve a vevőt logisztikai szolgáltatóként is nyilvántartom.

A 4.1 ábra mutatja azokat a folyamatokat, amelyek egy tranzakció fizikai lebonyolítása során egy vevő és egy eladó között zajlanak, feltüntetve a helyszíneket és a folyamatok lehetséges elvégzőit is. Amikor a piactér programja döntést hoz egy üzleti tranzakció létrejöttéről, akkor meghatározza azt is, hogy ezek közül a folyamatok közül melyek fognak megvalósulni, és kik fogják azokat elvégezni.

A sötét háttérrel jelölt első és utolsó folyamat kívül van a vizsgálódási körünkön. Sötét háttér jelöli azokat a folyamatokat és azt a helyszínt, amely kihagyható a láncból. Például, ha mind az eladói, mind a vevői oldalon JIT rendszert valósítanak meg, akkor sehol nincs raktározás, ezért mindegyik opcionális folyamat kimarad, a logisztikai szolgáltató (LSZ) raktárával együtt. Teljesen általános esetben viszont elvileg előfordulhat, hogy mindhárom helyszínen raktározzák az árut valamennyi ideig, először az eladónál, azután a logisztikai szolgáltatónál, végül a vevőnél.



4.1 ábra: Elemi logisztikai tevékenységlánc az áru előállítása és felhasználása között

A fuvarozó elnevezés arra vonatkozik, aki szállítja az árut, legyen az akár egy logisztikai szolgáltató, vagy valamelyik kereskedő partner, a vevő illetve az eladó. Az ábrán megkülönböztettük a LSZ raktárába be és onnan kiszállító fuvarozót, de természetesen ez lehet ugyanaz az entitás, nagy valószínűséggel maga a logisztikai szolgáltató. Külső raktározás nélkül a két szállítási folyamatból egy lesz, amit nyilvánvalóan egy fuvarozó végez. A raktározási tevékenységet csak akkor tüntetjük fel, ha arra a kiszállítási és beszállítási intervallumok közötti időkülönbség áthidalása miatt van szükség. Ha a logisztikai szolgáltató a saját tevékenységeinek optimalizálására átmenetileg raktározza az árut, akkor az a szolgáltató belső rendszeréhez tartozik, és a vevő felé nem kerül számlázásra.

4.3 Az EMMIL tranzakciók tevékenység-alapú költségelemzése

Amint azt a (4.1), (4.2) és (4.3) képletek is mutatják, ami az egyik félnél bevétel, az valamelyik másikonál költségként jelentkezik. Mindegyik típusú piactér a fenntartó érdekei szerint fog működni, de természetesen oly módon, hogy a többi partnernek is megérje a piactéren üzletet kötni. A piactér működési mechanizmusát a fenntartó üzleti stratégiájának megfelelően kell kialakítani, ami a felek versenyhelyzetétől függ. Az egyik legfontosabb stratégiai elem az EMMIL szempontjából a felek árképzési stratégiája. Az áruk illetve szolgáltatások árképzése lehet költség-alapú, vagy piaca-alapú. Költség-alapú árképzésnél a vállalatok az árakat a tényleges költségeiket egy haszonkulccsal megnövelve számítják ki. Piac-alapú árképzés során az eladók a költségek és a tervezett haszon fölé igyekeznek tenni az árakat, olyan magasra, amilyent a vásárló hajlandó megadni érte. A nagyobb erővel rendelkező vásárló vállalatok, akár árut, akár szolgáltatást vesznek, igyekeznek költség-alapú árképzésre rászorítani a másik felet, és kéri a költségeik részletezését. Hogy a két stratégiának milyen keveréke alakul ki egy üzleti kapcsolatban, az a kereskedő felek piaci erejétől függ. Egy EMMIL gyakorlati megvalósításánál először az ott alkalmazható árképzési módokat kell meghatározni, mert az befolyásolja a piactéren áramló információt és a működtetési algoritmusokat. A továbbiakban költségeket rendelek a 4.1 ábrán levő tevékenységekhez, az árképzési stratégiákat is figyelembe véve.

4.4 Az áru ára és az előállítási költségek

A vállalati költség-gazdálkodás [B46] megkülönbözteti a fix és a változó költség-típust, aszerint, hogy a költségek hogyan reagálnak a tevékenységi szint változására. A változó költségek – mint például a termékbe beépített alapanyag költsége – arányosak a termelt mennyiséggel, míg a fix költségek – például az épületek amortizációja – függetlenek tőle. Bizonyos költségek változhatnak a mennyiség lépcsős függvényeként, ezeket szakaszosan fix költségeknek nevezzük. A költségek egy jelentős része összetett költség, amely tartalmaz fix és változó komponenseket is. Egyféle termék esetén egy adott időszakban, bizonyos termelt mennyiség mellett a fajlagos termelési költség (4.4) szerint számítható. A termelt mennyiség mérésére tetszőleges egység használható (pl. darab, tonna, stb.).

$$C=F/Q+V \quad (4.4)$$

Jelölések:

C	A termék fajlagos termelési költsége [EUR/egység]
F	Az adott időszak fix költségei [EUR]
Q	Termelt mennyiség [egység]
V	A termékhez tartozó változó költségek [EUR/egység]

Ha ismert az adott időszakban elérni kívánt profit nagysága, akkor hasonlóképpen kiszámítható a termék egységára költségalapú árképzéssel.

$$P = (\psi + F + V \cdot Q) / Q \quad (4.5)$$

Jelölések:

P	A termék egységára [EUR / egység]
ψ	Tervezett haszon az időszakban [EUR]

Természetesen a termelési költség és az egységár kiszámítása ennél jóval bonyolultabb, hiszen többnyire többféle terméket termelünk ugyanazokkal az eszközökkel, és a vállalati költséggazdálkodás feladata meghatározni, hogy a különböző fix költségeket hogyan rendeljék hozzá az egyes termékekhez, és hogyan építsék be az árakba. Annyi azonban általánosan elmondható, hogy a mennyiségi gazdaságosság úgy érhető el, ha ugyanazon fix költség mellett a lehető legtöbbet termelik. Ahhoz, hogy az EMMIL piactéren lehetővé váljon az eladók ilyen irányú érdekeltségének érvényre juttatása, ennek az általános termelési költségstruktúrájának megfelelő ármegadási lehetőséget kell kialakítani.

A mennyiségi gazdaságosság árképzéssel történő elősegítése általában mennyiségi kedvezmények megadásával történik, ahol a mennyiségi kategóriák a szakaszosan fix költségek gazdaságossági határait tükrözik. A másik lehetőség a nagyobb volumenű vásárlás ösztönzésére a teljes elköltött összeg nagyságrendje szerinti engedmények. Hogy lehetővé tegyem ezen alapelvek érvényesülését, és az EMMIL aktuális résztvevőinek igényeihez alakítható rugalmas árszerkezetet hozzak létre, bevezetem a (4.6) formulát, amely a (4.1) és (4.3) egyenletekben szereplő áruvásárlási költséget adja meg. Ennek duálisa a (4.7) kifejezés, amely a (4.2) célfüggvényben szereplő bevétel számítását adja meg. Látható, hogy a két bevezetett kifejezés csak abban különbözik egymástól, hogy kinek a szemszögéből nézzük, vagyis a képlet azonos, csak a változók jelölnek mást a két esetben.

EMMIL.BM – egy vevő vásárol több eladótól

$$C_{\pi}^p = \sum_{k=1}^M \left[\sum_{i=1}^N P_i^k(Q_i^k) * Q_i^k \right] * \{1 - \Delta^k \left(\sum_{i=1}^N P_i^k(Q_i^k) * Q_i^k \right)\} \quad (4.6)$$

Jelölések:

C_{π}^p	Az áruk összes vételi ára [EUR]
N	A termékféleségek száma
M	Az eladók száma
Q_i^k	Az i. termékből a k. eladótól vásárolt mennyiség [raklap]

P_i^k	Az i . termék egységára a k . eladónál a mennyiség lépcsős függvényeként [EUR/raklap]
Δ^k	a k . eladó által a teljes vásárlási összeg után adott kedvezmény annak függvényében [%]

EMMIL.SM – egy eladó értékesít több vevőnek

$$R_{\pi}^s = \sum_{k=1}^{M^*} \left[\sum_{i=1}^N P_i^k(Q_i^k) * Q_i^k \right] * \{1 - \Delta^k \left(\sum_{i=1}^N P_i^k(Q_i^k) * Q_i^k \right)\} \quad (4.7)$$

Jelölések:

R_{π}^s	Az áruk eladásból származó bevétel [EUR]
N	A termékfélések száma
M^*	A vevők száma [*]
Q_i^k	Az i . termékből a k . vevő által megvásárolt mennyiség [raklap]
P_i^k	Az i . termék egységára a k . vevő felé a mennyiség lépcsős függvényeként [EUR/raklap]
Δ^k	a k . vevő felé a teljes vásárlási összeg után adott kedvezmény annak függvényében [%]

Ez az általános árstruktúra, amit az EMMIL piactereken megengedünk, de az esetek többségében a kétféle kedvezmény közül legfeljebb az egyik van jelen, és a megadása is egyszerűsített.

4.5 A logisztikai tevékenységek elemi költségei

Ebben az alfejezetben a logisztikai tevékenységek – rakodás, szállítás, raktározás – költségeit és árképzését tárgyalom, függetlenül attól, hogy ki végzi a tevékenységet. A logisztikai költségekben is elkülönítem a korábbiakban már ismertetett, és a vállalati költségszámításban általános érvényű fix és változó költségfajtákat. A költségek egy része úgynevezett közvetett költség, ami nem köthető egy termékhez vagy szolgáltatáshoz. A logisztikai tevékenységekhez tartozó közvetett fix költségek például a telephelyek fenntartási költségei, az általános menedzselési, adminisztrációs, informatikai és telekommunikációs költségek, stb. Ezeket a fix költségeket az egyes tevékenységek költségelemzésénél ismertnek fogom tekinteni, és csak a közvetlen fix költségeket részletezem majd.

A (4.1) és (4.2) célfüggvényekben szereplő logisztikai költségek ugyanazon komponensekből tevődnek össze, ezért a továbbiakban csak a vevői piactér (EMMIL.BM) logisztikai költségeinek meghatározásával foglalkozom, az eladói piactér költségszerkezete a (4.6) és (4.7) képletek között fennálló duális kapcsolathoz hasonlóan levezethető. Mint már említettük, a közvetítői piactér esete bonyolultabb, de ott is az alábbiakban részletezett költségelemek szerepelnek.

^{*} A dualitás hangsúlyozása céljából szerepel ez a betű, egyébként a dolgozat folyamán M mindvégig az eladók számát jelöli.

A 3. ábrán látható elemi ellátási lánc modell folyamataihoz általános esetben a (4.8) elemi költségek tartoznak.

$$C_{\lambda} = C_{ws} + C_{h1} + C_{\tau1} + C_{h2} + C_{w\lambda} + C_{h3} + C_{\tau2} + C_{h4} + C_{wb} + C_{\kappa} + C_{as} + C_{a\lambda} + C_{ab} \quad (4.8)$$

Jelölések:

C_{λ}	Az elemi lánc logisztikai költsége [EUR]
$C_{h1}, C_{h2}, C_{h3}, C_{h4}$	Rakodási költségek [EUR]
$C_{\tau1}, C_{\tau2}$	Szállítási költségek (rakodás nélkül) [EUR]
$C_{ws}, C_{w\lambda}, C_{wb}$	A raktározás technikai költségei az eladónál, a logisztikai szolgáltatónál illetve a vevőnél [EUR]
C_{κ}	A raktározás tőkeköltsége [EUR]
$C_{as}, C_{ab}, C_{a\lambda}$	Adminisztrációs költségek az eladó, a vevő és az LSZ oldalán [EUR]

Az általános képletből a speciális eseteket úgy kapjuk, hogy a nem szereplő tevékenységek költségeit nullának vesszük. Például mind a két oldalon JIT rendszert alkalmazva (4.9) összefüggés áll fenn.

$$C_{ws} = C_{w\tau} = C_{wb} = C_{h2} = C_{h3} = C_{\kappa} = 0 \quad (4.9)$$

4.5.1 Rakodási költségek

A rakodás költségeit többnyire beleszámítják a szállítási költségekbe, de nem minden esetben. Ha a fuvarozó végzi a rakodást, az olyan többletköltséget jelenthet a fuvaroztatónak, mint a rakodómunkások utaztatása, vagy drágább, rakodóeszközzel felszerelt járművek megfizetése. A fuvarozási költség csökkenhet, ha a rakodást az induló oldalon és az érkezésnél az adott telephely erőforrásaival végzik. Ilyen alternatívát biztosítva rugalmasabb EMMIL rendszert lehet kialakítani, ezért tárgyaljuk külön a rakodási költségeket.

A rakodás közvetett költségei között fix, vagy lépcsős fix költség a felhasznált műszaki eszközök ára és általános fenntartási költsége. A változó költségek közé tartozik a munkabér, a gépekhez használt üzemanyag valamint a használatból eredő értékcsökkenés. A változó költségek függnak a berendezések típusától, korától, az áru fajtájától, mennyiségétől, fajsúlyától, a csomagolás módjától, az egységrakomány fajtájától és az előírt speciális kezelési módtól [B31]. A rakodás egységköltségét (fajlagos költség) valamely mennyiségi egységre vonatkoztatják, pl. [EUR/tonna] vagy [EUR/egységrakomány]. A disszertációban a továbbiakban [EUR/standard raklap] mértékegységet fogok használni.

A rakodás általában valamilyen más tevékenység kapcsolt részeként jelenik meg, ezért az elszámolásnál a rakodásra vonatkozó fix költségeket a főtevékenységbe szokták beszámítani. Ily módon a (4.8) képletben szereplő rakodási költségek mindegyikét mennyiséggel arányosan érdemes megadni, amint azt a (4.10) formulában az első rakodási komponensre felírtam. A (4.10) képletben nem jeleztem,

hogyan végzi a rakodást, sem azt, hogy ki a fuvarozó, csak a tevékenységet azonosítottam.

$$C_{h1} = Q \cdot H_{h1}(\varphi, \Phi, \rho_{h1}, \zeta_{h1}) \quad (4.10)$$

Jelölések:

C_{h1}	Az eladótól induló fuvar rakodási költsége [EUR]
Q	Szállítandó mennyiség [raklap]
H_{h1}	Fajlagos rakodási költség az eladónál [EUR/raklap]
φ	A termékféleségek típusa
Φ	Az egységtrakomány fajtája
ρ_{h1}	Az eladótól való indulásnál a berakodáshoz használt technológia
ζ_{h1}	Az eladótól a raktárig használt jármű típusa

4.5.2 Szállítási költségek

A szállítás az EMMIL piacterek esetén történhet közúton, vasúton, légi vagy vízi úton, avagy kombináltan, ami jelentős különbségeket eredményezhet a költségekben, a számítások azonban minden esetben függenek a következő tényezőktől: a távolság, az áru mennyisége, alakja, fajsúlya, és a kezelési követelmények [B86]. A kombinált fuvarozás költségeihez hozzátartozik a szállítási módok közötti váltás költsége is. A következőkben a közúti fuvarozás költségeit fogom részletezni, a korábbiakban már bemutatott rakodási költségek nélkül.

A fuvarozás közvetlen fix költségeihez tartozik a terminálok működtetése, a járművek követéséhez és irányításához használt információs és telekommunikációs rendszer fenntartása, továbbá a járművek költségei, beszerzés, biztosítás, általános fenntartás. Az úthasználati jogokat szintén fix költségeknek kell tekinteni, ha nem egy útra szólnak, pl. éves autópálya-bérlet.

Változó költségeknek azokat a kiadásokat vehetjük, amelyek egy bizonyos szállítmány valamely A pontból B pontba való továbbítása során merülnek fel közvetlenül. Ide tartoznak a munkabérek (sofőr, kísérők), az út során fogyasztott üzemanyag, segédanyag és a jármű használatával arányos értékcsökkenése. Mindezek a költségek függenek a jármű típusától, korától, a távolságtól, az útviszonyoktól. A szállítási költségek mértékegysége mindenképpen tartalmazza a távolság mértékét, pl. [EUR/km], de nehéz rakomány esetén a változó költségeket befolyásolja a rakomány súlya is, ilyen esetben a mértékegység súlymértéket is tartalmaz, pl. [EUR/tonna km]. Ez utóbbi mértékegység megtévesztő lehet, ha a jármű nincs teljesen megrakva, hiszen a költségek jelentős része akkor is megjelenik, ha a jármű üresen közlekedik. Azt mondhatjuk, hogy egy útvonal tekintetében összetett költséggel van dolgunk, ahol a változó költségek egy része az útvonalra nézve fixnek tekinthető, ami nem más, mint az üres jármű célba juttatásának költsége. Ehhez adódik hozzá a terheléssel és távolsággal arányos változó költségösszetevő.

A szállítási költségek sajátossága, hogy a fenti változó költségeken kívül még felmerülnek olyan járulékos költségek egy úttal kapcsolatban, amelyek nem

arányosak sem a távolsággal, sem a súllyal. Ide tartoznak pl. az egyszeri úthasználati díjak, várakozási költségek, hosszú útvonalakon a sofőr szállásköltsége. A fuvarozóknak gondoskodni kell a járművek visszajuttatásáról is, tehát rossz esetben a visszaút üresjáratí költségét is fel kell számolniuk. Az üresjáratokat ellenirányú szállítással vagy körjáratok szervezésével lehet elkerülni. A gyűjtő- illetve elosztó-járatoknál minden megállás addicionális költséget jelent az időkiesés miatt, amint ezt a 4.6 alfejezetben látni lehet.

A vonaljáratok szállítási költsége tehát egy fix költség és egy, távolsággal és mennyiséggel arányos változó költségből tevődik össze. A (4.11) kifejezés egy eladótól egy logisztikai szolgáltató raktárába történő szállítás egy járatának költségét adja meg, feltételezve, hogy egy fuvarral ugyanabba a raktárba szállítják az árut. Hasonlóan megfogalmazható a raktárakból a vevőhöz való szállítás, illetve az eladótól közvetlenül a vevőhöz történő szállítás is.

$$C_{\tau 1} = F_{\tau 1}(\varphi, \zeta_{\tau 1}, \Gamma_{\tau 1}) + Q * d(W_s, W_\lambda) * V_{\tau 1}(\varphi, \Phi, \zeta_{\tau 1}, \Gamma_{\tau 1}) \quad (4.11)$$

A korábbiakban még be nem vezetett jelölések:

$C_{\tau 1}$	Az eladótól a raktárba szállítás összköltsége [EUR]
$F_{\tau 1}$	Az eladótól a raktárba szállítás fix költsége [EUR]
$\zeta_{\tau 1}$	Az eladótól a raktárba szállítás során használt jármű típusa
$\Gamma_{\tau 1}$	Az eladótól a raktárba szállítás útvonalának jellege
$d(W_s, W_\lambda)$	Az eladó telephelye és a logisztikai szolgáltató raktárának távolsága [km]
$V_{\tau 1}$	Az eladótól a raktárba szállítás változó költsége [EUR/raklap/km]
Q	Szállítandó mennyiség [raklap]

4.5.3 Raktározási költségek

A raktározás alaptevékenységei a betározás, kitározás és a tárolás. Ezek mellett a leggyakrabban előforduló egyéb tevékenységek a komissiózás, az egységakománypépzés és -bontás. A tárolási költség valójában a raktár fenntartásának fix költsége, az elfoglalt hely és eltöltött idő arányában hozzárendelve az áruhoz. A többi tevékenység a rakodási költségeknél (ld. 4.5.1) tárgyalt módon indukál egy-egy fix költségösszetevőt, valamint egy-egy mennyiséggel arányos változó költségkomponenst. Az információs rendszerek költsége a raktározásnál szintén jelentős szerepet játszik, ez részben a raktár fix költségei közé sorolható, tehát a tárolási költségben jelenik meg, részben a ki- és betározás fix költségeihez járul hozzá, ami viszont olyan kicsi, hogy be szokták olvasztani a változó költségekbe. Az információs rendszerek költségeit részletesebben tárgyaljuk a 4.5.5 szakaszban. Fontos tényező még az áru értéke, amely egyrészt a felelősségvállalás miatt befolyásolja a tárolási és kezelési költségeket, másrészt az áru tulajdonosának tőkelekötési költséget is jelent, ez utóbbit azonban a (4.8) képletben különválasztottuk a raktározástól.

Mindezek alapján tehát azt mondhatjuk, hogy a raktározási költséget két változó költségkomponensként adhatjuk meg. A kezelési költség csak a mennyiséggel arányos, a mértékegysége lehet pl. [EUR/raklap], a tárolási költség viszont az idővel és a mennyiséggel arányos, mértékegysége lehet pl. [EUR/raklap nap]. A külső szolgáltatónál történő raktározás költségét a (4.12) képletben fogalmaztuk meg.

$$C_{w\lambda} = Q * \{H_{w\lambda}(\varphi, \Phi, \rho_{w\lambda}) + t_{w\lambda} * \omega_{w\lambda}(\varphi, \Phi)\} \quad (4.12)$$

Az újonnan bevezetett jelölések:

$C_{w\lambda}$	Az áru raktározási költsége a külső logisztikai szolgáltató raktárában. [EUR]
$H_{w\lambda}$	Fajlagos kezelési költség a külső logisztikai szolgáltató raktárában [EUR/raklap]
$t_{w\lambda}$	Tárolási ideje a külső logisztikai szolgáltató raktárában [nap]
$\omega_{w\lambda}$	Fajlagos tárolási költség a külső logisztikai szolgáltató raktárában [EUR/raklap/nap]
$\rho_{w\lambda}$	A külső logisztikai szolgáltató raktárában használt kezelési technológia

4.5.4 Forgóeszköz lekötési költségek (tőkeköltségek)

Ha a vevő az árut a szükségesnél korábban veszi meg, illetve ha az eladó nem tudja azonnal eladni, hanem tárolni kell, akkor a raktározott áru az értékének megfelelő tőkét lekötve tartja, tehát a vállalat elesik attól a hozamtól, amit a tőke befektetésével nyerhetne. Ez az EMMIL.BM piacterek esetén a (4.8) kifejezésben megjelenő C_{κ} tőkeköltség, amelyet a vevő szempontjából számítunk, az időszakra vonatkozó átlagos kamatláb vagy más, hasonló tőkelekötési faktor segítségével. Feltételezhető, hogy a vevő csak a raktárába beérkezett áru után fizet, tehát a kifizetett összeg lekötési idejét az árunak a vevő raktárában töltött ideje határozza meg. A mértékegysége lehet pl. [EUR/raklap nap]. A (4.13) képlet mutatja, hogy hogyan kell a tőkeköltséget kiszámítani a szükségesnél korábban érkezett áruk után, feltételezve, hogy a beérkezés napjához van kötve a fizetési határidő (pl. 30 nappal utána).

$$C_{\kappa} = K * [T_o - T_i] * [C_{\pi}^p + C_h + C_{\tau}] \quad (4.13)$$

Jelölések:

C_{κ}	A szállítmány tőkeköltsége [EUR]
K	Napi tőkelekötési faktor [%]
T_o	A szállítmány felhasználásának dátuma
T_i	A szállítmány megérkezésének dátuma
C_{π}^p	A szállítmányban levő áru ára [EUR]
C_h	A szállítmány rakodási költsége [EUR]
C_{τ}	A szállítmány szállítási költsége [EUR]

Az áru ára valamint a kezelési és szállítási költsége az előző fejezetek alapján számítható.

EMMIL.SM piactereknél analóg módon, de az eladó szempontjából kell számolni a tökelekötési költséget, tehát az időtartam az elkészülés és az eladás dátumának a különbsége lesz.

4.5.5 Adminisztrációs és informatikai költségek

A logisztikai tevékenységekhez minden esetben tartoznak adminisztrációs feladatok, amelyek általában számítógépes adatkezelést jelentenek. Milyen költségeket jelent mindez, és hogyan lehet elszámolni? Ahogy már korábban is említettem, az informatikai rendszer kiépítésének és általános fenntartásának költsége közvetett fix költséget képez, amelyet rá kell terhelni az informatikai rendszerre támaszkodó tevékenységekre. Ennek módjáról a vállalat könyvelési szakértői döntenek. Az egyes tevékenységekhez közvetlenül hozzárendelhető az a munka, amely a folyamathoz tartozó adatfeldolgozással jár, illetve részben az ahhoz tartozó anyagköltségek is megállapíthatók (pl. papír), így ezek egy része változó költséget képezhet, pl. minden tranzakcióhoz kell számlát nyomtatni. A kommunikációs költségek kapcsolt vonalak esetén közvetlen, változó költséget jelentenek, de ha például bérelt vonalon, vagy állandó, szélessávú számítógépes kapcsolaton zajlik a kommunikáció, akkor ezek költsége nem függ az áramló adatmennyiségtől, tehát fix költségnek kell tekinteni. Mégis lehetnek esetek, amikor külön kell foglalkozni az egyes entitásoknál jelentkező adminisztrációs költségekkel (C_{as} , C_{ab} , C_{al}), például olyankor, amikor az egyik félnél csak adminisztrációs tevékenység jelentkezik, a fizikai tevékenységet másik fél végzi. Ilyen eset lehet például a szállítmány indítása az eladónál, vagy az érkeztetése a vevőnél, ha minden fizikai tevékenységet a logisztikai szolgáltató végez.

Egy EMMIL piactér informatikai rendszerének létrehozása és működtetése is sokféle költséggel jár, ezek azonban nem relevánsak, amikor egy-egy tranzakció optimalizálási számításait végzi a piactér programja, hiszen ezek a költségek függetlenek attól, hogy végül is kivel/kikkel köt üzletet a piactér üzemeltetője. Ez az oka annak, hogy a piactér informatikai és adminisztrációs költségeit nem tüntettem fel a logisztikai költségek részletezésénél. Az EMMIL informatikai költségeit akkor kell figyelembe venni, amikor egy vállalat a beruházási és fenntartási költségek megtérülését vizsgálja, tehát amikor a piactér létrehozásáról, vagy megszüntetéséről dönt, amivel a 7. fejezetben foglalkozom.

4.6 Az elemi költségek összegzése

Az EMMIL piactereken egy tranzakció teljes költségének kiszámítása az egyes elemek költségein alapul, de nem írható fel általánosan a (4.8) képletből történő összegzéssel, hanem az egyes EMMIL típusok jellegzetességei szerint kell meghatározni. Ezek közül a vevőközpontú piactér (EMMIL.BM) költség számítását mutatjuk be, amelyből analóg módon kapható az EMMIL.SM-re vonatkozó számítás.

A (4.14) képlet a (4.1)-ben szereplő beszerzési logisztikai költségeket aszerint csoportosítja, hogy a piactér milyen entitásánál keletkeznek, eladónál, vevőnél, vagy logisztikai szolgáltatónál. Az eladónál illetve a logisztikai szolgáltatónál keletkező

költségeket ezek létszáma szerint kell összegezni, a vevőnél pedig a beszállítások száma szerint.

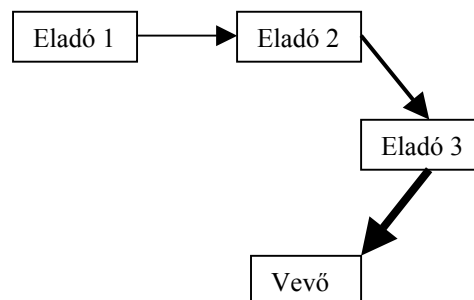
$$C^P_{\lambda} = \sum_{k=1}^M (C^k_{ws} + C^k_{hs} + C^k_{as}) + \sum_{j=1}^{G_l} (C^j_{\kappa} + C^j_{wb} + C^j_{hb} + C^j_{ab}) + \sum_{l=1}^L C^l_{\lambda} \quad (4.14)$$

Jelölések:

M	Az eladók száma
L	A logisztikai szolgáltatók száma
G_l	Beszállítások száma a vevőnél
C^k_{ws}	A k. eladónál keletkező összes raktározási költség [EUR]
C^k_{as}	A k. eladónál keletkező összes rakodási költség [EUR]
C^k_{hs}	A k. eladónál keletkező összes extra adminisztrációs költség [EUR]
C^j_{wb}	A vevőnél a j. beszállításból származó raktározási költség [EUR]
C^j_{hb}	A vevőnél a j. beszállításból származó rakodási költség [EUR]
C^j_{κ}	A vevőnél a j. beszállításból származó forgóeszköz-lekötési költség [EUR]
C^j_{ab}	A vevőnél a j. beszállításból származó extra adminisztrációs költség [EUR]
C^l_{λ}	Az l. logisztikai szolgáltatónál keletkező költség [EUR]

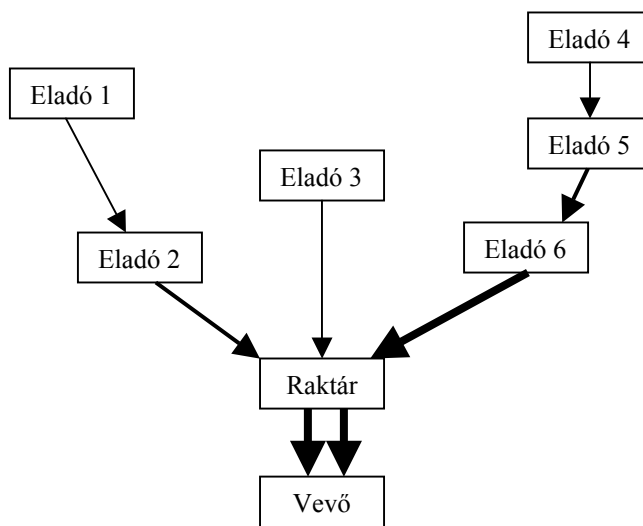
A logisztikai szolgáltatónál keletkező költségeket tovább részletezem. Előfordulhat, hogy egy logisztikai szolgáltató alacsonyabb árat tud ajánlani, ha több eladótól egyszerre végezhet szállítást, tehát célszerű lehetővé tenni a vevői piactereken a gyűjtőjáratok, az eladói piactereken pedig az elosztójáratok alkalmazását. A gyűjtőjáratok fogalmához a raktározás is hozzákapcsolható, ezért kétféle gyűjtőjáratot érdemes megkülönböztetni (4.2, 4.3 ábra):

1. **Szinkron gyűjtőjárat:** A kért beszállítási időnek megfelelően egyidejűleg rendelkezésre álló áruk összegyűjtése és beszállítása raktározás nélkül. A vonaljáratok tekinthetők a szinkron gyűjtőjáratok speciális, egy szakaszból álló esetének.



4.2 ábra: Szinkron gyűjtőjárat

2. **Aszinkron gyűjtőjárat:** Különböző időben rendelkezésre álló áruk összegyűjtése, raktározása és a kért időre történő beszállítása. A beszállítás történhet gyűjtőjáratokkal is. Az aszinkron gyűjtőjáratok speciális esete az, amikor egyetlen szállítmányt viszünk külső raktárba, majd később az eladóhoz továbbszállítjuk, ezért az egyszerű raktározás esetét is az aszinkron gyűjtőjáratok közé soroljuk.



4.3 ábra: Aszinkron gyűjtőjárat

A (4.14) kifejezés utolsó szummájában szereplő, egy LSZ-ra vonatkozó költséget általánosan szinkron és aszinkron gyűjtőjáratok költségeinek összegeként írhatjuk fel, amibe beleszámítjuk a rakodási és raktározási költségeket is (4.15).

$$C_{\lambda}^l = \sum_{\sigma=1}^{G_{\sigma}^l} C^{\sigma l} + \sum_{\alpha=1}^{G_{\alpha}^l} C^{\alpha l} \quad (4.15)$$

Jelölések:

- G_{σ}^l Az l. szállítótól igénybe vett szinkron gyűjtőjáratok száma
- G_{α}^l Az l. szállítótól igénybe vett aszinkron gyűjtőjáratok száma
- $C^{\sigma l}$ Az l. szállító σ . szinkron gyűjtőjáratának költsége rakodással [EUR]
- $C^{\alpha l}$ Az l. szállító α . aszinkron gyűjtőjáratának költsége rakodással és raktározással [EUR]

A szinkron gyűjtőjáratok fix és változó költségei a vonaljáratokéhoz hasonlóan alakul, egyetlen plusz tényező jön csak hozzá, ez pedig a megállások száma, ami a fix költséget növeli. (4.10) és (4.11) kifejezésből kiindulva tehát felírhatjuk a szinkron gyűjtőjáratok rakodással együtt számított általános költségmodelljét (4.16). A be és kirakodás fajlagos költségét azért különböztettem meg, mert ha valamelyiket a partner végzi, akkor az a LSZ-nál ez az érték nulla lesz.

$$C^{\sigma l} = F^{\sigma l}(\varphi, \zeta^{\sigma l}, \Gamma^{\sigma l}, \chi^{\sigma l}) + \left\langle \sum_{j=1}^{\chi^{\sigma l}} V^{\sigma l}(\varphi, \Phi, \zeta^{\sigma l}, \Gamma^{\sigma l}) d(W^j, W^{j+1}) \sum_{r=1}^j Q^{\sigma l r} \right\rangle \quad (4.16)$$

$$+ \sum_{j=1}^{\chi^{\sigma l}} Q^{\sigma l} (H^{\sigma l}(\varphi, \Phi, \rho^{\sigma l}, \zeta^{\sigma l}) + H_2^{\sigma l}(\varphi, \Phi, \rho^{\sigma l}, \zeta^{\sigma l}))$$

Jelölések:

$\chi^{\sigma l}$	Az 1. LSZ σ . gyűjtőútján levő eladói telephelyek száma. A képletben a $\chi^{\sigma l} + 1$. telephelynek a vevő telephelyét tekintjük
$Q^{\sigma l r}$	termék mennyisége az 1. LSZ σ . gyűjtőútjának r . szakaszán [raklap]
$F^{\sigma l}$	az 1. LSZ fix szállítási költsége a σ . gyűjtőútján [EUR]
$V^{\sigma l}$	az 1. LSZ változó szállítási költsége a σ . gyűjtőútján [EUR/raklap/km]
$H_1^{\sigma l}$	az 1. LSZ fajlagos berakodási költsége a σ . gyűjtőútján [EUR/raklap]
$H_2^{\sigma l}$	az 1. LSZ fajlagos kirakodási költsége a σ . gyűjtőútján [EUR/raklap]
$d(W^j, W^{j+1})$	az 1. LSZ σ . gyűjtőútján a j . és $j+1$. állomás között a szállítási út hossza [km]
$\rho^{\sigma l}$	az 1. LSZ σ . gyűjtőútján használt kezelési technológia
$\zeta^{\sigma l}$	az 1. LSZ σ . gyűjtőútján szállító jármű típusa
$\Gamma^{\sigma l}$	az 1. LSZ σ . gyűjtőútján földrajzi jellemzői

Az aszinkron járatok költségmodellje (4.17) három részből áll, az eladóktól a raktárba való beszállításból, a tárolásból, továbbá a raktárból a vevőhöz történő kiszállításokból.

$$C^{al} = \sum_{\beta=1}^{G_l^{al}} C_{\beta}^{al} + \sum_{\gamma=1}^{G_o^{al}} C_{\gamma}^{al} + {}^{\Sigma}C_w^{al} + C_{a\lambda}^{al} \quad (4.17)$$

Jelölések:

G_l^{al}	Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőjáratában a bemenő szinkron gyűjtőjáratok száma
G_o^{al}	Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőjáratában a kimenő járatok száma
$C_{\beta}^{\alpha l}$	Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőútján a β . bemenő szinkron gyűjtőjárat költsége [EUR]
$C_{\gamma}^{\alpha l}$	Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőútján a γ . kimenő járat költsége [EUR]
${}^{\Sigma}C_w^{al}$	Az 1. LSZ α . gyűjtőjáratában a teljes tárolási költség [EUR]
$C_{a\lambda}^{al}$	az 1. LSZ addicionális adminisztrációs költsége a α . gyűjtőútján [EUR]

A bemenő gyűjtőjáratok költsége (4.16) szerint számítható, célállomásnak a raktárt tekintve¹. A kimenő járatok vonaljáratok, a γ . járat költségét (4.18) adja meg.

$$C_{\gamma}^{al} = F^{al}(\varphi, \zeta^{al}, \Gamma^{al}) + Q_{\gamma}^{al} \{d(W_b, W^{al}) * V^{al}(\varphi, \Phi, \zeta^{al}, \Gamma^{al}) + H_1^{al}(\varphi, \Phi, \rho^{al}, \zeta^{al}) + H_2^{al}(\varphi, \Phi, \rho^{al}, \zeta^{al})\} \quad (4.18)$$

Jelölések:

C_{γ}^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz történő γ . kiszállítás összköltsége [EUR]
Q_{γ}^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz történő γ . kiszállítási mennyiség [raklap]
F^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz szállítás fix költsége [EUR]
ζ^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz szállító jármű típusa
Γ^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz szállítási útvonal jellege
$d(W_b, W^{al})$	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a vevő telephelye és a logisztikai szolgáltató raktárának távolsága [km]
V^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz szállítás változó költsége [EUR/raklap/km]
ρ^{al}	Az 1. LSZ α . asz. gyűjtőútján a raktárból a vevőhöz szállítás során használt rakodási technológia
H_1^{al}	az 1. LSZ fajlagos berakodási költsége az α . gyűjtőútján a raktárból a vevő felé indulva [EUR/raklap]
H_2^{al}	az 1. LSZ fajlagos kirakodási költsége az α . gyűjtőútján a vevőnél [EUR/raklap]

A teljes tárolási költség a pillanatnyi raktárkészlet függvény ($\sum Q_w^{al}$) integráljaként áll elő (4.4 ábra). Ez megegyezik azzal, ha az összes beszállított mennyiség időbeli függvényének ($\sum Q_i^{al}$) integráljából kivonjuk az összes kiszállított mennyiség időbeli függvényének ($\sum Q_o^{al}$) integrálját (4.5 ábra), vagyis minden beszállítástól összegezzük a tárolási napok darabszámmal való szorzatát az utolsó kiszállításhoz, majd ebből kivonjuk ugyanezt a dimenziót kiszállításonként számolva (4.19).

$$\sum C_w^{al} = \omega_w^{al} \left\langle \sum_{\beta=1}^{G_i^{al}} Q_{\beta}^{al} (T_u^{al} - T_i^{al\beta}) - \sum_{\gamma=1}^{G_o^{al}-1} Q_{\gamma}^{al} (T_u^{al} - T_o^{al\gamma}) \right\rangle \quad (4.19)$$

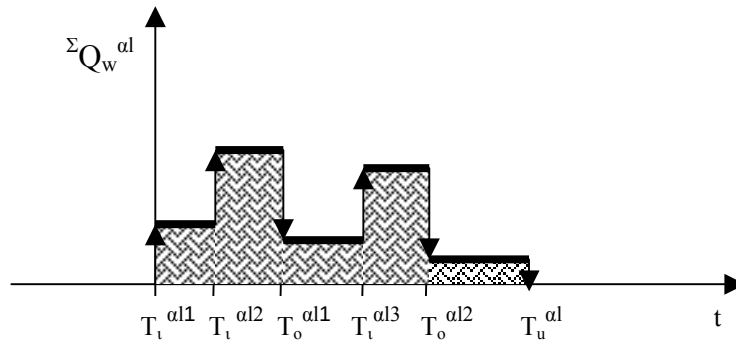
¹ Ez azt is jelenti, hogy a szinkron gyűjtőjáratok felfoghatók az aszinkron gyűjtőjáratok olyan speciális eseteinek, ahol a vevőtől 0 távolságra levő 0 fix költségű raktárban 0 ideig tároljuk az összegyűjtött árut.

Jelölések:

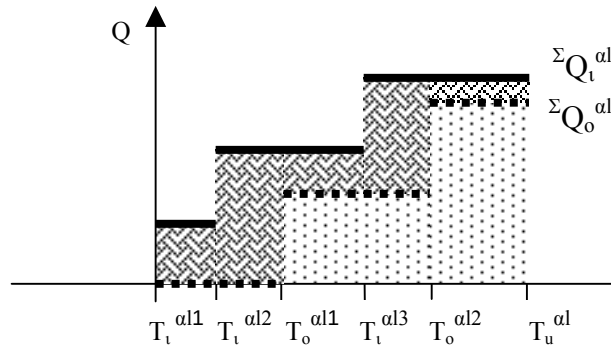
- ΣC_w^{al} Az 1. szállító α . gyűjtőjében a teljes tárolási költség [EUR]
 ω_w^{al} Fajlagos tárolási költség az 1. szállító α . gyűjtőjében [EUR/raklap/nap]
 Q_β^{al} Az 1. szállító α . gyűjtőjében β . beszállított mennyiség [raklap]
 Q_γ^{al} Az 1. szállító α . gyűjtőjében γ . kiszállított mennyiség [raklap]
 T_u^{al} Az 1. szállító α . gyűjtőjében az utolsó kiszállítási nap dátuma
 $T_o^{al\gamma}$ Az 1. szállító α . gyűjtőjében a γ . kiszállítási nap dátuma
 $T_i^{al\beta}$ Az 1. szállító α . gyűjtőjében a β . beszállítási nap dátuma
 G_i^{al} Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőjében a bemenő szinkron gyűjtőjáratok száma
 G_o^{al} Az 1. LSZ α . aszinkron gyűjtőjében a kimenő járatok száma

Ezzel sikerült meghatározni az aszinkron gyűjtőjárat (4.17) képletben felírt költségeit.

Az EMMIL.SM piacterekre analóg módon elvégezhető a teljes logisztikai költség kiszámítása, gyűjtőjáratok helyett elosztójáratok alkalmazásával.



4.4 ábra: Tárolási volumen számítása a pillanatnyi raktárkészlet függvény integráljaként (a be-és kiszállítások feltüntetésével)



4.5 ábra: Tárolási volumen számítása a beszállítási és kiszállítási függvény integráljának különbségeként

5. A vevőközpontú piactér matematikai modellje (EMMIL/BM)

3. Tézis

A költségelemzésre alapozva létrehoztam a vevőközpontú modell ösztönző hatású ajánlati struktúráit, amiből levezettem az allokáció alapjául szolgáló optimalizálási probléma általános és speciális megfogalmazásait kombinációs járatok illetve vonaljáratok alkalmazására.

Ebben a fejezetben pontosan specifikálom azt az EMMIL.BM modellt, amelyre megoldási algoritmusokat és kísérleti implementációt készítettem. Ez a modell szűkebb, mint ami a költségszámítások alapján elkészíthető lenne, de mivel ilyen jellegű modellt tudomásom szerint még senki nem dolgozott ki, ezért ezzel a szűkített modellel kapcsolatban is olyan sok megoldandó probléma vetődött fel, hogy a bővítés már nem fért be a disszertáció keretei közé. A fejezethez kapcsolódnak az [A2], [A7], [A8], [A9], [A10] saját publikációk.

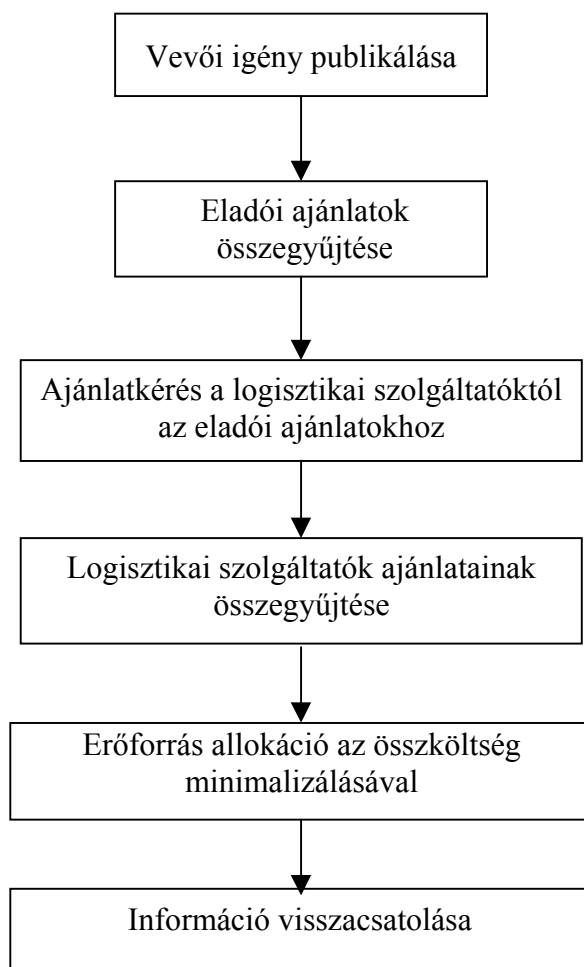
5.1 Kiindulási feltételek

A piactér résztvevői a következők: egy vevő, aki bizonyos, nem digitális jellegű anyagi javakból meghatározott mennyiségeket akar beszerezni, több eladó, akik a keresett termékek közül egyet vagy többet árusítanak, fajtánként meghatározott minimális és maximális mennyiségi határok között, továbbá több logisztikai szolgáltató, akik szállítást és szükség esetén raktározást vállalnak. Az anyagi javak eladói vállalkozhatnak logisztikai feladatok elvégzésére is, ez esetben a logisztikai szolgáltatók között is nyilvántartjuk őket. További feltételezések:

- Az áru fajtáját tekintve darabáru, többféle termék, de kezelési szempontból homogén
- A kereskedelem homogén egységrakományokban történik
- Egyféle minőség van, amelynek biztosítását előfeltételnek tekintjük
- A termékek nem helyettesíthetik egymást
- Logisztikai szolgáltatásként csak rakodás, szállítás és raktározás lehetséges
- A vevőnél történő rakodást a vevő specifikációja szerint vagy mindig a vevő végzi, vagy mindig az LSZ
- Az egyes eladónál történő rakodást az eladó specifikációja szerint vagy mindig az eladó végzi, vagy mindig az LSZ
- A vevőnél illetve az eladónál nem történik raktározás
- Pénzügyi szempontok szerint optimalizálunk adott időbeli és mennyiségi korlátok között

5.2 Vevői ajánlatkérés

Az 5.1 ábra áttekintő képet ad a 3.1 vevői aukciós algoritmus magjáról, amelynek első lépése a vevői igény publikálása. A vevői igény megfogalmazása előtt bevezetem a disszertáció további részében leggyakrabban használt jelöléseket.



5.1 ábra: Az EMMIL.BM aukciós algoritmus magja

Jelölések:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| N | A termékféleségek száma |
| M | Az eladók száma |
| i | A termékek azonosítója |
| k | Az eladók azonosítója |
| L | A logisztikai szolgáltatók száma |
| l | A logisztikai szolgáltató azonosítója |

Φ	Az egységgrakomány fajtája
φ	A termék típusa
A	Eladói azonosítók halmaza, $A=\{1,2,...,M\}$
$P(A)$	Az A halmaz hatványhalmaza

A vevői igényt a következő módon definiálom:

$$\mathbb{N} = \{W_b, \varphi, \Phi, \delta, [Q_i, P_i^h], T_e, T_u\} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.1)$$

Jelölések:

$\mathbb{N}$	Vevői ajánlatkérés
W_b	A vevő telephelye
Q_i	Az i . termékből igényelt mennyiség [raklap]
P_i^h	Az i . termék egységárának felső határa [EUR]
T_e	legkorábbi beszállítás határidő
T_u	legkésőbbi beszállítási határidő
δ	Kirakodást a vevő elvégzi (1=Igen, 0=Nem)

Későbbi használatra külön jelölést vezetünk be a vevő által igényelt termékek összegére:

$$Q^\Sigma = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (5.2)$$

Ezután a kétféle ajánlati struktúrát kell definiálnunk, egyet az eladóknak és egyet a logisztikai szolgáltatóknak olyan formában, hogy az ajánlatok a teljes költség kiszámításához egymással kombinálhatók legyenek.

5.3 Az eladók ajánlati struktúrája

Az előző fejezet megfontolásai alapján az eladók ajánlati szerkezetét a (5.3) segítségével definiáljuk. Az eladók által adható kedvezményeket az 5.2 ábra tekinti át.

$$O^k = \{ W^k, \delta^k, [Q^{kv}_i, P^{kv}_i], [Q^{kh}_i], [\Xi^k_g, \Delta^k_g], T_e^k, T_u^k \} \quad (5.3)$$

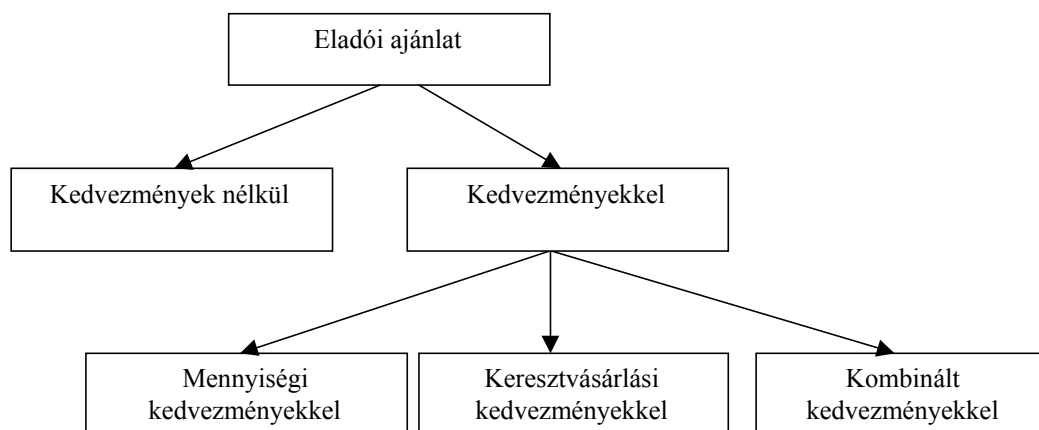
$$i \in \{1, \dots, N\}, \quad v=1, \dots, U^k_i \quad g=1, \dots, \Omega^k$$

Jelölések:

O^k	a k . eladó ajánlata
W^k	a k . eladó telephelye (raktárának helye)
U^k_i	A k . eladónál az i . termékre vonatkozó mennyiségi kategóriák száma
Ω^k	A k . eladó által adott összvásárlás utáni kedvezményes kategóriák száma

$Q_{i,v}^{kv}$	A k. eladó i. termékre vonatkozó v. mennyiségi kategóriájában vásárolható minimális mennyiség [raklap]
$Q_{i,v}^{kh}$	Az i. termék maximális mennyisége a k. eladónál [raklap]
$P_{i,v}^{kv}$	Az i. termék egységára a k. eladó v. mennyiségi kategóriájában [EUR]
T_e^k	Legkorábbi elszállítási határidő a k. eladótól
T_u^k	Legkésőbbi elszállítási határidő a k. eladótól ($\geq T_e^k$)
Ξ_g^k	A k. eladó g.összvásárlási kategóriájának alsó határa [EUR]
Δ_g^k	A k. eladó g.összvásárlási kategóriájában alkalmazott kedvezmény (%)
δ^k	Kirakodást a k. eladó elvégzi (1=Igen, 0=Nem)

Ha $U_i^k = 1$ akkor nincs mennyiségi kedvezmény az i. termékre. Ha összvásárlási kedvezmény nincs a k. eladónál, akkor a következő értékeket kell beállítani: $\Omega^k = 1$ és $\Xi_1^k = \Delta_1^k = 0$. Ha az eladó nem kínálja fel az i. terméket, akkor beállítja a következő értékeket: $U_i^k = 1$ és $Q_{i,v}^{kh} = Q_{i,v}^{kv} = P_{i,v}^{kv} = 0$



5.2 ábra: Eladói ajánlatok típusai

5.4 A logisztikai szolgáltatók ajánlati struktúrája

Az EMMIL piactereken nem használható a hagyományos e-piactereken logisztikai szolgáltatásokra adott egyösszegű ajánlati forma, mivel itt az ajánlat megítételekor a LSZ nem tudja, hogy mekkora lesz a szállítandó/raktározandó mennyiség, hiszen ez csak az allokációs algoritmus eredményeképpen dől el. Olyan formát kellett találni, amellyel a LSZ kifejezheti költségeit, és ezek egyszerűen kezelhetők.

A 4.1 fejezet költségekre vonatkozó megfontolásainak megfelelően egy logisztikai szolgáltató mindig egy ajánlathalmazt ad meg, amely (5.4) formula szerint fogalmazható. Az ajánlathalmazban ajánlatok vannak, amelyek mindig egy útvonalra (túrára) vonatkoznak, amit az eladók azonosítóinak kombinációval adunk meg. A túra

lehet vonaljárat, amikor csak egy eladó van benne feltüntetve, vagy kombinációs járat, amikor több¹.

$$B^l = \{[\Gamma_j^l, F_j^l, V_j^l, T_{\min}^{lj}, T_{\max}^{lj}, Z_j^l]\} \quad j=1,2,\dots,G^l \quad (5.4)$$

Jelölések:

B^l Az l . szolgáltató által megadott ajánlathalmaz

$G^l = |B^l|$ Az l . szolgáltató ajánlatában megadott túrák száma

$\Gamma_j^l \in P(A)$ Az l . szolgáltató j . ajánlatában szereplő túra, a szolgáltatók azonosítóinak kombinációjaként megadva. Egy túra csak egyszer szerepelhet egy ajánlathalmazban, azaz ha $j, j' \in \{1,2,\dots,G^l\}$ és $j \neq j'$, akkor $\Gamma_j^l \neq \Gamma_{j'}^l$,

Z_j^l A Γ_j^l túrán alkalmazandó jármű rakodási kapacitása [raklap]

F_j^l A Γ_j^l túra fix költsége egy Z_j^l rakodási kapacitású járműre vonatkozólag [EUR]

V_j^l A Γ_j^l túra változó költsége [EUR/raklap]

$T_{\min}^{lj}$ A Γ_j^l túra lebonyolításához szükséges minimális idő (napok száma)

$T_{\max}^{lj}$ A Γ_j^l túra lebonyolításához szükséges maximális idő (napok száma)

Ez egy kombinatorikus ajánlati struktúra, amely lehetővé teszi a szükséges árumennyiség begyűjtését az eladók adott kombinációjától. Egy ajánlatot úgy fogadhatunk el, ha a túrában szereplő valahány eladótól szállítunk valamennyi árut. A túrához nem csak egy jármű használható, a fizetendő díjat a ténylegesen szállított mennyiség alapján szükséges járműszámra kalkulálja a rendszer a megadott adatok alapján. Ha csak vonaljáratokat engedünk meg, akkor az ajánlat leegyszerűsödik (5.5).

$$B^l = \{[k, F_j^l, V_j^l, T_{\min}^{lj}, T_{\max}^{lj}, Z_j^l]\} \quad k \in A, j=1,2,\dots,G^l \quad (5.5)$$

Az időtartamok megadása implicit módon jelzi az esetleges tárolási készséget a LSZ részéről, amennyiben az árut az eladótól túl korán kellene elszállítani.

5.1 Tétel

- Az (5.4) képletben megadott ajánlati struktúra segítségével a LSZ
- össze tudja vonni a (4.10)-(4.12) kifejezésekben részletezett fix és
- változó költségeit.

Bizonyítás:

(A bizonyításban minden paraméter az l . szolgáltató j . túrájára vonatkozik.)

a/ Mivel a helyszínek ismertek, az LSZ ki tudja számítani a tervezett útvonal hosszát, és útvonalanként fix költséget tud hozzárendelni a szállítójárművekhez, amit

¹ A kombinációs járat általánosabb, mint a gyűjtőjárat, mert több járműnyi árut is jelenthet.

összevonhat az általános fix költségekkel a (4.11) kifejezésben definiált fix költségnek megfelelően.

b/ A logisztikai szolgáltató V_j^l változó költsége (5.6) szerint számítható. Az első tag a (4.11) kifejezésben definiált fajlagos szállítási költség megszorozva az útvonal hosszával. A második tag a vevőnél és az eladónál történő rakodás költsége, amelyet akkor kell hozzáadni, ha a másik fél a specifikáció szerint nem végzi el. A harmadik tag akkor nem 0, ha a vevő által megadott első beszállítási időpont később van, mint az eladók által specifikált utolsó elszállítási időpont. Ebben az esetben kétszeres rakodási költséget kell felszámolni, továbbá hozzá kell adni a szükséges tárolási idővel megszorozott (4.12)-ben definiált fajlagos tárolási költséget.²

$$V_j^l = V_{tj}^l * d_j^l + \{(1-\delta)+(1-\delta_j^l)\} * H_{hj}^l + \text{Sign}(T_e - T_j^l) * \{2 * H_{hj}^l * \omega_{wj}^l * (T_e - T_j^l)\} \quad (5.6)$$

Jelölések

V_{tj}^l	Az 1. LSZ fajlagos szállítási költsége a j. túrán (4.11) szerint [EUR/raklap/km]
d_j^l	A tervezett útvonal hossza
T_e	A vevő által specifikált első beszállítási időpont
T_j^l	A túrában szereplő eladók által megadott utolsó kiszállítási időpont (feltételezhető, hogy ezek egyenlők, ha a LSZ összevonta egy túrába)
H_{hj}^l	Az 1. logisztikai szolgáltató fajlagos rakodási költsége a j. túrán (4.10) szerint [EUR/raklap]
ω_{wj}^l	Fajlagos tárolási költség az 1. logisztikai szolgáltató j. túrájában használt raktárában (4.12) szerint [EUR/raklap/nap]
δ	Kirakodást a vevő elvégzi (1=Igen, 0=Nem)
δ_j^l	A túrában szereplő eladók által megadott δ^k érték ³

Könnyű látni, hogy az ily módon definiált V_j^l változó költség már csak a mennyiségtől függ, azaz a dimenziója [EUR/raklap], ami megfelel az (5.4) specifikációnak.

Ezzel az állítást bebizonyítottam.

A továbbiakban kikötök két feltételt, amely a kombinációs járatok kezelhetőségét segíti elő.

5.4.1 Feltétel

Egyazon LSZ által nagyobb eladói halmazra adott túraajánlatok költsége nem lehet kisebb, azaz, ha $b_j^l, b_j^l \in B^l$ és $\Gamma_j^l \subset \Gamma_j^l$, akkor $F_j^l \leq F_j^l$ és $V_j^l \leq V_j^l$.

² A logisztikai szolgáltató dönti el, hogy hány nap időkülönbség esetén válik ténylegesen szükségessé a raktárba vitel

³ A logisztikai szolgáltató feladata, hogy olyan eladókat tegyen be egy túrába, ahol a rakodási opciók megegyeznek

Ez a kikötés értelmes, mert a LSZ költségei nem indokolhatják, hogy egy állomás elhagyásával drágább legyen a gyűjtőjárat. A szállítási költség növekedni fog, ha még egy megállási pontot hozzáadunk a gyűjtőjáratához, hiszen még ha az új állomás pontosan az útvonalon fekszik is, akkor is növekszik a költség az extra megállás miatt.

5.4.2 Feltétel

Egy gyűjtőjárat költsége nem lehet magasabb, mint az egyes részeire megajánlott költségek összege, azaz, ha $\Gamma_j^l = \Gamma_j^l \cup \Gamma_j^l$, akkor $F_j^l \leq F_j^l + F_j^l$ és $V_j^l \leq V_j^l + V_j^l$.

Ha ez a feltétel nem teljesülne, akkor a gyűjtőjáratok megadása értelmetlenné válna.

Látható, hogy matematikai szempontból B^l nem más, mint egy, $P(A)$ -ból $\mathcal{R}^5$ -be (azaz az öt dimenziós térbe) képező függvény gráfja. A további munkához szükségünk lesz ezen függvény értelmezési tartományára, vagyis azon halmazra, amely tartalmazza az 1. LSZ ajánlatában szereplő eladói kombinációkat.

$$D^l = \{ \Gamma_j^l : \Gamma_j^l \in P(A), j=1,2,\dots,G^l \text{ ahol } \exists [F_j^l, V_j^l, T_{\min}^{lj}, T_{\max}^{lj}, Z_j^l], \text{ hogy } [\Gamma_j^l, F_j^l, V_j^l, T_{\min}^{lj}, T_{\max}^{lj}, Z_j^l] \in B^l \}$$

Definiáljuk továbbá azon indexek halmazát, ahol az 1. LSZ által adott ajánlati kombinációban szerepel a k. eladói azonosító.

$$D^l(k) = \{ j : j \in \{1,2,\dots,G^l\}, \exists [\Gamma_j^l, F_j^l, V_j^l, T_{\min}^{lj}, T_{\max}^{lj}, Z_j^l] \in B, \text{ hogy } k \in \Gamma_j^l \} \quad (5.7)$$

5.5 Az általános optimalizálási probléma

Kiindulva a (4.1) képletben legáltalánosabb formában megfogalmazott optimalizálási probléma célfüggvényéből, meg akarjuk határozni a kétféle költségelemet és eljutni a célfüggvény pontos formájához.

A (4.1) formula első tagja az (5.3) képlettel megadott eladói ajánlati struktúra alapján az (5.8) képlettel fejthető ki.

$$C_\pi^p = \sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k \right) (1 - \Delta^k) \quad (5.8)$$

Jelölések:

C_π^p	A vásárolt termékek ára
Q_i^k	A k. eladótól az i. termékből vásárolt mennyiség
P_i^k	Az i. termék egységára a k. eladónál a mennyiség lépcsős függvényeként

Δ^k Az összvásárlás után adott kedvezmény mértéke a k. eladónál a vásárlási összeg lépcsős függvényeként⁴

A (4.1) általános célfüggvényben szereplő második tagot a logisztikai szolgáltatók (5.4) szerint megadott ajánlati struktúrája alapján az (5.9) képlettel fejezhető ki.

$$C_{\lambda}^p = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{G^l} X_j^l (F_j^l \lceil Q_j^l / Z_j^l \rceil + V_j^l Q_j^l) \quad (5.9)$$

Jelölések:

C_{λ}^p A vásárlás logisztikai költségei [EUR]
 Z_j^l Az l. LSZ j. járatában használt szállítójármű rakodási kapacitása [raklap]
 $\lceil \rceil$ Felső egész rész függvény
 $X_j^l \in \{0,1\}$ döntési változó, $X_j^l = 1$ akkor és csak akkor, ha az l. szolgáltató j. ajánlatát elfogadjuk, azaz a $\Gamma_j^l \in D^l$ túra keretében szállítás lesz
 Q_j^l az l. LSZ j. ajánlatában szereplő $\Gamma_j^l \in D^l$ túrában szállítandó összes mennyiség, ami (5.10) szerint számítható.

$$Q_j^l = \sum_{k \in \Gamma_j^l} \sum_{i=1}^N Q_i^k \quad (5.10)$$

Most megfogalmazzuk a korlátozó feltételeket. Az (5.11) feltétel azt fejezi ki, hogy a vevő mindenből be akarja szerezni a teljes mennyiséget.

$$\sum_{k=1}^M Q_i^k = Q_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (5.11)$$

Egyetlen eladótól sem vásárolhatunk többet, vagy kevesebbet egy termékből, mint az általa specifikált legkisebb és legnagyobb mennyiség, ezt írja le (5.12).

$$Q_i^{k1} \leq Q_i^k \leq Q_i^{kh} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N, \quad \forall k \in A \quad (5.12)$$

Az (5.13) képletben levő időkorlátok azt fejezik ki, hogy a termékeknek időben rendelkezésre kell állniuk az eladónál, hogy a megadott beszállítási intervallumban megérkezzenek, de nem szabad őket a megengedettnél korábban leszállítani.

$$(T_e^k + T_{\max}^{lj} \leq U) \wedge (T_u^k + T_{\min}^{lj} \geq T_e) \quad \forall k \in \Gamma_j^l \quad \text{ha } X_j^l = 1 \quad (5.13)$$

Bevezetjük az $X_k^l \in \{0,1\}$ döntési változót, ami kifejezi, hogy az l. logisztikai szolgáltató végzi-e a szállítást a k. eladótól.

$X_k^l = 1$ akkor és csak akkor, ha az l. szolgáltató szállít a k. eladótól

⁴ Ez megegyezik a (4.6) képletben felírt költséggel, de a könnyebb kezelhetőség kedvéért elhagytam az argumentumokat

Nyilvánvaló, hogy X_k^l (5.14) szerint függ az X_j^l változóktól.

$$X_k^l = \sum_{j \in D^l(k)} X_j^l \quad k \in A \quad (5.14)$$

Fenn kell hogy álljon (5.15) is, amely erősebb állítás, mint (5.14), mert azt is biztosítja, hogy minden eladóhoz csak legfeljebb 1 túra mehet.

$$X_j^l \leq \text{Sign}\left(\sum_{i=1}^N Q_i^k\right) \quad \forall k \in \Gamma_j^l \quad (5.15)$$

Az (5.16) képlet arról szól, hogy azokhoz az eladókhoz, ahonnan árut veszünk, el kell jutnia egy és csak egy túrának. (Nem tiltjuk meg viszont, hogy egy túra érintsen egy olyan eladót, akitől nem vásárolunk.)

$$\sum_{l=1}^L X_k^l \geq \text{Sign}\left(\sum_{i=1}^N Q_i^k\right) \quad \forall k \in A \quad (5.16)$$

A következőkben megfogalmazzuk az üzletpolitikai megkötéseket. Az (5.17) képletben szereplő korlátok az eladók számát korlátozzák. Az alsó korlát azért lehet szükséges, hogy a vevő ne kerüljön kiszolgáltatott helyzetbe, a felső pedig az általános kapcsolattartási költségek csökkentése miatt kellhet. Ez kiköthető termékfajtánként is, (5.18) szerint alulról (a nem 0 mennyiségekre vonatkoztatva), vagy (5.19) szerint, vagy kombinálható a két feltétel.

$$S_{\min} \leq \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^L X_k^l \leq S_{\max} \quad (5.17)$$

$$\text{Sign}(Q_i^k) * (Q_i^k - Q_i / S_{\max}) \geq 0 \quad (5.18)$$

$$Q_i^k \leq Q_i / S_{\min} \quad \forall i, k \quad (5.19)$$

Jelölések:

$S_{\min}$ az eladók minimális száma

$S_{\max}$ az eladók maximális száma

Ha behelyettesítjük a (5.8), (5.9) és (5.10) képleteket (4.1)-be, a fentiekben bevezetett jelöléseket használva megkapjuk az EMMIL beszerzés általános célfüggvényét az (5.20) képletben.

$$f(Q_i^k, X_j^l) = \sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k \right) (1 - \Delta^k) + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{G^l} X_j^l \left(F_j^l \left(\sum_{k \in \Gamma_j^l} \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) / Z_j^l \right) + V_j^l \sum_{k \in \Gamma_j^l} \sum_{i=1}^N Q_i^k = \min \quad (5.20)$$

A feladat a X_j^l bináris és a Q_i^k egészértékű változók olyan értékeinek megtalálása, amely minimalizálja az (5.20) célfüggvényt és eleget tesz a (5.11)-(5.17) peremfeltételeknek. Ez a probléma két allokációs probléma kombinációját tartalmazza, az egyik a termékvásárlás, a másik a logisztikai szolgáltatások allokációja. Ismert a szakirodalomból, hogy mindkét feladat általános esetben NP-teljes, tehát általános és egzakt megoldást polinomiális idő alatt nem várhatunk. A feladat megfogalmazása nem lineáris, mert szerepel benne a Q mennyiségi és X döntési változók szorzata.

A változók száma attól függ, hogy a logisztikai szolgáltatók az eladók milyen kombinációira adnak kombinációs ajánlatot, ezért a változók maximális száma 2 hatványát tartalmazza:

$$v = M * N + 2^M * L \quad (5.21)$$

Kérdés, hogy valóban mindig szükség van-e erre a teljesen általános esetre, vagy kevésbé komplex kialakítású piacterek is jól használhatók a gyakorlatban.

A modell legegyszerűbb változatát úgy kapjuk, ha kizárjuk a kedvezményeket az eladói ajánlatokból, a logisztikai szolgáltatóknál pedig csak vonaljáratokat engedélyezünk egy standard kapacitású járművel. Ekkor az (5.20) optimalizálási feladat (5.22)-re egyszerűsödik.

$$f(Q_i^k, X_k^l) = \sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k + \sum_{l=1}^L X_k^l \left(F_k^l \left\lceil \left(\sum_{i=1}^N Q_i^k \right) / Z \right\rceil + V_k^l \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) \right) = \min \quad (5.22)$$

Jelölések:

Q_i^k	A k. eladótól az i. termékből vásárolt mennyiség
P_i^k	Az i. termék egységára a k. eladónál
$X_k^l \in \{0,1\}$	döntési változó, $X_k^l = 1$ akkor és csak akkor, ha az l. szolgáltató szállít a k. eladótól
Z	Standard szállítójármű rakodási kapacitása [raklap]
F_k^l	Az l. LSZ fix költsége a k. eladótól Z rakodási kapacitású járműre [EUR]
V_k^l	Az l. LSZ változó költsége a k. eladótól [EUR/raklap]

Az egyszerűsített modellhez változatlan formában érvényesek az (5.11), (5.12) továbbá az (5.16)-(5.19) peremfeltételek. A módosított feltételeket (5.23) és (5.24) tartalmazza.

$$(T_e^k + T_{\max}^{lk} \leq U) \wedge (T_u^k + T_{\min}^{lk} \geq T_e) \quad \forall k \in A \quad \text{ha } X_k^l = 1 \quad (5.23)$$

$$X_k^l \leq \text{Sign} \left(\sum_{i=1}^N Q_i^k \right) \quad \forall k \in A \quad (5.24)$$

A vonaljáratok modellben a változók száma (5.25) már nem exponenciális kifejezés.

$$v = M * N + M * L \quad (5.25)$$

A következő fejezetben először az egyszerűsített modellhez keresünk megoldási algoritmust, majd fokozatosan haladunk a bonyolultság szerint.

6. Optimalizálási algoritmusok vonaljáratokra

4. Tézis

Megoldási algoritmust adtam a vonaljárat optimalizálási problémára. Bebizonyítottam, hogy a kvadratikus, egészértékű probléma vegyes lineáris programozási feladatra vezethető vissza, leírtam a linearizálási algoritmust, és elemeztem a lineáris modell komplexitását.

Ebben a fejezetben az EMMIL.BM optimalizálási probléma megoldásával foglalkozom azzal a feltétellel, hogy a logisztikai szolgáltatók csak vonaljárat ajánlatokat adhatnak, kombinatorikusat nem. Kiindulásként az eladói kedvezmények nélküli, standard szállítójárművet feltételező egyszerűsített modell (5.22) képletben megfogalmazott célfüggvényének megoldására adok algoritmust, majd megmutatom az eladói kedvezmények és a heterogén járműpark kezelésének módját. A fejezethez kapcsolódik az [A5] saját publikáció.

A továbbiakban úgy tekintjük, hogy minden logisztikai ajánlat teljesíti az (5.23) időkorlátokat, mert ez egyszerű eljárással az optimalizálás kezdetekor ellenőrizhető, és az időkorlátokat nem teljesítő logisztikai ajánlatok azonnal elhagyhatók. Hasonlóképpen feltesszük, hogy minden eladó elérhető a logisztikai szolgáltatók ajánlatai alapján, mert ha valamelyik eladótól nincs (az időzítésnek megfelelő) logisztikai ajánlat, akkor azt az eladót az optimalizálási algoritmus indítása előtt elimináljuk. Tehát feltehetjük, hogy $\forall k \in A: D^1(k) \neq \emptyset$.

6.1 Az egyszerűsített modell szakaszos linearizálása

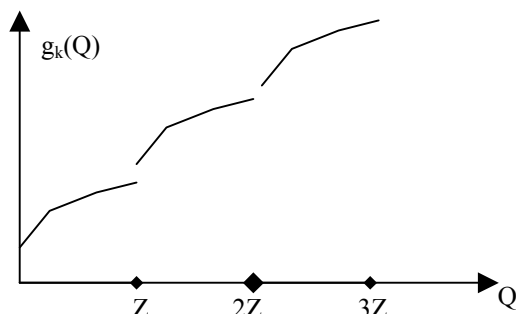
Az (5.22) egyszerűsített célfüggvény az eredetihez hasonlóan nem lineáris, mert szerepel benne a Q mennyiségi és X döntési változók szorzata. Célunk az, hogy szakaszosan lineárisra tegyük, ehhez meg kell határozni minden eladóhoz a telephelyétől a vevőhöz érvényes legjobb szállítási ajánlatot. Ez a mennyiség függvényében szakaszosan jelent egy-egy logisztikai szolgáltatót.

Jelölje $g_k^l(Q)$ azt a függvényt, amely a k . eladótól az l . LSZ által történő szállítás költségét jelenti a mennyiség függvényében az (5.5) ajánlati struktúrának megfelelően (6.1). Nyilvánvaló, hogy ez a függvény Z többszöröseinél szakadással rendelkezik, a szakadások között pedig lineáris. Jelölje $g_k(Q)$ a k . szállítótól való legjobb szállítás függvényét (6.2), amely a $g_k^l(Q)$ függvények l -re vett minimuma. A 6.1 ábra illusztrálja ezt a függvényt, amely minden Z hosszúságú szakaszon maximum $L(L-1)/2$ szakaszból áll, amelyek konkáv töröttvonalakat alkotnak.

$$g_k^l(Q) = F_k^l \lceil Q/Z \rceil + V_k^l Q \quad (6.1)$$

$$g_k(Q) = \min_l g_k^l(Q) \quad (6.2)$$

A továbbiakban megfogalmazzunk néhány lemmát, amelyek a $g_k(Q)$ függvény meghatározására szolgáló 6.1 algoritmus alapját képezik.



6.1 ábra: A k. eladótól menő legjobb szállítási költségfüggvény sémája

6.1 lemma

Ha $l, l' \in \{1, 2, \dots, L\}$ $l \neq l'$ és $\exists b^l \in B^l, b^{l'} \in B^{l'}$ logisztikai ajánlatok a k. eladótól induló vonaljáratokra, $(\{k\}, F_k^l, V_k^l) \subset b^l, (\{k\}, F_k^{l'}, V_k^{l'}) \subset b^{l'}$ amelyekre fennáll, hogy $F_k^l \geq F_k^{l'} \wedge V_k^l \geq V_k^{l'}$, vagyis az egyik ajánlatban mind a fix, mind a változó költség nem kisebb a másikonál, akkor ez a reláció az általuk történő szállítás összköltségére is fennáll, azaz $g_k^l(Q) \geq g_k^{l'}(Q)$ ha $Q \geq 0$.

Bizonyítás

A definíciót és a feltételeket összevetve

$$g_k^l(Q) = F_k^l \lceil Q/Z \rceil + V_k^l Q \text{ és } g_k^{l'}(Q) = F_k^{l'} \lceil Q/Z \rceil + V_k^{l'} Q \Rightarrow$$

$$g_k^l(Q) - g_k^{l'}(Q) = (F_k^l - F_k^{l'}) \lceil Q/Z \rceil + (V_k^l - V_k^{l'}) Q \geq 0$$

Tehát a lemma állítása igaz.

A lemma következményeképpen a két logisztikai ajánlat közül a nagyobb fix és változó költséggel rendelkezőt elhagyhatjuk, mert soha nem fogja javítani a megoldást. Egyenlőség esetén üzletpolitikai szempontokat kell alkalmaznunk, hogy melyik ajánlatot hagyjuk el (pl. korábbi tapasztalatok szerinti megbízhatósági rangsor), ilyenek hiányában pedig véletlenszerűen választunk.

6.2 lemma

Ha $Z > 0$ egész, $Q \geq 0$ pedig valós szám, akkor $Q / \lceil Q/Z \rceil \leq Z$

Bizonyítás

Q felírható a Z -vel való oszthatóság maradékosztályainak segítségével: $Q = nZ + r$, $0 \leq r < Z$, $n \geq 0$ egész

Ha $r=0$, akkor $Q=nZ$, tehát $Q/\lceil Q/Z \rceil = nZ/n = Z$

Ha $r>0$, akkor $\lceil Q/Z \rceil = n+1$, tehát

$$Q/\lceil Q/Z \rceil = Q/(n+1) = (nZ + r)/(n+1) = Z - (Z-r)/(n+1) < Z \text{ mivel } r < Z$$

Tehát a lemma állítása igaz.

6.3 lemma

Ha a 6.1 lemma meghatározása szerinti l . és l' . ajánlatokra fennáll, hogy $F_k^l \geq F_k^{l'} \wedge V_k^l < V_k^{l'}$, továbbá $(F_k^l - F_k^{l'}) / (V_k^{l'} - V_k^l) \geq Z$, akkor $g_k^l(Q) \geq g_k^{l'}(Q)$ ha $Q \geq 0$.

Bizonyítás

A 6.2 lemmát felhasználva az egyenlőtlenség két szélső oldalát átrendezve megkapjuk az állítást.

$$(F_k^l - F_k^{l'}) / (V_k^{l'} - V_k^l) \geq Z \geq Q / \lceil Q/Z \rceil$$

$$F_k^l \lceil Q/Z \rceil + V_k^l Q \geq F_k^{l'} \lceil Q/Z \rceil + V_k^{l'} Q$$

Tehát a lemma állítása igaz.

Ebből a lemmából következik, hogy ilyen reláció esetén az l . szolgáltató ajánlata elhagyható, mert van nála jobb.

Más esetekben a költségfüggvények metszeni fogják egymást, és különböző Q mennyiségi intervallumokon más-más szolgáltató lesz a minimális költségű. Nem kell azonban minden függvényt mindegyikkel elmetszeni, mert a nem elhagyható függvények sorba rendezhetők, amit a következő lemma igazol.

6.4 lemma

Ha $\Lambda_k = \{ g_k^l(Q), l=1,2,..,L_k \}$ függvényhalmaz elemei a k . eladótól szóló LSZ ajánlatok, amelyek egymást nem helyettesíthetik a minimumkeresés szempontjából, azaz $\neg \exists l, l' \ l' \neq l$, olyan, hogy $g_k^l(Q) \geq g_k^{l'}(Q)$, $Q \geq 0$, akkor Λ_k elemei sorba rendezhetők oly módon, hogy $F_k^1 \leq F_k^2 \leq \dots \leq F_k^{L_k}$ és $V_k^1 \geq V_k^2 \geq \dots \geq V_k^{L_k}$

Bizonyítás

Tegyük fel, hogy az állítás nem igaz, akkor $\exists l' \in \{1..L_k\}$, $l' \neq l$, $F_k^l \geq F_k^{l'} \wedge V_k^l \geq V_k^{l'}$ de akkor a 6.1 lemma miatt $g_k^l(Q) \geq g_k^{l'}(Q)$, ami ellentmond a feltételünknek.

Tehát a lemma állítása igaz.

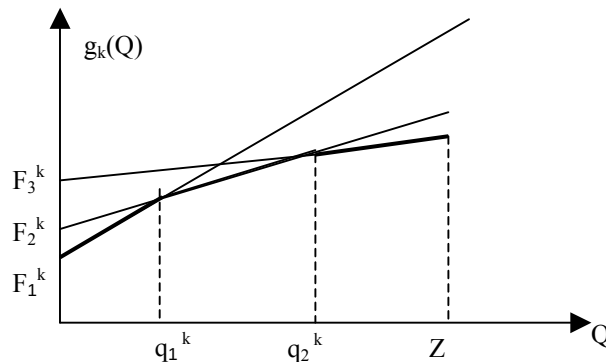
Ezzel megalapoztuk a 6.1 algoritmust, amellyel előállítjuk a k . eladótól érvényes legjobb szállítási ajánlatot Q függvényében, és kiszámítjuk a (6.4) célfüggvény linearizálásához szükséges paramétereket. Emlékeztetünk, hogy Q^Σ jelöli az összes szállítandó árumennyiséget (5.2).

6.1 Algoritmus

1. Legyen $\Lambda_k = \{ g_k^l(Q), l=1,2,..L \}$
2. $\forall l=1,2,..L-1$
 IF $\exists l' \in \{1..L\}, l' \neq l, F_k^l \geq F_k^{l'} \wedge V_k^l \geq V_k^{l'}$
 THEN elhagyjuk a $g_k^{l'}(Q)$ függvényt a halmazból 6.1 lemma alapján
 $\Lambda_k := \Lambda_k \setminus g_k^{l'}(Q)$
 ENDIF
3. $\forall g_k^l(Q) \in \Lambda_k$
 IF $\exists g_k^{l'}(Q) \in \Lambda_k, l' \neq l, (F_k^l - F_k^{l'}) / (V_k^l - V_k^{l'}) \geq Z$
 THEN elhagyjuk az l . függvényt a halmazból 6.3 lemma alapján
 $\Lambda_k := \Lambda_k \setminus g_k^l(Q)$
 ENDIF
4. Λ_k maradék elemeit sorba rendezzük a fix költség növekvő sorrendjében.
 Ekkor 6.4 lemma alapján
 $F_k^1 \leq F_k^2 \leq \dots \leq F_k^{L_k}$ és $V_k^1 \geq V_k^2 \geq \dots \geq V_k^{L_k}$
5. Meghatározzuk a szomszédos költségfüggvények metszéspontjait (6.3) Q -ra történő megoldásával. Jelölje az l . és $l+1$. költségfüggvények metszéspontjaihoz tartozó Q értéket q_l^k . A metszéspontokat csak akkor fogadjuk el a minimális költségfüggvény töréspontjának, ha a q_l^k értékek szigorúan monotonon növekvő sorrendben követik az algoritmus 4. pontjában definiált rendezést (6.2/a ábra). Ha viszont valamely $l' \in \{1, \dots, L_k-2\}$ esetén az l' és $l'+1$ egyenesek metszéspontjának $q_{l'}^k$ koordinátájára, valamint az $l'+1$ és $l'+2$ egyenesek metszéspontjának $q_{l'+1}^k$ koordinátájára az teljesül, hogy $q_{l'}^k \geq q_{l'+1}^k$, akkor a két metszéspontot az l' és $l'+2$ egyenesek metszéspontjával helyettesítjük (6.2/b ábra). Az elfogadott töréspontok Q koordinátáit szakaszhatároknak fogom nevezni.

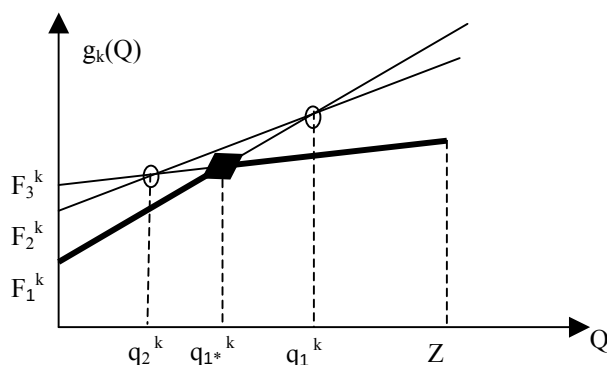
$$F_k^l \lceil Q/Z \rceil + V_k^l Q = F_k^{l+1} \lceil Q/Z \rceil + V_k^{l+1} Q \quad (6.3)$$

$$0 < Q \leq Q^Z$$



6.2/a ábra: Szigorúan monotonon növvő Q koordinátájú metszéspontok

6. A szakaszhatárokhoz vegyük hozzá a járműkapacitás többszöröseit, azaz $Q=nZ$ megoldásait is, $n \in \{1, 2, \dots, \lceil Q^\Sigma/Z \rceil\}$, amelyek a minimális költségfüggvény szakadási pontjainak Q koordinátái. Jelöljük a szakaszhatárok számát E_k -val. A szakaszhatárok egy rendezett pontsorozatot alkotnak a Q tengelyen: $0 < q_1^k < q_2^k < \dots < q_{E_k}^k \leq Q$. Legyen $q_0^k = 0$ és $q_{E_k+1}^k = Q^\Sigma$ formális lezáró elemek a sorozathoz.
7. A szakaszhatárok közötti intervallumonként a rendezés szerinti kisebb függvényt véve megkapjuk a $g_k(Q)$ minimális szállítási költség függvényt, amely a 6.1 ábrán illusztrált módon E_k számú, a törési és szakadási pontok között lineáris szakaszokból fog állni.
8. Átszámozzuk a szolgáltatók indexét a szakaszhatárok sorrendjének megfelelően. Ha ugyanaz a költségfüggvény többször szerepel minimális költségként különböző intervallumokon, akkor azokat a függvényeket ismételtelen felvesszük a listánkra, mintha egy újabb szolgáltató lenne. Ezzel minden q_l^k szakaszhatárhoz egyértelműen hozzárendeljük azt az $l(q_l^k)$ szolgáltatót, amelyik q_l^k szakaszhatárral kezdve a legalacsonyabb teljes költségű a következő szakaszhatárig. Jelölje $F_k^{l'}$, $V_k^{l'}$ az $l(q_l^k)$ szolgáltató fix és változó költségét a k . eladónál. Kiszámítjuk továbbá $c_k^{l'} = F_k^{l'} \lceil q_l^k / Z \rceil$ minden szakaszhatárhoz, ($l'=1, 2, \dots, E_k$) ami az intervallumon érvényes fix szállítási költséget jelenti.



6.2/b ábra: Két metszéspont helyettesítése harmadikkal

6.2 A lineáris modell felállítása és elemzése

Ha a 6.1 algoritmust minden $k \in A$ indexre elvégeztük, akkor (5.22)-t átalakítva fel tudjuk írni (6.4)-et, a linearizált egészértékű optimumszámítási feladatot $Q_i^{kl'}$, egész, és $Y_k^{l'}$ bináris változókkal. $Y_k^{l'}$ azt jelöli, hogy a k . eladótól vásárolt összes mennyiség a 6.1 algoritmussal generált k . költségfüggvény szerinti l' . nagyságrendi szakaszba esik-e, $Q_i^{kl'}$ pedig a k . eladótól az i . termékből vásárolt mennyiség, ahol az összes mennyiség az l' . intervallumon van. A célfüggvény összevonással egyszerűbb alakra hozható, csak a logikai követhetőség miatt írtuk fel ilyen részletesen. A korlátozó feltételeket a (6.5)-(6.10) kifejezések adják meg.

$$f(Q_i^{kl'}, Y_k^{l'}) = \sum_{k=1}^M \sum_{l'=1}^{E_k} \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^{kl'} + c_k^{l'} Y_k^{l'} + V_k^{l'} \sum_{i=1}^N Q_i^{kl'} \right) = \min \quad (6.4)$$

$$Y_k^{l'} \in \{0,1\} \quad (6.5)$$

$$Q_i^{kl'} \geq 0 \quad (6.6)$$

$$\sum_{l'=1}^{E_k} Q_i^{kl'} \leq Q_i^{kh} \quad (6.7)$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i^{kl'} - q_{l'}^k Y_k^{l'} \leq 0 \quad \forall l' \in \{1, 2, \dots, E_k\}, \quad \forall k \in A \quad (6.8)$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i^{kl'} - q_{l'-1}^k Y_k^{l'} \geq 0 \quad \forall l' \in \{1, 2, \dots, E_k\}, \quad \forall k \in A \quad (6.9)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{l'=1}^{E_k} Q_i^{kl'} = Q_i \quad (6.10)$$

Ha a kiválasztott eladók számát korlátozni akarjuk, akkor (5.17) kiköthető, (6.11)-re átfogalmazott formában. A megvásárolt termékek mennyiségét felülről korlátozhatjuk (5.19) szerint, de alulról (5.18) nem használható, mert nem lineáris feltétel.

$$S_{\min} \leq \sum_{k=1}^M \sum_{l'=1}^{E_k} Y_k^{l'} \leq S_{\max} \quad (6.11)$$

6.1 Tétel:

A (6.4) célfüggvény (6.5)-(6.10) korlátozó feltételek melletti $\{Q_i^{kl'}, Y_k^{l'} \mid k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l' \in \{1, \dots, E_k\}\}$ megoldásából levezethető az (5.22) célfüggvény eladói kedvezmények nélkül értelmezett, (5.11), (5.12), (5.24) korlátozó feltételek melletti $\{Q_i^k, X_k^l \mid k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l \in \{1, \dots, L\}\}$ megoldása.

Bizonyítás:

A 6.1-6.4 lemmák és a 6.1 linearizálási algoritmus alapján a két probléma megoldása a következőképpen konvertálható egymásba:

$$Q_i^k = \sum_{l=1}^{E_k} Q_i^{kl}$$

$$X_k^l = \begin{cases} 1 & \text{ha } \exists l' \in \{1, 2, \dots, E_k\}, Y_k^{l'} = 1 \wedge l(q_l^k) = 1 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

A korlátozó feltételek a következőképpen feleltethetők meg egymásnak:

$$(6.10) \Rightarrow (5.11)$$

$$(6.6) \wedge (6.7) \Rightarrow (5.12) \text{ mivel az eladói kedvezmények kizárása miatt } Q_i^{k1} = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, k \in A$$

$$(6.8) \wedge (6.9) \Rightarrow (5.24)$$

Tehát a tétel állítása igaz.

Elértük tehát, hogy az eredeti (5.22) képletben szereplő, nem lineáris, $M(N+L)$ változók tartalmazó feladatot helyettesítettük egy lineáris, ν számú változót (6.12) tartalmazó lineáris egészértékű optimalizálási feladattal. A bevezetett új változók száma az egyes eladóknál a ki nem esett költségfüggvények metszéspontjainak E_k számának nagyságrendjével növekszik. Erre az alábbi becsléseket adjuk.

$$\nu = (N+1) \sum_{k=1}^M E_k \leq M * (N+1) * \text{Max}_k(E_k) \quad (6.12)$$

Az egy eladótól menő rakományok maximális száma $\lceil Q^\Sigma / Z \rceil$, ami felső becslést ad bármely két szállítási költség függvény, $g_k^l(Q)$ és $g_k^{l'}(Q)$ metszéspontjainak maximális számára, hiszen egy rakományt jelentő szakaszon a két függvény lineáris, tehát minden szakaszon csak egy metszéspontjuk lehet. Másrészt egy ilyen szakaszon a linearitás és a 6.4 lemma miatt minden LSZ csak egyszer szerepelhet mint minimális költségű szállító, tehát levezethető ν , előre számítható, általános, minden k -ra teljesülő felső korlát (6.13).

$$\text{Max}_k(E_k) \leq \left\lceil Q^\Sigma / Z \right\rceil * L \quad (6.13)$$

Ennél erősebb korlátot is ad (6.14), abban azonban ismeretlen van, tehát előre nem számítható.

$$E_k \leq \left\lceil \left(\sum_{i=1}^N Q_i^k \right) / Z \right\rceil * L \quad (6.14)$$

A metszéspontok várható számának meghatározásában segít a 6.5 lemma.

6.5. lemma

- Ha $y_0 > 0$ valós szám, amelyre teljesül, hogy $Z(n-1)/n < y_0 < Zn/(n+1)$, valamely $n > 0$ egész számra, akkor a
- $$Q / \lceil Q/Z \rceil = y_0$$
- egyenletnek pontosan n darab megoldása van Q -ra, (Lásd 6.3 ábra)

Bizonyítás

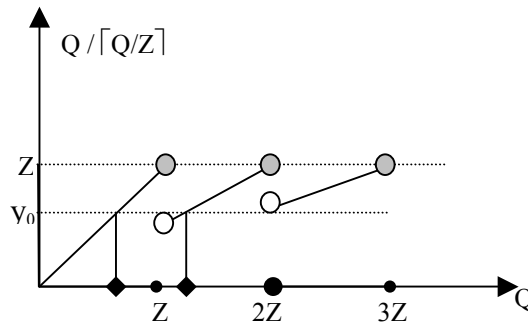
Legyen $Q(x) = (n-1)Z + x$, $0 < x \leq Z$

Legyen $q(x) = Q(x) / \lceil Q(x)/Z \rceil = Z(n-1)/n + x/n$

Látható, hogy $q(x)$ lineáris és $\lim_{x \rightarrow 0} q(x) = (n-1)/n$, másrészt $q(Z) = Z$

Ebből következik, hogy ha Q befutja az $((n-1)Z, nZ]$ alulról nyílt, felülről zárt intervallumot, akkor $Q / \lceil Q/Z \rceil$ pontosan a $(Z(n-1)/n, Z]$ félig nyílt intervallum pontjait veszi fel függvényértékként, így felveszi az y_0 értéket is.

Tehát a lemma állítása teljesül.



6.3 ábra: $Q / \lceil Q/Z \rceil = y_0$ függvény gyökei

6.2 Tétel

- Ha (6.15) feltétel teljesül két, a 6.4 lemmában meghatározott költségfüggvényre, akkor a metszéspontjaik maximális száma n , amelyeket (6.16) segítségével tudunk meghatározni.

$$Z(n-1)/n < (F_k^I - F_k^{II}) / (V_k^I - V_k^{II}) < Zn/(n+1) \quad (6.15)$$

$$x_m = m * (F_k^I - F_k^{II}) / (V_k^I - V_k^{II}) \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (6.16)$$

- Ez azt is jelenti, hogy a logisztikai szolgáltatók költségfüggvényeinek metszéspontjainak száma a rakományok számának növekedésével monotonon csökken.

Bizonyítás:

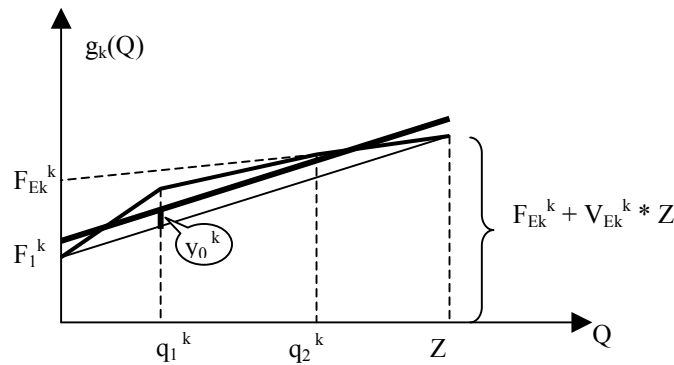
A 6.5 lemmában $y_0 = (F_k^1 - F_k^1) / (V_k^1 - V_k^1)$ helyettesítve a tétel első állításához jutunk. A második fele, (6.16) helyessége a (6.3) egyenlet megoldásából következik.

Látható tehát, hogy a változók száma akkor nőhet meg nagy mértékben a szállítási költségek nélküli optimalizáláshoz képest, ha sok az LSZ, a szállítmányok száma nagy, és a szállítási ajánlatok között sok olyan függvénpár van, ami egy nagy n érték mellett teljesíti a fix és változó költségek arányára vonatkozó (6.15) feltételt. Szerencsére, amint azt a 8. fejezetben látni fogjuk, normális eloszlású paraméterek esetén a legjobb szállítási költség-függvényben szerepet kapó logisztikai szolgáltatók száma igen kis korlát alatt marad.

Ha az eloszlás nem normális, és a $g_k(Q)$ legjobb költségfüggvény túl sok szakaszból álló töröttvonalat alkot, akkor alkalmazhatunk helyette egy $g_k(Q)$ lineáris közelítő függvényt (6.17), amit a 6.4 ábra illusztrál. A közelítő függvényt úgy kapjuk, hogy a töröttvonal kezdő és végpontját összekötő egyenest párhuzamosan eltoljuk oly módon, hogy a függvényértékek maximális eltérése a lehető legkisebb legyen. Ez a maximális eltérés a (konvex) töröttvonal valamelyik csúcspontjában lép fel, tehát a csúcspontokban keletkező maximális eltérés felével kell a Q tengellyel párhuzamosan eltolni az összekötő egyenest. Jelölje y_0 az eltolásvektor abszolút értékét (6.18), ami egyúttal a közelítés hibáját is jelenti.

$$g_k'(Q) = F_{E_k}^k - F_1^k + Q * (F_{E_k}^k + Z * V_{E_k}^k) / Z + y_0 \quad (6.17)$$

$$y_0 = \max_l \left\langle (F_l^k - F_1^k + q_l * [(V_l^k - V_{E_k}^k) - (F_{E_k}^k - F_1^k) / Z]) \right\rangle / 2 \quad (6.18)$$



6.4 ábra: A k . eladótól menő legjobb szállítási költségfüggvény közelítése

Bármilyen alacsony is a metszéspontok száma, rakományonként mindenképpen szegmentálni kell, tehát a lineáris feladat v változóinak számára alsó korlát is van (6.19).

$$v \geq M * N * \left\lceil Q^\Sigma / Z \right\rceil \quad (6.19)$$

Ez azt jelenti, hogy nagy számú rakomány esetén mindenképpen problémát jelent a változók számának jelentős növekedése, amely rendkívüli módon lelassíthatja az egészértékű programozási feladat megoldását. Valójában azonban nincs szükség arra, hogy minden változóra egészértékű korlátozást tegyünk, a korlátozó feltételek megfelelő beállításával el tudjuk érni, hogy az eredmény folytonosnak feltételezett mennyiségek esetén is biztosan egész értékű legyen. Erről szól az alábbi tétel.

6.3 Tétel

(6.2) optimális Q_i^{kl} megoldásai mindig egészek, ha a q_i^k töréspontok egész értékeknél vannak.

Bizonyítás

Tekintsük a (6.4) célfüggvényt. Ez bármely rögzített Y_k^{lp} bináris értéksorozat mellett lineáris programozási feladatot képez folytonos Q_i^{kl} változókkal. A feltételekben Y_k^{lp} értékeit rögzítve látható, hogy a feltételrendszerben a baloldalon minden, zérustól különböző együttható értéke 1, ezért a simplex módszert használva a generáló elem mindig 1 lesz, a jobboldalon pedig egész értékek állnak, tehát nem kaphatunk megoldásként tört értéket.

Tehát a tétel állítása igaz.

A 6.3 tétel feltétele teljesül, ha Z nagyságú intervallumonként csak egy LSZ adja a legjobb költségfüggvényt. Egyéb esetekben úgy gondoskodhatunk róla, hogy a 6.1 Algoritmus 5. pontjában a töréspontok kiszámításánál kerekítést végzünk. A kerekítésből adódó hiba a k . eladó esetén nem lesz nagyobb mint $0.5 \cdot \max_{(i)} (V_k^{lp} - V_k^{lp+1})$ mivel két lineáris függvény metszéspontjáról van szó.

Következmény:

A (6.4) célfüggvény megoldásánál nem kell minden változóról kikötni, hogy egész, csak az Y_k^{lp} bináris feltételt kell beállítani, ami lényegesen gyorsítja a megoldási algoritmust. Ekkor a bináris változók v_b számának felső korlátja:

$$v_b \leq M \cdot \lceil Q^Z / Z \rceil \cdot E_k \quad (6.20)$$

Mivel rakományonként mindenképpen szegmentálni kell, az összes változók számához hasonlóan a bináris változók számára van alsó korlát, ami a rakományok számával és az eladók számával arányos. (6.21)

$$v_b \geq M \cdot \lceil Q^Z / Z \rceil \quad (6.21)$$

Mivel a bináris változók száma kritikus, ezért célszerű az eladók előszűrése, kihagyva azokat az eladókat, ahol mind a szállítási költségek, mind az egységárak rosszabbak a többinél, vagy a két költség egyike önmagában annyira rossz, hogy kizárja őket a minimumból, és nincs olyan árujuk, amiből a többiek készlete nem elegendő.

További gyorsítási mód lehet, ha adunk egy kiindulási megoldást, amelyet a szállítási költségfüggvény teljes linearizálásával érhetünk el a következőképpen. A 6.1 Algoritmusban keletkező metszéspontokhoz tartozó függvényértékeken keresztül regressziós egyenest húzunk, (melynek paramétereit jelölje F_k , V_k és a (6.4) optimalizálási feladatot (6.22)-re egyszerűsítjük.

$$\text{Min} \sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k + C_k + V_k \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) \quad (6.22)$$

Ez a feladat rövid idő alatt megoldható Q_i^k -ra bármelyik LP programcsomaggal. Ezután eladónként az összes mennyiséghez egyszerű számítással megkaphatjuk a legjobb szállítási költséget, amivel kiszámítjuk az eredeti célfüggvény értékét. Ha ez az érték elegendően közel van az előre számítható abszolút alsó határhoz, akkor az algoritmus megáll. Ha nem, akkor a megoldásból szintén egyszerű számítással elkészítjük a (6.4) célfüggvényű optimalizálási feladat kezdőértékeit. Az alábbi lemma segít megmutatni, hogy a (6.22) megoldása során mekkora hiba keletkezhet, vagyis mekkora eltérés lehetséges a tényleges legjobb szállítási költség és a helyette használt közelítő érték között.

6.6 lemma

Ha F , V egy tényleges szállítási költség függvény paraméterei, akkor a $(0, F)$ és $(Q^Z, Z^* \lceil Q^Z/Z \rceil + V^* Q^Z)$ pontokon keresztül húzott egyenes értéke bármely Q mellett maximum F távolságra van az F , V értékekkel számított pontos szállítási költségtől.

Bizonyítás

Jelölje $g'(Q)$ a közelítő egyenest.

$$g'(Q) = F + Q^* (F^* \lceil Q^Z/Z \rceil + V^* Q^Z - F) / Q^Z$$

A két függvény különbsége kis átalakítással:

$$|g(Q) - g'(Q)| = F^* \left| \lceil Q/Z \rceil - Q^* \lceil Q^Z/Z \rceil / Q^Z + Q / Q^Z - 1 \right|$$

Könnyű belátni, hogy $Q^* \lceil Q^Z/Z \rceil / Q^Z \leq \lceil Q/Z \rceil + Q / Q^Z$ továbbá tudjuk, hogy $Q / Q^Z \leq 1$

Ezért

$$|g(Q) - g'(Q)| \leq F^* \left| \lceil Q/Z \rceil - Q^* \lceil Q^Z/Z \rceil / Q^Z \right| + 1 - Q / Q^Z \leq F^* (Q / Q^Z + 1 - Q / Q^Z) = F$$

Tehát a lemma állítása igaz.

6.3 Eladói kedvezmények figyelembe vétele

Az (5.22) egyszerűsített modell bővítéseként először megvizsgáljuk a mennyiségi kedvezmények kezelhetőségét, vagyis azt az esetet, amikor az (5.3) eladói ajánlatban levő lehetőséget kihasználva a termék árak mennyiségi kategóriáinként változnak. Ez újabb szakaszos linearitás bevezetését jelenti, és így a változók számának további növelését igényli, mert a mennyiségi kedvezményeket az egyes szakaszokhoz bevezetett újabb változókkal érvényesítjük. Az (5.3) formula jelöléseit használva bevezetjük a $Q_i^{kl'v}$ jelölést a k. eladótól az i. termékből vásárolt mennyiségre, amely a v. mennyiségi kategóriába esik, és , ahol az összes mennyiség az l' . intervallumon van. Legyen $X_i^{kl'v}$ döntési változó arról, hogy Q_i^k , a k. eladótól vásárolt i. termék mennyisége a v. mennyiségi kategóriába esik-e, feltéve, hogy az összes mennyiség az l' . intervallumon van. Szükségünk van még azon c_i^{kj} értékekre, amelyek a k. eladónál az i. termékből a j. mennyiségi kategória alsó határának megfelelő mennyiség teljes árát adják és konstansként fognak szerepelni, mivel előre számíthatók. Ezután (6.23)-ban felírjuk a (6.4) célfüggvény mennyiségi kedvezményekkel bővített változatát. A korlátozó feltételeket a (6.24)-(6.29) kifejezések tartalmazzák. Emlékeztetünk, hogy U_i^k a k. eladó által megadott mennyiségi kedvezmény-kategóriák számát jelöli, az egyes kategóriákban vásárolható minimális mennyiség $v \in \{1, 2, \dots, Q_i^{kv}\}$, Q_i^{kh} pedig az eladónál rendelkezésre álló maximális mennyiség. Terjesszük ki a Q_i^{kv} sorozatot a $v=U_i^k+1$ indexre, hozzárendelve a Q_i^{kh} értéket, amire formálisan lesz szükségünk az alábbiakban.

$$f(Q_i^{kl'v}, Y_k^{l'}) = \sum_{k=1}^M \sum_{l'=1}^{E_k} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^{U_i^k} (P_i^{kv} Q_i^{kl'v} + c_i^{kv} X_i^{kl'v}) + c_k^{l'} Y_k^{l'} + V_k^{l'} \sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^{U_i^k} Q_i^{kl'v} \right) = \quad (6.23)$$

$$X_i^{kl'v}, Y_k^{l'} \in \{0, 1\} \quad (6.24)$$

$$Q_i^{kl'v} \geq 0 \quad (6.25)$$

$$Q_i^{kl'v} - Q_i^{kv} X_i^{kl'v} - (Q_i^{h,v+1} - Q_i^{kv}) X_i^{kl'v} \leq 0 \quad \forall (v \in \{1, \dots, U_i^k\}, k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l' \in \{1, \dots, E_k\}) \quad (6.26)$$

$$\sum_{v=1}^{U_i^k} X_i^{kl'v} - Y_k^{l'} = 0 \quad \forall (k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l' \in \{1, \dots, E_k\}) \quad (6.27)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^{U_i^k} Q_i^{kl'v} - q_{l'-1}^k Y_k^{l'} - (q_{l'}^k - q_{l'-1}^k) Y_k^{l'} \leq 0 \quad \forall l' \in \{1, \dots, E_k\}, \forall k \in A \quad (6.28)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{l'=1}^{E_k} \sum_{v=1}^{U_i^k} Q_i^{kl'v} = Q_i \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (6.29)$$

$$\sum_{l'=1}^{E_k} \sum_{v=1}^{U_i^k} Q_i^{kl'v} \leq Q_i^{kh} \quad \forall k \in A, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (6.30)$$

6.4 Tétel

- A (6.23) célfüggvény (6.24)-(6.30) korlátozó feltételek melletti $\{Q_i^{kl'v},$
- $Y_k^{l'} \mid k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l' \in \{1, \dots, E_k\}, v \in \{1, \dots, U_i^k\}\}$ megoldásából levezethető
- az (5.22) célfüggvény (5.11), (5.12), (5.24) korlátozó feltételek melletti
- $\{Q_i^k, X_k^l \mid k \in A, i \in \{1, \dots, N\}, l \in \{1, \dots, L\}\}$ megoldása eladó kedvezmények
- alkalmazását is megengedve.

Bizonyítás:

A 6.1 tételhez hasonlóan a két probléma megoldása a következőképpen konvertálható egymásba:

$$Q_i^k = \sum_{l'=1}^{E_k} \sum_v^{U_i^k} Q_i^{kl'v}$$

$$X_k^l = \begin{cases} 1 & \text{ha } \exists l' \in \{1, \dots, E_k\}, Y_k^{l'} = 1 \wedge l(q_{l'}^k) = l \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

A korlátozó feltételek a következőképpen feleltethetők meg egymásnak:

$$(6.29) \Rightarrow (5.11)$$

$$(6.25) \wedge (6.30) \Rightarrow (5.12)$$

$$(6.26) \wedge (6.27) \wedge (6.28) \Rightarrow (5.24)$$

Tehát a tétel állítása igaz.

A változók számának nagyságrendje (6.31)-ben látható módon felülről becsülhető az egyes áruajtákra kiadott kedvezményes kategóriák maximális számának segítségével. Ezt az értéket célszerű az aukció meghirdetésekor előre kikötni, hogy a feladat komplexitását kézben tudjuk tartani.

$$\nu = (N+1) \sum_{k=1}^M E_k \sum_{i=1}^N U_i^k \leq M * N * (N+1) * \text{Max}_k(E_k) \text{Max}_{i,k}(U_i^k) \quad (6.31)$$

Kis megfontolás után látható, hogy az (5.3) eladói ajánlatban bevezetett összvásárlási kedvezmény megengedése hasonló technikával kezelhető, és a változók számának növekedése (6.32) szerint meghatározható. Ebből az is következik, hogy a kétféle kedvezmény közül az összvásárlási kedvezmény kevésbé növeli a komplexitást, mint a termékenkénti mennyiségi kedvezmények. Az összvásárlási kedvezmények maximumát szintén célszerű előre limitálni.

$$\nu = (N+1) \sum_{k=1}^M E_k \Omega^k \leq M * (N+1) * \text{Max}_k(E_k) \text{Max}_k(\Omega^k) \quad (6.32)$$

A kombinált kedvezmények esete hasonló technikával vezethető le, de látszik, hogy túlságosan bonyolulttá teszi az eljárást, és nagyon megnöveli a nagyságrendet, tehát nem érdemes ilyen megoldást alkalmazni rá.

A kedvezmények kezelésére úgy adhatunk könnyen kezelhető formát, ha az eladók számára a teljes rakomány vásárlása után javasoljuk a kedvezmények adását az összár egy bizonyos százalékában számítva, amit jelöljünk ε^k -val. Ha az (5.3) eladói ajánlatban Δ_g^k kedvezmények helyett bevezetjük ε^k -t, akkor (6.23) átalakul (6.33)-ra.

$$\text{Min} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^{E_k} \left(\sum_{i=1}^N (P_i^k Q_i^{kl} - \varepsilon^k (c_k^l / F_k^l) Y_k^l) + c_k^l Y_k^l + V_k^l \sum_{i=1}^N Q_i^{kl} \right) \quad (6.33)$$

Jelölés:

ε^k Tele rakományok után adott kedvezmény az összár százalékában

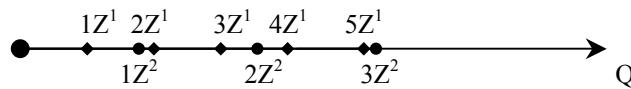
A megadás előnye a számítási egyszerűsítés, hátránya az eladóra nézve, hogy nehezebb kiszámítani a gazdaságossági határokat.

6.4 Változó kapacitású járművek kezelése

Az egyszerűsített modell további bővítésének kezelésére (5.22)-et megváltoztatva Z helyett megengedjük a változó kapacitású járművek kezelését, és így (6.34) célfüggvényhez jutunk.

$$\min \left(\sum_{k=1}^M \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k + \sum_{l=1}^L x_k^l \left(F_k^l \left\lceil \left(\sum_{i=1}^N Q_i^k \right) / Z_k^l \right\rceil + V_k^l \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) \right) \right) \quad (6.34)$$

A feladat megoldható a 6.1 Algoritmus alapján, de az 5. pontban a minimális költségű logisztikai szolgáltatók keresését a standard Z méretű szakaszok helyett a különböző méretű teherautókhoz tartozó rakományszakaszok összefésülésével keletkező szakaszokon kell elvégezni, ami durván annyiszorosára növeli a bevezetendő változók számát, ahányféle járműkapacitással dolgozunk. (6.5 ábra) Ez azt jelenti, hogy a különböző kapacitású járművek bevezetése nem jelent gondot, ha az eladók száma viszonylag alacsony, egyébként jelentősen megnöveli a számítási időt, hiszen a számítási szempontból kritikus bináris változók száma (6.21) szerint az eladók számával arányos.



6.5 ábra: Két különböző kapacitású jármű méretének összefésülése

Ezzel megmutattuk, hogy az EMMIL.BM allokációs feladat hogyan oldható meg mindazon esetekre, amikor a logisztikai szolgáltatók csak vonaljáratokat adnak. A megoldás során nehézséget az okozhat, ha a linearizálás olyan nagy számú új változó bevezetését teszi szükségessé, hogy a megoldás lassúsága veszélyezteti az aukció időbeli kivitelezhetőségét. Az ilyen nagy változószámú esetek kezelésével a következő fejezetben foglalkozunk.

7. Nagy számításigényű esetek kezelése heurisztikus algoritmussal

5. Tézis

A kombinációs járatokat tartalmazó optimalizálási problémát visszavezetem a vonaljáratok problémára. Korlátozás és szétválasztás módszerével működő heurisztikus algoritmust adtam a különösen nagy számú változót tartalmazó problémák általános kezelésére. Ezen problémák néhány alosztályára elkészítettem az algoritmus speciális, gyorsabb változatát.

Ebben a fejezetben azokkal az esetekkel foglalkozunk, ahol a linearizált feladat bonyolultsága a nagyszámú bináris változó miatt komoly nehézséget okoz a vegyes egészértékű programozási probléma (MIP) megoldó csomagoknak. Ide tartoznak a vonaljáratok megoldások kedvezményekkel, és/vagy különböző járműkapacitással bővített változatai, továbbá a kombinációs szállítási ajánlatok kezelése. A fejezethez kapcsolódnak az [A3], [A4] saját publikációk.

Mint az előző fejezetben láttuk, vonaljáratoknál a változók száma olyan mennyiségekkel arányos, amelyek kikötésekkel megfelelő korlátok között tartható, kivéve az alkuban résztvevő eladók számát (M), amit nem lenne szerencsés korlátozni. Fontos viszont, hogy nagy számú eladó esetén korlátozzuk azon eladók számát, akivel ténylegesen üzletet akarunk kötni, abból a célból, hogy egyszerűsítsük a tranzakció lebonyolítása során szükséges kapcsolattartási költségeket. Az ebben a fejezetben leírt algoritmusok annál hasznosabbak, minél kisebb a nyertesnek kiválasztható eladók maximális számának aránya az összeshez képest ($S_{\max}/M$), pl. 100 eladó közül a vevő maximum 10-zel szándékozik üzletet kötni.

7.1 A kombinációs ajánlatok kezelése

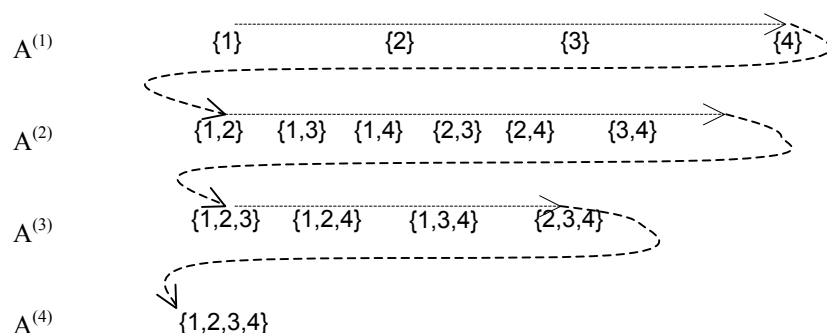
A kombinációs szállítási ajánlatokat azzal a korlátozással fogjuk megengedni, hogy nincsenek eladói kedvezmények, és ha egy eladó felajánl egy áruajtát, akkor abból rendelkezik a vevő számára elegendő mennyiséggel. Ekkor az (5.20) általános optimalizálási probléma a 7.1 algoritmus segítségével visszavezethető az előző fejezetben megoldott vonaljáratok optimalizálási problémára.

Az algoritmus ismertetése előtt bevezetünk a $P(A)$ eladói hatványhalmazon és azok elemein egy lexikografikus rendezést az alábbi módon.

1. Minden $S \in P(A)$ lexikografikusan rendezettnak tekinthető, hiszen természetes számok kombinációiból áll.
2. Bevezetjük az azonos számosságú részhalmazok halmazának jelölésére a következőt rendszert: $A^{\{m\}} \subseteq P(A)$, $m \in A$, $A^{\{m\}} = \{S : (S \in P(A)) \wedge (|S| = m)\}$. Minden $A^{\{m\}}$ halmazt szintén lexikografikusan rendezünk, pl. $\{1,2,3\} < \{1,3,4\}$

3. A hatványhalmaz eltérő számosságú elemeit a számosság nagysága szerint rendezzük. Ha $S \in A^{\{m\}}$ és $S' \in A^{\{n\}}$, $S' > S \Leftrightarrow n > m$

A 7.1 ábra szemlélteti a hatványhalmazt és rendezését. A rendezés jellegének nincs jelentősége a következő algoritmusban, csak annak a ténynek, hogy a $P(A)$ halmaz jól rendezett, így elemeit egyértelmű sorszámmal láthatjuk el.



7.1 ábra: A $P(\{1,2,3,4\})$ halmaz rendezése

7.1 Algoritmus

1. Készítsük el a $P(A)$ halmaz azon S^* részhalmazát, amely eladói kombinációkra logisztikai ajánlatok érkeztek. A logisztikai ajánlatok (5.4) ajánlati struktúrájának jelöléseit használva:

$$S^* = \{\Gamma_j^l : \Gamma_j^l \in P(A), \text{ ahol } \exists l \in \{1, 2, \dots, L\}, j=1, 2, \dots, G^l \text{ és } [F_j^l, V_j^l, T_{\min}^l, T_{\max}^l, Z_j^l], \text{ hogy } [\Gamma_j^l, F_j^l, V_j^l, T_{\min}^l, T_{\max}^l, Z_j^l] \in B^l\}$$

2. Rendezzük S^* halmazt $P(A)$ fentebb bevezetett rendezésének megfelelően. Tekintsük ezt a halmazt az eladók halmazának. Az első M elem azonos lesz a tényleges eladókkal, a magasabb sorszámúak fiktív eladók lesznek, amik valójában az eredeti eladók kombinációit képezik.
3. Rendeljünk termékfajtánként ajánlati árakat és mennyiségeket az eladókhoz. A valódi eladóknál megtartjuk az eredeti ajánlathalmazt. A fiktív eladóknál válasszuk a kombinációban szereplő eladók által ajánlott legalacsonyabb árat minden olyan áruajtához, amire ezek az eladók tettek ajánlatot. A mennyiségek korlátja legyen azonos a vevői igényvel, vagy 0 abban az esetben, ha a halmazban szereplő valódi eladók egyike sem kínálta fel az adott termékfajtát. Formálisan leírva:

```

 $\forall S_k \in S^*$ 
 $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 
    IF  $\max_{k' \in S_k} (Q^{k'h}_i) > 0$ 
    THEN
         $P^k_i := \min_{k' \in S_k} (P^{k'}_i)$ 
         $Q^{kh}_i := Q_i$ 
    ELSE
         $P^k_i := 0$ 
         $Q^{kh}_i := 0$ 
    ENDIF
    
```

Ezzel átalakítottuk a kombinációs ajánlatokat tartalmazó modellt vonaljárat modellre. Defináltuk az eladói ajánlatok azon értékeit, amelyek az optimum-számításhoz szükségesek. A szállítással kapcsolatos adatok (helyszín, határidők) a szállítási ajánlatok birtokában már nem relevánsak, így azokat nem definiáljuk. Látható, hogy az eredeti eladók ($k \leq M$) ezzel a definícióval külön kezelés nélkül is megtartják saját áraikat. Az is észrevehető, hogy a fiktív eladók árának egyértelmű definíciója miatt kötöttük ki, hogy ne legyen eladói kedvezmény, továbbá minden eladónál legyen elegendő készlet a felajánlott termékekből.

A vonaljáratra való visszavezetésnek az eladók számának növekedése volt az ára. Ez a növekedés nagy számú eladó esetén veszélyezteti az aukció kivitelezhetőségét, mivel az összes kombinációt megengedve az újonnan bevezetett modellben az eladók számának felső határa 2^M . (Itt M értelemszerűen kivevőt jelent.) Természetesen ez nem csak az optimumszámítás szempontjából problémás, hanem valószínűleg a logisztikai szolgáltatók sem tudnak ilyen mennyiségű ajánlatot tenni. Nem is lenne értelme olyankor, amikor a tranzakcióban megengedett eredeti eladói létszám is korlátozva van ($S_{\max}$). Célszerű tehát a kombinációs járatok megadását is ezzel összhangban legfeljebb $S_{\max}$ számú eladó összekapcsolására korlátozni. Ekkor a vonaljárat modell eladóinak száma $2^{S_{\max}}$, ami még mindig igen nagy szám lehet. Az ilyen problémák kezelésére a következő alfejezet ad megoldást.

7.2 Heurisztikus algoritmus különösen nagy változós számra

A nagy létszámú eladókkal működő EMMIL.BM optimalizálásának kezelését egy, a korlátozás és szétválasztás módszerét használó (branch and bound) heurisztikus algoritmus segítségével oldjuk meg. Az algoritmusban megvizsgáljuk a különböző eladói kombinációktól való vásárlás költségkövetkezményeit. A megoldás során kihasználjuk a feladat belső struktúrájából adódó egyszerűsítési lehetőségeket, ezért lesz hatékonyabb az algoritmus, mintha teljes egészében az általános egészértékű megoldókra hagyatkoznánk.

Az algoritmus a legáltalánosabb ajánlati struktúra mellett használható, ami az (5.20) célfüggvény megoldását jelenti, egyetlen kikötés, hogy az allokációban győztes eladók számára felső korlátot adjunk ($S_{\max}$). Most leírjuk a felsorolt problémák megoldásához szükséges előkészítő eljárást.

Először definiáljuk az algoritmushoz használt korlátot, ami bármely $S \in P(A)$ eladói részhalmaz esetén az ott található legolcsóbb árakkal és legalacsonyabb szállítási költségekkel kalkulál. Jelölje ezt a korlátot $C^{\min}$, amit a (7.1) képlet szerint számíthatunk felhasználva (7.2)-(7.4) összefüggéseket.

$$C^{\min}(S) = \sum_{i=1}^N Q_i * P_i^{\min}(S) + F^{\min}(S) * \left\lceil Q^{\Sigma} / Z^{\max} \right\rceil + V^{\min}(S) * Q^{\Sigma} \quad (7.1)$$

$$P_i^{\min}(S) = \min_{k \in S} (P_i^k(Q_i)(1 - \Delta^k(Q^{\Sigma}))) \quad (7.2)$$

$$F^{\min}(S) = \min_{(l=1, \dots, L)} \min_{j \in \{j, \Gamma_j^l \subseteq S\}} (F_j^l) \quad (7.3)$$

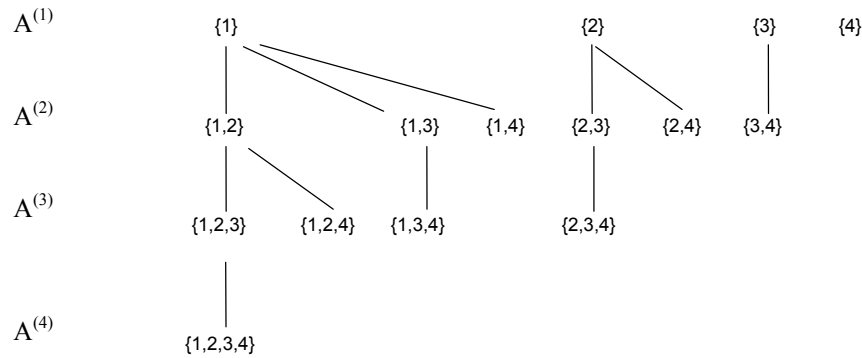
$$V^{\min}(S) = \min_{(l=1,\dots,L)} \min_{j \in \{j, \Gamma_j^l \subseteq S\}} (V_j^l) \quad (7.4)$$

$$Z^{\max}(S) = \max_{(l=1,\dots,L)} \max_{j \in \{j, \Gamma_j^l \subseteq S\}} (Z_j^l) \quad (7.5)$$

A szétválasztás definiálásához bevezetünk két függvényt az eladói azonosítók korábbiak szerint rendezett hatványhalmazán - $P(A)$ - illetve annak elemein.

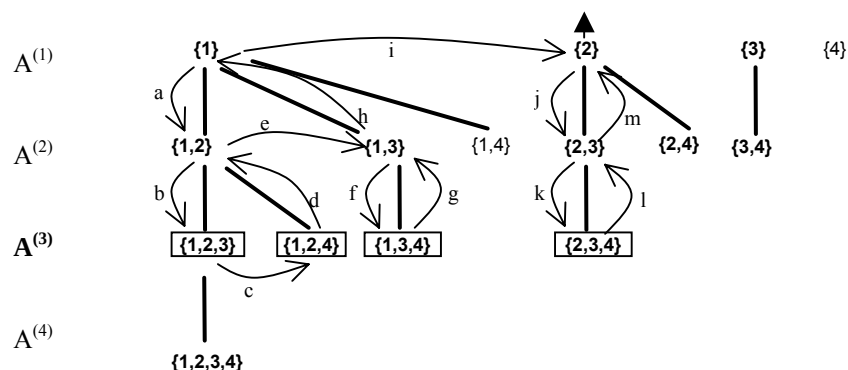
1. Jelölje $\text{Max}(S)$ az $S \in P(A)$ halmaz legnagyobb elemét. pl. $\text{Max}(\{1,2,3\})=3$
2. Bevezetjük a $\text{Parent}(S) = S \setminus \text{Max}(S)$ függvényt, amely a legnagyobb elem S -ből való elhagyásával keletkezik. Pl. $\text{Parent}(\{1,2,3\})=\{1,2\}$ Látható, hogy ha $|S|=1$ akkor $\text{Parent}(S)=\emptyset$.

A $\text{Parent}(S)$ függvény segítségével $P(A)$ halmazt M darab diszjunkt fa struktúrába rendeztük ($\text{Parent}(S)$ az S halmaz szülő halmaza). A 7.2 ábra szemlélteti az $M=4$ esetet.



7.2 ábra: Fák a $P(\{1,2,3,4\})$ halmazban

Az algoritmus során az $S_{\max}$ szinten levő elemek közül kell kiválasztani a legjobb allokációt, amelyhez mélységi bejárást alkalmazunk. Kiindulási pontunk a struktúra bal felső csúcspontjában elhelyezkedő $\{1\}$ elem. A struktúra bejárása során lépkedünk balra lefelé, amíg el nem érjük az $S_{\max}$ szintet. Az ott talált elemre elvégezzük az optimalizációt. Ha nem tudunk lefelé lépni, akkor megnézzük, hogy az azonos szülőhöz tartozó jobbra levő elemek (ha vannak) reményteljesek-e a jobb megoldás szempontjából. (Itt történik a korlátozás és szétválasztás.) Ha igen, akkor jobbra lépünk, ha nem, akkor felfelé. Ezt egészen addig végezzük, míg (felül) ki nem lépünk a struktúra határán. A 7.3 ábra szemlélteti a bejárást $M=4$ és $S_{\max}=3$ esetére. Látható, hogy azokra a csomópontokra nem is lépünk, ahonnan már nem lehet eljutni az $S_{\max}$ szintre.


 7.3 ábra: A $P(\{1,2,3,4\})$ halmaz bejárása $S_{\max}=3$ esetén

Az algoritmus formális leírása:

Jelölések:

S eladói kombináció, $S \in P(A)$

$Opt(S)$ az optimális S -beli megoldás

$Opt(S) = \{[Q_i^k], [x_j^l]\}$ $i=1, \dots, N$, $k \in S$, $l=1, 2, \dots, L$

$C^{opt}(S)$: az optimális S -beli megoldás teljes költsége

7.2 Algoritmus

BEGIN

$S := \{1\}$

$C^{opt}(S) := C^{opt}(A) := +\infty$

$Opt(S) := Opt(A) := \emptyset$

irány := lefelé

WHILE $S \neq \emptyset$ **DO**

CASE irány

CASE irány = lefelé **DO**

IF $|S| < S_{\max}$

THEN $S := S \cup \{\text{Max}(S)+1\}$

(lép balra lefelé)

ELSE

 Allocate(S)

(megoldást keres)

IF $C^{opt}(S) < C^{opt}(A)$

THEN

(lecseréli a bázismegoldást)

$C^{opt}(A) := C^{opt}(S)$

$Opt(A) := Opt(S)$

ENDIF

 irány := jobbra

ENDIF

CASE irány = jobbra **DO**

IF $\text{Max}(S) < M - S_{\max} + |S|$

(van elég elem jobbra)

THEN

$S' := \text{Parent}(S) \cup \{k, k \in A, k > \text{Max}(S)\}$


```

        IF  $C^{\min}(S') < C^{\text{opt}}(A)$                                 (a korlát kisebb, mint a bázis
            THEN                                                    (lép jobbra
                 $S := \text{Parent}(S) \cup \{\text{Max}(S)+1\}$ 
            ELSE irány := fel
        ENDIF
        ELSE irány := fel
    ENDIF
    CASE irány = fel DO
         $S := \text{Parent}(S)$                                 (lép felfelé
        irány := jobbra
    END CASE
END WHILE
END
    
```

A 7.2 részeként szükséges allokációs algoritmust eljárásként írom le, mert később is használni fogom.

Procedure Allocate(S)

```

BEGIN
    (7.6) linearizálása 6.1. algoritmus segítségével
    A lineáris probléma megoldása MIP programcsomag segítségével
    IF megoldható
    THEN
        Opt(S) := megoldás
         $C^{\text{opt}}(S)$  := teljes költség
    ELSE
         $C^{\text{opt}}(S) := +\infty$ 
        Opt(S) :=  $\emptyset$ 
    ENDIF
END
    
```

$$f(Q_i^k, X_j^l) = \sum_{k \in A} \left(\sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k \right) (1 - \Delta^k) + \sum_{l=1}^L \sum_{j \in \{j, \Gamma_j^l \subset S\}} X_j^l \left(F_j^l \left[\left(\sum_{k \in \Gamma_j^l} \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) / Z_j^l \right] + V_j^l \sum_{k \in \Gamma_j^l} \sum_{i=1}^N Q_i^k \right) = \min \quad (7.6)$$

7.3 Javított algoritmus speciális esetekre

A 7.2 algoritmus javítható azzal, ha a jobbra lépésnél történő korlátozás és szétválasztás mellett a lefelé haladva is meg tudnánk állítani a reménytelen esetek feldolgozását. Ezt olyan struktúrák esetén tudjuk megtenni, ahol a lefelé tett egy lépésnél romló helyzet az egész ág esélytelenségét vonja maga után, aminek a megfogalmazásához újabb fogalmakat vezetünk be.

Jelölje $\text{Gen}(S)$ az S halmaz leszármazottait, amelyek az S halmaz bővítésével keletkeznek, azaz $\text{Gen}(S) = \{S' : S' \in \mathbf{P}(A), S' \supset S\}$

$\text{Gen}(S)$ elemei a Parent függvény valahányszoros alkalmazásával visszavezethetők S -re.

Jelölje $w(s)$ az $\text{Opt}(S)$ -beli, termékenként a legmagasabb árakból képezett vektort, $w(S)=(w_1(S), w_2(S), \dots, w_N(S))$, és jelölje $(F_{\text{opt}}^k, V_{\text{opt}}^k)$ az optimális megoldásban az egyes eladóktól való szállítás paramétereit, $\forall k \in S$.

7.1 Definíció:

Azt mondjuk, hogy a $P(A)$ halmaz konzisztensen romló tulajdonságú, ha fennáll az alábbi implikáció.

Ha egy $S \in P(A)$ halmazon létezik megoldás, és $S' = S \cup \{k'\}$ halmazra igaz, hogy $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\} P_i^{\min}(\{k'\}) \geq w_i(S)$, és $F^{\min}(\{k'\}) \geq F_{\text{opt}}^k$, és $V^{\min}(\{k'\}) \geq V_{\text{opt}}^k \forall k \in S$, akkor $C^{\text{opt}}(S') \geq C^{\text{opt}}(S) \forall S' \in \text{Gen}(S \cup \{k'\})$. Azaz, ha egy S részhalmazon létezett megoldás, akkor egy S -en kívüli, részparamétereiben rosszabb (k') hozzávétele nem javíthat sem az S halmazon, sem annak leszármazottain az optimumkeresés szempontjából.

Következmény:

Ha tudjuk, hogy egy $P(A)$ halmaz konzisztensen romló, akkor a 7.2 algoritmusban a lefelé lépésnél egy magasabb költségvonzatú elemmel bővített halmazra lépve a teljes lefelé menő ágat törölni lehet. Ezt tartalmazza a 7.3 algoritmus.

7.3 Algoritmus

```

BEGIN
    S := {1}
    Copt(S) := Copt(A) := +∞
    Opt(S) := Opt(A) := ∅
    irány := lefelé
    WHILE S ≠ ∅ DO
        CASE irány
            CASE irány = lefelé DO
                Allocate(S)                                (megoldást keres)
                IF Copt(S) < Copt(A)
                    THEN                                     (lecseréli a bázismegoldást)
                        Copt(A) := Copt(S)
                        Opt(A) := Opt(S)
                    ENDIF
                IF |S| = Smax
                    THEN irány := jobbra
                ELSE
                    IF Promising(S, Max(S)+1)
                        THEN S := S ∪ {Max(S)+1}           (lép lefelé)
                        ELSE irány := jobbra
                    ENDIF
                ENDIF
            CASE irány = jobbra DO
                IF Max(S) < M - Smax + |S|                 (van elég elem jobbra
    
```

```

THEN
  S' := Parent(S) ∪ {k, k ∈ A, k > Max(S)}
  IF Cmin(S') < Copt(A) (a korlát kisebb, mint a bázis)
    THEN (lefelé romlást vizsgál)
      IF Promising (Parent(S), Max(S)+1)
        THEN S := Parent(S) ∪ {Max(S)+1} (lép jobbra)
        ELSE irány := fel
      ENDIF
    ELSE irány := fel
  ENDIF
  ELSE irány := fel
ENDIF
CASE irány = fel DO
  S := Parent(S) (lép felfelé)
  irány := jobbra
END CASE
END WHILE
END

```

Az „ígéretes” szó angol megfelelőjéből Promising-nak neveztem el azt a függvényt, amely megmutatja, hogy egy csomópontból érdemes-e tovább lépni lefelé. Hamis értéket ad, ha a k. eladótól történő beszerzés ára részparamétereiben magasabb, mint az S halmazbeli megoldás, vagyis amikor nem érdemes lefelé haladni tovább.

Function Promising (S, k)

```

BEGIN
  IF Pimin({k'}) ≥ wi(S), és Fmin({k'}) ≥ Fkopt, és Vmin({k'}) ≥ Vkopt ∀ k ∈ S,
  ∀ i ∈ {1, 2, ..., N}
    THEN FALSE
    ELSE TRUE
  ENDIF
END

```

Nézzük meg, hogy milyen esetekre igaz az, hogy $P(A)$ konzisztensen romló.

7.1 Tétel

Ha $Q_i^{kh} \geq Q_i \quad \forall k \in A, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$, azaz, ha minden eladó elegendő mennyiséget kínál minden árufajtából, akkor $P(A)$ konzisztensen romló.

Bizonyítás

A termékek beszerzési árára költött összeg biztosan nem lehet kisebb, mert a k. eladónál minden ár magasabb, mint az Opt(S)-beli legmagasabb árak. Magasabb alapárakkal a szállításon csak akkor nyerhetnénk, ha egynél több járatot lehetne kiváltani a régi eladók halmazából az új eladótól való szállítással. A szállítási költség növekedni fog, ha még egy eladót hozzáveszünk a kereskedő partnerekhez, hiszen az új eladónál a legjobb logisztikai alapárak magasabbak, az eredeti kombináció pedig S-

ben optimális volt, tehát nem tudunk részrakományokat összevonni. (Ha alacsonyabb árakon, alacsonyabb szállítási költséggel nem érte meg, akkor az új eladónál biztosan nem éri meg.)

7.2 Tétel

Ha a szállítójármű mérete (Z) rögzített, és $Q^Z \leq Z$, azaz az összes áru elfér egy rakományban, és kikötjük, hogy egyetlen gyűjtőjáratral akarjuk beszállítani az összes vásárolt árut, akkor $P(A)$ konzisztensen romló.

Bizonyítás

A termékek beszerzési árára költött összeg biztosan nem lehet kisebb, mert a k. eladónál minden ár magasabb, mint az S-beli legjobb árak. A szállítási költség szintén növekedni fog, mert a 5.4.1 feltétel miatt az S' -re adott legolcsóbb gyűjtőjárat nem lehet olcsóbb, mint ha ugyanazzal a szolgáltatóval a k. eladó kihagyásával kapott túrán szállítjuk ugyanazt a mennyiséget.

Tehát erre a két alosztályra biztosan alkalmazható a (7.3) algoritmus.

Az algoritmusok lényegesen gyorsíthatók, ha be tudunk vezetni egy rendezést az eladókra, valamilyen átlagos jósági kritérium szerint, ugyanis minél jobb megoldásokat találunk, annál nagyobb ágakat tudunk gyorsan levágni. Erre alkalmas lehet pl. a célfüggvény kiszámítása minden eladóra és az eladók átszámozása a legkisebb eredménytől a legnagyobbig, de ez csak a teljes kínálatú eladók esetén tehető meg egyszerűen.

8. Az EMMIL.BM modellek vizsgálata

6. Tézis

Elméleti számításokkal elvégeztem az EMMIL.BM modell költség-paraméterekre és volumenre vonatkozó releváns érzékenységi vizsgálatait. Vizsgáltam továbbá normális eloszlású költség-paramétereket feltételezve az egyedszámok növekedésének hatását, és kritériumokat határoztam meg a modell várható gazdaságosságának eldöntéséhez. Az eredményeket az EXCEL Solver programjára épülő teszt-implementáció outputjával is alátámasztottam.

Ebben a fejezetben a modell várható működését vizsgálom, az alábbi kérdésekre keresve választ:

- Hogyan reagál a modell az egyes paraméterek kismértékű változására?
- Hogyan befolyásolja a szereplő entitások egyedszámának nagyságrendje a modell működését?
- Hogyan dönthető el a modell alkalmazásának várható gazdaságossága?

A vizsgálatokat alapvetően elméleti szinten végeztem, de a modell működésének szemléltetésére egy kis méretű EXCEL implementációt is készítettem.

8.1 Paraméterérzékenység

A modell paraméterei közül az alábbiak változnak körönként az aukció során:

P_i^k	Az i . termékfeleség ára a k . eladónál
F_j^l	Az l . LSZ fix költsége a j . járatra vonatkozólag
V_j^l	Az l . LSZ változó költsége a j . járatra vonatkozólag

A változás minden esetben csökkentéssel történik. Az alábbiakban megnézzük, hogy mi az a maximális változás, amit egy-egy paraméter változása okozhat. Emlékeztetünk, hogy Q_i jelöli az i . termékből a vevő által igényelt mennyiséget, Q_i^k pedig az i . termék k . eladótól vásárlandó mennyiségét egy adott allokáció során.

8.1 Tétel

Ha az 5.20 célfüggvénnyel meghatározott általános optimalizálási problémának létezik megoldása, C^1 jelöli a célfüggvény minimumát, akkor egyetlen P_i^k költségparaméter δP_i^k értékkel való csökkentése esetén a célfüggvény új, C^2 értékére a (8.1) összefüggés áll fenn.

$$0 \leq C^1 - C^2 \leq \delta P_i^k * Q_i \quad (8.1)$$

Bizonyítás

Jelölje a különbséget $\delta C = C^1 - C^2$

Az nyilvánvaló, hogy a célfüggvény értéke P_i^k csökkenésével növekedni nem fog, hiszen lineárisan függ tőle, tehát $\delta C \geq 0$. A második egyenlőtlenséget két eset szétválasztásával bizonyítjuk:

1. eset: Az allokáció nem változik

Ekkor Q_i^k nem változik vagyis az árat csökkentő eladó továbbra is ugyanakkora megrendelést kap, tehát $\delta C = \delta P_i^k * Q_i^k \leq \delta P_i^k * Q_i$

2. eset: Az allokáció változik

Ez csak úgy lehetséges, ha Q_i^k növekszik, ami más változásokat is indukálhat. Jelölje az i . áruban a k . eladóhoz allokált új mennyiségi értéket Q_i^{*k} , akkor tehát $Q_i^{*k} > Q_i^k$. Tudjuk továbbá, hogy a növekedés maximuma a nulláról a teljes szükséglet allokálására történő váltás, tehát

$$Q_i^{*k} - Q_i^k \geq Q_i$$

Legyen C^{1*} a célfüggvény értéke az eredeti árak, de az új allokáció mellett. Jelölje $\delta C^* = C^{1*} - C^2$ Mivel eredetileg nem ez volt a nyerő allokáció, biztos, hogy $\delta C^* \geq 0$.

Írjuk fel a kétféle allokáció költségét az áruköltség és logisztikai költség összegeként (4.1) mintájára:

$$C^{1*} = C_\pi^{1*} + C_\lambda^{1*}$$

$$C^2 = C_\pi^2 + C_\lambda^2$$

Mivel a szállítási költség nem különbözik,

$$C^{1*} - C^2 = C_\pi^{1*} - C_\pi^2 = \delta P_i^k * (Q_i^{*k} - Q_i^k)$$

Behelyettesítve δC -be:

$$\delta C = C^1 - C^2 = C^{1*} - \delta C^* - C^2 = \delta P_i^k * (Q_i^{*k} - Q_i^k) - \delta C^* \leq \delta P_i^k * (Q_i^{*k} - Q_i^k) \leq \delta P_i^k * Q_i$$

Ezzel a tétel állítását bebizonyítottam.

8.2 Tétel

Ha az 5.20 célfüggvénnyel meghatározott általános optimalizálási problémának létezik megoldása, C^1 jelöli a célfüggvény minimumát, akkor egyetlen V_j^1 szállítási változó költség-paraméter δV_j^1 értékkel való csökkentése esetén a célfüggvény új, C^2 értékére a (8.2) összefüggés áll fenn.

$$0 \leq C^1 - C^2 \leq \delta V_j^1 * Q^\Sigma \quad (8.2)$$

Bizonyítás

A 8.1 Tételhez hasonlóan bizonyítjuk. A nem negativitás itt is nyilvánvaló. Jelölje Q_j^1 az 1. szállító által a j. járatban szállított teljes mennyiséget.

1. eset: Az allokáció nem változik

Ekkor Q_j^1 nem változik vagyis az árcsökkentésben érintett járaton továbbra is ugyanakkora mennyiséget szállítanak, tehát $\delta C = \delta V_j^1 * Q_j^1 \leq \delta V_j^1 * Q^\Sigma$

2. eset: Az allokáció változik

Ez csak úgy lehetséges, ha Q_j^1 növekszik, ami más változásokat is indukálhat az 1. szállító által a j. járatban szállított teljes mennyiséget Q_j^{*1} akkor tehát $Q_j^{*1} > Q_j^1$. Tudjuk továbbá, hogy a növekedés maximuma a nulláról a teljes szükséglet allokálására történő váltás, tehát

$$Q_j^{*1} - Q_j^1 \leq Q^\Sigma$$

Legyen C^{1*} a célfüggvény értéke az eredeti árak, de az új allokáció mellett. Jelölje $\delta C^* = C^{1*} - C^2$. Mivel eredetileg nem ez volt a nyerő allokáció, biztos, hogy $\delta C^* \geq 0$

Írjuk fel a kétféle allokáció költségét az áruköltség és logisztikai költség összegeként:

$$C^{1*} = C_\pi^{1*} + C_\lambda^{1*}$$

$$C^2 = C_\pi^2 + C_\lambda^2$$

Mivel az áruvásárlási költség nem különbözik,

$$C^{1*} - C^2 = C_\lambda^{1*} - C_\lambda^2 = \delta V_j^1 * (Q_j^{*1} - Q_j^1)$$

Behelyettesítve (8.2)-be

$$\delta C = C^1 - C^2 = C^{1*} - \delta C^* - C^2 = \delta V_j^1 * (Q_j^{*1} - Q_j^1) - \delta C^* \leq \delta V_j^1 * (Q_j^{*1} - Q_j^1) \leq \delta V_j^1 * Q^\Sigma$$

Ezzel a tétel állítását bebizonyítottam.

8.3 Tétel

Ha az 5.20 célfüggvénnyel meghatározott általános optimalizálási problémának létezik megoldása, C^1 jelöli a célfüggvény minimumát, akkor egyetlen F_j^1 szállítási fixköltség-paraméter δF_j^1 értékkel való csökkentése esetén a célfüggvény új, C^2 értékére a (8.3) összefüggés áll fenn.

$$0 \leq C^1 - C^2 \leq \delta F_j^1 * \lceil Q^s / Z_j^1 \rceil \quad (8.3)$$

Bizonyítás

A 8.2 Tételhez hasonlóan bizonyítjuk. A nem negativitás itt is nyilvánvaló. Jelölje Q_j^1 az 1. szállító által a j. járatban szállított teljes mennyiséget.

1. eset: Az allokáció nem változik

Ekkor Q_j^1 nem változik vagyis az árcsökkentésben érintett járaton továbbra is ugyanakkora mennyiséget szállítanak, tehát $\delta C = \delta F_j^1 * Q_j^1 \leq \delta F_j^1 * Q_i$

2. eset: Az allokáció változik

Ez csak úgy lehetséges, ha Q_j^1 növekszik, ami más változásokat is indukálhat. Jelölje az 1. szállító által a j. járatban szállított teljes mennyiséget Q_j^{*1} , akkor tehát $Q_j^{*1} > Q_j^1$. Tudjuk továbbá, hogy a növekedés maximuma a nulláról a teljes szükséglet allokálására történő váltás, tehát

$$Q_j^{*1} - Q_j^1 \leq Q^s$$

Legyen C^{1*} a célfüggvény értéke az eredeti árak, de az új allokáció mellett. Jelölje $\delta C^* = C^{1*} - C^2$. Mivel eredetileg nem ez volt a nyerő allokáció, biztos, hogy $\delta C^* \geq 0$.

Írjuk fel a kétféle allokáció költségét az áruköltség és logisztikai költség összegeként:

$$C^{1*} = C_\pi^{1*} + C_\lambda^{1*}$$

$$C^2 = C_\pi^2 + C_\lambda^2$$

Mivel az áruvásárlási költség nem különbözik,

$$C^{1*} - C^2 = C_\lambda^{1*} - C_\lambda^2 = F_j^1 * \lceil Q_j^{*1} / Z_j^1 \rceil - (F_j^1 - \delta F_j^1) * \lceil Q_j^1 / Z_j^1 \rceil \leq F_j^1 * \lceil Q^s / Z_j^1 \rceil$$

Behelyettesítve δC -be

$$\delta C = C^1 - C^2 = C^{1*} - \delta C^* - C^2 = C_\lambda^{1*} - C_\lambda^2 - \delta C^* \leq C_\lambda^{1*} - C_\lambda^2 \leq \delta F_j^1 * \lceil Q^s / Z_j^1 \rceil$$

Ezzel a tétel állítását bebizonyítottam.

A paraméterérzékenységi vizsgálatok azt mutatják, hogy a modell érzékenysége igen nagy lehet, ami nem baj, sőt kívánatos, hogy az aukció során minden körben minél nagyobb értékkel csökkenjen a vevő teljes beszerzési költsége.

8.2 Volumenérzékenység

A volumenérzékenységet azért fontos vizsgálni, mert előfordulhat, hogy a vevőnek nem feltétlenül a pontos mennyiségre van szüksége az egyes áruajtákból, hanem valamilyen százalékos eltérés megengedett, ha azzal a költségeket jelentősen csökkenteni lehet.

8.4 Tétel

Ha az (5.20) célfüggvénnyel meghatározott általános optimalizálási problémának létezik megoldása, C^1 jelöli a célfüggvény minimumát, akkor a (5.11) mennyiségi peremfeltételt (8.4) módon egy kis ε toleranciával fellazítva, a célfüggvény új, C^2 értékére a (8.5) összefüggés áll fenn.

$$Q_i * (1 - \varepsilon) \leq \sum_{k=1}^M Q_i^k \leq Q_i (1 + \varepsilon) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (8.4)$$

$$0 \leq C^1 - C^2 \leq N * F^{\max} + \varepsilon * \left(\sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^N P_i^k Q_i^k + Q^{\Sigma} * V^{\max} \right) \quad (8.5)$$

Bizonyítás

A nem negativitás nyilvánvaló, hiszen az optimum a feltételek szélesítésével nem romolhat.

Az egyenlőtlenség jobb oldalának első tagja a fix költségekben történő csökkenést jelenti, ami akkor a legnagyobb, ha áruajtánként egy teljes járatot meg tudunk szüntetni.

A második tag az áru vásárlási és változó szállítási költségéből adódik.

8.3 Az entitások egyedszámainak hatása

Az EMMIL.BM modellben szereplő entitások közül egyedül a vevők száma rögzített, az eladók száma (M), a logisztikai szolgáltatók száma (L) és a termékek száma (N) szabadon változtatható. Nem lehet azonban érzékenységi vizsgálatot végezni ezen entitások számának változtatásával, hiszen egy eladó vagy LSZ hozzáadása csak az általuk hozott paraméterváltozásokon keresztül érvényesül. Az egyedszámok nagyságrendje befolyásolja a modell komplexitását, ennek következtében az allokációs program futási idejét. A 6. fejezetben már foglalkoztam az egyedszámok szerepével abban az értelemben, hogy hogyan befolyásolják a lineáris optimalizálási probléma változóinak a számát, különös tekintettel a bináris változókra. A 8.1 Táblázat összefoglalja az eddig feltárt hatásokat.

	Felső korlátok nagyságrendje	
	Változók száma	Bináris változók száma
Egyszerűsített modell	$M \cdot N \cdot L$	$M \cdot L$
Mennyiségi kedvezmények, vonaljáratok	$M \cdot N \cdot N \cdot L$	$M \cdot N \cdot L$
Összvásárlási kedvezmények, vonaljáratok	$M \cdot N \cdot L$	$M \cdot L$

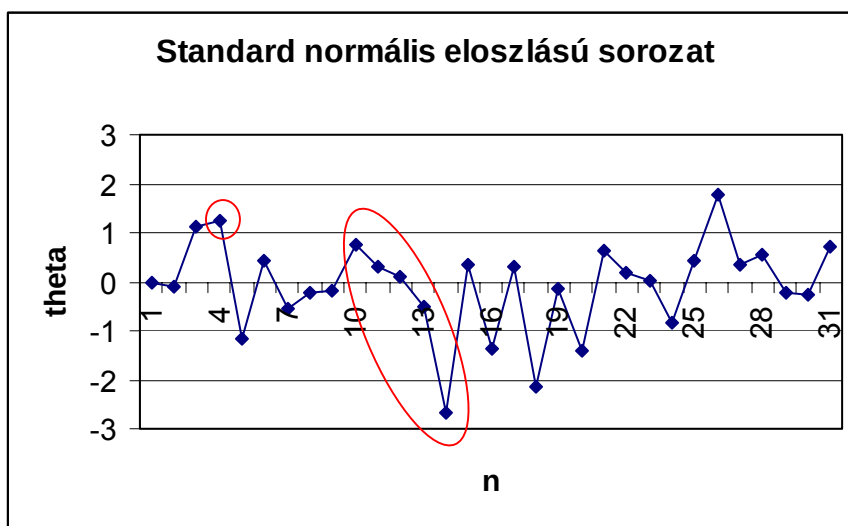
8.1 Táblázat: Az egyedszámok hatása a linearizált probléma változóinak számára

Ennél többet általánosan nem mondhatunk, újabb összefüggéseket a modell paramétereinek eloszlásának ismeretében tudunk kimutatni.

Érdekes és hasznos eredményt kapunk a logisztikai szolgáltatók számának nagyságrendi szerepéről, ha a logisztikai költségek változó része normális eloszlású. Ilyen esetben sem a változók, sem a bináris változók száma nem fog L nagyságrendjében növekedni, hanem egy szigorú korlát alatt marad. Az eredményt a 8.5 tétel mondja ki, bizonyításához először egy lemmát fogalmazunk meg és igazolunk.

8.1 lemma

Ha θ egy normális eloszlású valószínűségi változó, akkor bármely véletlenszerűen rendezett mintaérték sorozatában a rendezés sorrendjében kiválasztható leghosszabb szigorúan monoton részsorozat hosszának várható értéke legfeljebb 6. (Illusztráció a 8.1 ábrán)



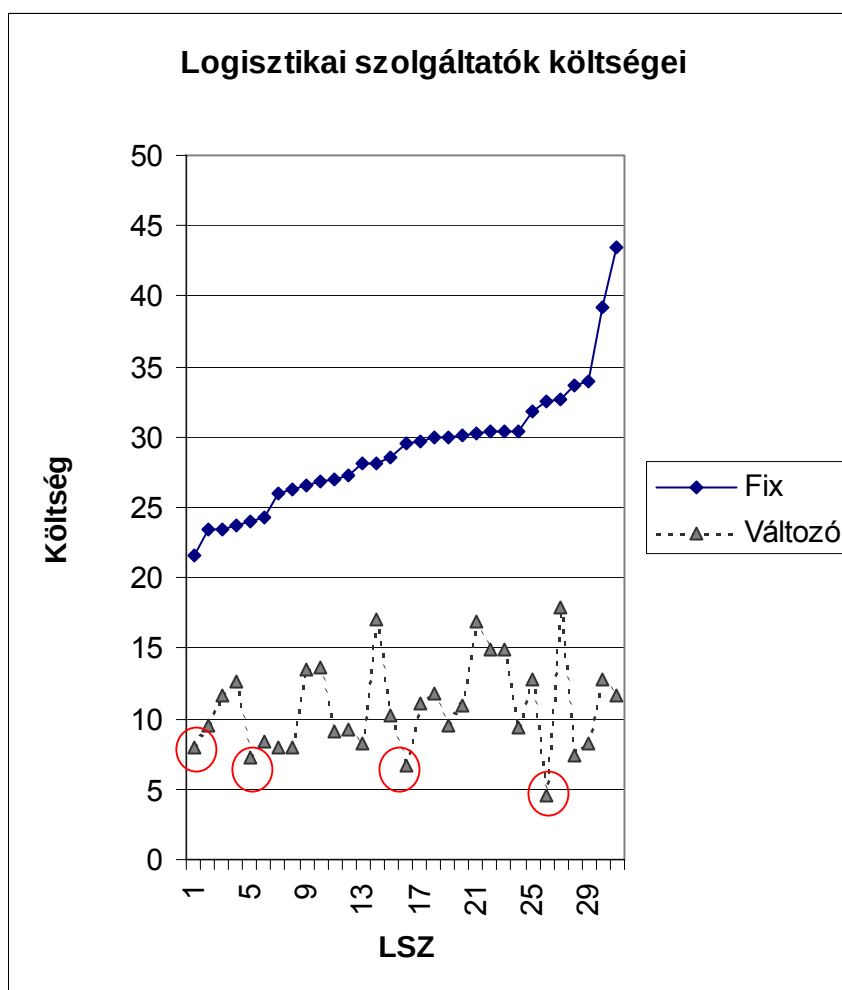
8.1 ábra: Szigorúan monoton részsorozat standard normális eloszlású sorozatban

Bizonyítás:

Mivel normális eloszlásnál 0.99 konfidenciával igaz, hogy $|g^{\max} - g^{\min}| < 6\sigma(9)$, két mintaérték különbségének abszolút értéke pedig $\sigma(9)$ körül várható, ezért a leghosszabb monoton sorozatban nem várhatunk hatnál több elemet.

8.5 Tétel

- Ha a változó költség normális eloszlású, akkor bármilyen számú logisztikai szolgáltató esetén azok számának várható értéke, amelyek valamilyen $[Q1, Q2]$ intervallumon a minimális összköltséget adják legfeljebb 6.



8.2 ábra: Szigorúan monotonon csökkenő változó költség-sorozat illusztrációja

Bizonyítás:

Tegyük fel, hogy van L darab logisztikai szolgáltatónk, akiknek adottak egy eladótól érvényes fix és változó költségei egy-egy eloszlásból. Legyen ξ a fix költség, η pedig a változó költség valószínűségi változója, ahol tudjuk, hogy η normális eloszlású. A legalacsonyabb logisztikai költségfüggvény előállításához meg kell találnunk a különböző LSZ-hoz tartozó költségfüggvények metszéspontjait. Tudjuk, hogy két költségfüggvény csak akkor metszi egymást, hogy ha a fix és változó költségek ellenkező nagyságrendi viszonyban állnak. Rendezzük a logisztikai szolgáltatókat fix költségeik szerint növekvő sorozatba. Ezzel a változó költségeknek

egy rendezést adtunk. Ha ξ és η függetlenek, akkor a hozzájuk tartozó változó költségek véletlenszerűen rendezett sorozatot alkotnak, így a 8.1 lemma miatt legfeljebb 6 hosszúságú szigorúan monotonon csökkenő szakaszt találunk. Ha ξ és η nem független, akkor nyilvánvalóan a tendencia az árszint szolgáltatónkénti rendeződése lesz, tehát még kisebb valószínűséggel találunk növekvő ξ érték mellett csökkenő η értékeket, mint a független esetben.

Következmény

A (6.4) célfüggvény bináris változóinak felső korlátja (6.20)-ról (8.6)-ra pontosítható.

$$v_b \leq M * \lceil Q^Z/Z \rceil * \min(6, L) \quad (8.6)$$

Tehát valóban elmondhatjuk, hogy normális eloszlású változó költség esetén a logisztikai szolgáltatók száma érdemben nem játszik szerepet a (6.4) célfüggvényű vegyes egészértékű programozási feladat komplexitásában.

8.4 Az EMMIL.BM teszt-implementációja

8.4.1 A legjobb logisztikai szolgáltató meghatározásának modellje

Mivel a logisztikai költségfüggvény meghatározása az egyes járatokon és járatkombinációkon a lineáris modell felállítása előtt történik, ezért a feladatnak ezt a részét külön modelleztem, egyszerű EXCEL megoldás segítségével, ahol gyakorlatilag korlátlan számú logisztikai szolgáltatóval dolgozhattam.

A legjobb logisztikai szolgáltató kiválasztása járatonként történik az 6.1 algoritmus segítségével. Az érzékenységvizsgálat fő célpontja az volt, hogy ténylegesen hány lineáris szakasz keletkezik a legjobb költségfüggvény létrehozásakor, vagyis, hogy a linearizálás milyen növekedést idéz elő a változók számában, különös tekintettel a bináris változókra. A vizsgálatok célja részben a 6. fejezetben elméletben már levezetett eredmények kísérleti alátámasztása volt, részben azok pontosítására való törekedés.

A felállított modellben feltételeztem, hogy mind a viszonylat fix költsége – amely egy járműre vonatkozik – mind a változó költségek (a fajlagos rakodási költség) egyenletes eloszlást követnek.

Változtatható paraméterek:

- $L = 10$ Logisztikai szolgáltatók maximális száma
- $J = 5$ Egy eladótól indítható járművek maximális száma

Valószínűségi változóként definiált paraméterek:

- F A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költsége
- V Fajlagos rakodási költség

Módosítható paraméterek:

- $M(F)$ A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költségének várható értéke
 $\sigma(F)$ A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költségének szórása
 $M(V)$ A szállítás egy rakományra vonatkozó változó költségének várható értéke
 $\sigma(V)$ A szállítás egy rakományra vonatkozó változó költségének szórása
 Z Szállítójármű kapacitása

Változó

- $\mathcal{R}$ A metszéspontok várható számát előrejelző érték: $\sigma(F)/(Z * \sigma(V))$

A 6. fejezetben bizonyított 6.2 tétel alapján teljesülnie kell, hogy a költségfüggvények metszéspontjainak száma a rakományok függvényében mindig monotonon csökken. Azonkívül a metszéspontokat számító (6.15) kifejezés alapján azt várnánk, hogy normális eloszlású változók esetén a metszéspontok száma a fent definiált $\mathcal{R}$ -től függ, oly módon, hogy minél nagyobb értéket vesz fel $\mathcal{R}$, annál kevésbé valószínű, hogy sok metszéspontot kapunk.

Ezt úgy próbáltam bizonyítani, hogy elvégeztem öt kísérletsorozatot, ahol a módosítható paramétereket úgy állítottam be, hogy $\mathcal{R} = 0.1, 1, 2, 5, 10$ értéket adjanak. Mindegyik sorozat 10 kísérletből állt, amikor a paraméterek rögzített értéke mellett az egyes logisztikai szolgáltatókhoz tartozó fix és változó költségeket az EXCEL véletlen szám generáló eszközével generáltam, a sorozat minden kísérletében más magértéket használva. Az induló adatokat a 8.2 Táblázat tartalmazza. A kísérletsorozat eredményeit a 8.3 Táblázat foglalja össze. A teljes output az 1. sz. mellékletben látható.

Sorozat	$M(F)$	$\sigma(F)$	$M(V)$	$\sigma(V)$	Z	$\mathcal{R}$
1	50	20	5	2	100	0.1
2	500	200	5	2	100	1
3	500	200	5	2	50	2
4	1000	500	50	10	10	5
5	500	200	5	2	10	10

8.2 Táblázat: Költségfüggvények metszéspontjait számító szimuláció induló adatai

Az eredményekből látható, hogy a 6.2 tétel állítása gyakorlatban is igazolódott, a metszéspontok száma a rakományok számának függvényében monoton csökkenő. Nem sikerült viszont igazolni, hogy a metszéspontok száma a szórások és Z segítségével képezett $\mathcal{R}$ nagyságával korrelál, ami nem meglepő, hiszen a 8.5 tételnek megfelelően a metszéspontok száma maximum 6, és ilyen kis számok esetén nehéz szignifikanciát kimutatni.

Sorozat	Metszéspontok száma	Előfordulás gyakorisága Q nagysága szerint				
1		0-Z	Z-2Z	2Z-3Z	3Z-4Z	4Z-5Z
	0	1	3	9	9	9
	1	3	3	1	1	1
	2	6	0	0	0	0
2						
	0	2	9	9	9	9
	1	6	1	1	1	1
	2	2	0	0	0	0
3						
	0	3	5	10	10	10
	1	5	4	0	0	0
	2	2	1	0	0	0
4						
	0	7	8	8	8	8
	1	2	2	2	2	2
	2	1	0	0	0	0
5						
	0	9	9	9	9	9
	1	1	1	1	1	1
	2	0	0	0	0	0

8.3 Táblázat: Költségfüggvények metszéspontjait számító szimuláció eredményei

8.4.2 Az EMMIL optimalizáló modell

Az optimalizáló modell a (6.4) célfüggvényű vegyes egészértékű programozási feladathoz készült. A valószínűségi változókat normál eloszlásból generáltam. Feltételezem, hogy a legjobb logisztikai szolgáltatókat egy előző fázisban 6.1 algoritmus szerint kiválasztottam. A megoldást a Solver lineáris, nem negatív opciójával készítettem. A megoldáshoz készített munkalap a 2. sz. mellékletben, a Solver beállítások a 3. sz. mellékletben találhatók.

Rögzített paraméterek:

- M=8 Eladók maximális száma
N=5 Termékfeleségek maximális száma
J=4 Egy eladótól indítható járművek maximális száma

Valószínűségi változóként definiált paraméterek:

- P_i^k Az i. termékfeleség ára a k. eladónál
 F_k^l A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költsége a k. eladótól ha összesen l. jármű kell
 V_k^l Fajlagos rakodási költség a k. eladótól ha összesen l darab jármű kell

Módosítható paraméterek:

- $M(P_i)$ Az i. termékfeleség árának várható értéke
 $\sigma(P_i)$ Az i. termékfeleség árának szórása
 $M(F)$ A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költségének várható értéke

$\sigma(F)$	A szállítás egy rakományra vonatkozó fix költségének szórása
$M(V)$	A szállítás egy rakományra vonatkozó változó költségének várható értéke
$\sigma(V)$	A szállítás egy rakományra vonatkozó változó költségének szórása
Z	Szállítójármű kapacitása
$S_{\min}$	Kiválasztandó eladók minimális száma
$S_{\max}$	Kiválasztandó eladók maximális száma
Q_i^{kh}	Az i. termékből a k. eladónál rendelkezésre álló mennyiség

Változók:

Q_i^{kj}	Valós szám ¹ , az i. termékből a k. eladótól vásárolt mennyiség, feltételezve, hogy a k. eladótól j darab jármű kell a szállításhoz $k=1,..M, i=1,..N, j=1,..J$
Y_i^{kj}	Bináris, értéke 1 ha a k. eladótól j darab jármű kell a szállításhoz, egyébként 0.

A változók száma a rögzített paramétereknek megfelelően: $8*5*4=160$ valós és $8*5=40$ bináris változó.

Ezzel valójában nem egy, hanem kétféle modellt állítottam fel. A Solver célfüggvény mezőjének beállításától függően optimalizálhatunk a teljes költségre (EMMIL modell), vagy csak az árakra, amelyhez hozzászámolódik a szállítási költség. Ez utóbbit Ároptimál modellnek neveztem el.

A 8.3 ábra és 8.4 ábra mutatja a kétféle modell futási eredményeit ugyanazon paraméterértékek mellett. A zöld színű mezők a fentiekben felsorolt módosítható paraméterek, amelyeket mindkét futásnál ugyanúgy állítottam be. A második és harmadik sorban szerepelnek az árak és a szállítási költségek középértékei illetve szórásai, amely alapján random szám generátorral normális eloszlásból állítottam elő az egyes eladókhoz rendelt árakat ill. szállítási költségeket. Az eladónkénti négy sor a tőlük rendelt összes mennyiség nagyságrendje szerint van megkülönböztetve, hogy 1-4 között hány szállítójárműre van szükség. Az árak értelemszerűen függetlenek a járműszámtól, a szállítási költségek viszont azért azonosak eladónként, mert az egyszerűség kedvéért feltételeztem, hogy minden eladótól van egy legjobb logisztikai ajánlat. A 36-37. sor zöld színű mezői a vásárolni kívánt mennyiségeket mutatják termékenként (30, 50, 90, 120, 210), a járműkapacitást (100), továbbá a minimális és maximális eladószámot (2 és 5). Az alsó tömbben levő zöld mezők a rendelkezésre álló maximális mennyiséget mutatják eladónként és termékenként, amelyeket a példában egységesen 500-ra állítottam.

¹ A 6.3 Tétel miatt az optimalizálás eredményeképpen egész számot kapunk

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	60		80		150		100		120						1000	5		Költségek összehasonlítása			
Szórás	3		3		4		3		5						200	2			Termék	Szállítás	Összes
1. Eladó	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	0	0	0	1	793	9	793.3	0.00	0.00	0.00
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	100	0	2	793	9	1587	0.00	0.00	0.00	
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	200	0	3	793	9	2380	0.00	0.00	0.00	
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	300	0	4	793	9	3173	0.00	0.00	0.00	
2. Eladó	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	0	0	1	1133	1	1133	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	100	0	2	1133	1	2266	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	200	0	3	1133	1	3399	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	300	0	4	1133	1	4532	0.00	0.00	0.00	
3. Eladó	61.6	0	74.5	-0	149	0	105	0	109	0	0	0	0	-0	1	801	6	800.7	0.00	0.00	0.00
	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	0	0	100	0	2	801	6	1601	0.00	0.00	0.00	
	61.6	0	74.5	50	149	0	105	0	109	210	260	200	1	3	801	6	2402	26633.84	4042.50	30676.34	
	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	0	0	300	0	4	801	6	3203	0.00	0.00	0.00	
4. Eladó	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	0	0	1	986	4	986	0.00	0.00	0.00	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	120	121	0	120	100	1	2	986	4	1972	11649.29	2434.73	14084.02	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	200	0	3	986	4	2958	0.00	0.00	0.00	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	300	0	4	986	4	3944	0.00	0.00	0.00	
5. Eladó	57.3	0	84.6	0	148	90	103	0	118	0	90	0	1	1	1260	5	1260	13301.73	1721.39	15023.12	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	100	0	2	1260	5	2520	0.00	0.00	0.00	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	200	0	3	1260	5	3780	0.00	0.00	0.00	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	300	0	4	1260	5	5040	0.00	0.00	0.00	
6. Eladó	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	0	0	1	832	4	832	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	100	0	2	832	4	1664	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	200	0	3	832	4	2496	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	300	0	4	832	4	3328	0.00	0.00	0.00	
7. Eladó	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	0	0	1	636	1	636	0.00	0.00	0.00	
	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	100	0	2	636	1	1272	0.00	0.00	0.00	
	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	200	0	3	636	1	1908	0.00	0.00	0.00	
	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	300	0	4	636	1	2544	0.00	0.00	0.00	
8. Eladó	54.6	30	80.2	0	156	0	99	0	114	0	30	0	1	1	1128	8	1128	1637.96	1356.99	2994.94	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	100	0	2	1128	8	2255	0.00	0.00	0.00	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	200	0	3	1128	8	3383	0.00	0.00	0.00	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	300	0	4	1128	8	4511	0.00	0.00	0.00	
Q vett		30		50		90		120		210		Ea sz.	4				EMMIL				
Q Igény		30		50		90		120		210	500	Min ea	2				Ároptimál	53222.82	9555.60	62778.42	
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	0.00	0.00	0.00	
1. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
2. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
3. Ea.		0		50		0		0		210				3							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
4. Ea.		0		0		0		120		0				2							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
5. Ea.		0		0		90		0		0				1							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
6. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
7. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
8. Ea.		30		0		0		0		0				1							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

8.3 ábra: EXCEL szimuláció: Ároptimál modell futtatási eredménye

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	60		80		150		100		120						1000	5		Költségek összehasonlítása			
Szórás	3		3		4		3		5						200	2		Termék	Szállítás	Összes	
1. Eladó	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	0	0	1	793	9	793.3	0.00	0.00	0.00	
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	100	0	2	793	9	1587	0.00	0.00	0.00	
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	200	0	3	793	9	2380	0.00	0.00	0.00	
	59.1	0	76.2	0	151	0	104	0	126	0	0	300	0	4	793	9	3173	0.00	0.00	0.00	
2. Eladó	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	0	0	1	1133	1	1133	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	100	0	2	1133	1	2266	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	200	0	3	1133	1	3399	0.00	0.00	0.00	
	55.7	0	80.9	0	151	0	101	0	129	0	0	300	0	4	1133	1	4532	0.00	0.00	0.00	
3. Eladó	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	0	0	0	0	1	801	6	800.7	0.00	0.00	0.00	
	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	200	200	100	1	2	801	6	1601	21816.52	2863.24	24679.77	
	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	0	0	200	0	3	801	6	2402	0.00	0.00	0.00	
	61.6	0	74.5	0	149	0	105	0	109	0	0	300	0	4	801	6	3203	0.00	0.00	0.00	
4. Eladó	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	0	0	1	986	4	986	0.00	0.00	0.00	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	100	0	2	986	4	1972	0.00	0.00	0.00	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	200	0	3	986	4	2958	0.00	0.00	0.00	
	62.6	0	80.1	0	152	0	97	0	121	0	0	300	0	4	986	4	3944	0.00	0.00	0.00	
5. Eladó	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	0	0	1	1260	5	1260	0.00	0.00	0.00	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	100	0	2	1260	5	2520	0.00	0.00	0.00	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	200	0	3	1260	5	3780	0.00	0.00	0.00	
	57.3	0	84.6	0	148	0	103	0	118	0	0	300	0	4	1260	5	5040	0.00	0.00	0.00	
6. Eladó	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	0	0	1	832	4	832	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	100	0	2	832	4	1664	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	200	0	3	832	4	2496	0.00	0.00	0.00	
	61.3	0	76.8	0	152	0	101	0	126	0	0	300	0	4	832	4	3328	0.00	0.00	0.00	
7. Eladó	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	0	0	1	636	1	636	0.00	0.00	0.00	
	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	100	0	2	636	1	1272	0.32	0.03	0.36	
	56.6	30	81.1	50	153	90	101	120	119	10	300	200	1	3	636	1	1908	32849.47	2338.27	35187.74	
	56.6	0	81.1	0	153	0	101	0	119	0	0	300	0	4	636	1	2544	0.00	0.00	0.00	
8. Eladó	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	0	0	1	1128	8	1128	0.00	0.00	0.00	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	100	0	2	1128	8	2255	0.00	0.00	0.00	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	200	0	3	1128	8	3383	0.00	0.00	0.00	
	54.6	0	80.2	0	156	0	99	0	114	0	0	300	0	4	1128	8	4511	0.00	0.00	0.00	
Q vett		30		50		90		120		210		Ea sz.	2				EMMIL	54666.31	5201.55	59867.86	
Q igény		30		50		90		120		210	500	Min ea	2				Ároptimál	53222.82	9555.60	62778.42	
Jármű k	100	1		1		1		2		3		8 Max ea	5				Változás	1443.49	-4354.07	-2910.56	
1. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
2. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
3. Ea.		0		0		0		0		200				2							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
4. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
5. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
6. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
7. Ea.		30		50		90		120		10				3							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										
8. Ea.		0		0		0		0		0				0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

Minimalizált célérték

Minimalizált célérték

8.4 ábra: EXCEL szimuláció: EMMIL modell futtatási eredménye

A sárga mezők (Q1-Q5 fejlécű oszlopok) a keresett mennyiségek, amelyeket valós értékűre állítottam be, de amelyek eredménye a 6.3 tételnek megfelelően valóban egész lett. A beige színű, Y fejlécű mezők a bináris változók, amelyek kiválasztják, hogy melyik eladótól hány járműnyi árut szállítunk. A maximális mennyiségek felett levő kék színű mezők összegezve tartalmazzák az eredményeket. A jobb oldalon található három oszlop az árakból adódó, a szállítástól adódó, illetve a teljes költségeket mutatja, az oszlopok alján összegezve. Az összegző sorban lilával szerepel az EMMIL futás eredménye, alatta narancssárgával pedig az Ároptimál modellé.

Látható, hogy az Ároptimál modell mindenütt a minimális egységár szerint választotta ki az eladókat, így az ötféle terméket összesen négy eladótól vásároljuk 7 szállítójármű használatával, ami 62778 EUR teljes költséget eredményez, míg az EMMIL modellnél két eladótól vásárlunk 5 járművel összesen 59867 EUR költségért.

A modell paramétereinek változtatásával sokféle beállítással ellenőriztem a helyes működést, és vizsgáltam az EMMIL modellel keletkező nyereséget. Megpróbáltam kritériumokat találni, amelyek segítségével előzetesen megállapítható, hogy várható-e nyereség az EMMIL modell használatával. A következő fejezetben elméleti alapon vizsgálom ezt a kérdést, felállítok egy egyszerű döntéstámogató rendszert a várható gazdaságosság eldöntésére, amelyet az imént leírt modell teszteredményeinek segítségével értékelek ki.

8.5 Az EMMIL modell gazdaságossági körének behatárolása

Az EMMIL.BM modell használhatóságát a hagyományos e-piactér modellekhez kell hasonlítani, amelyek vagy csak az árakra, vagy csak a szállítási költségekre optimalizálnak. Az alábbiakban a vonaljáratokkal, standard méretű szállítójárművekkel működő piacterekről mondunk ki gazdaságossági kritériumokat. Feltételezzük, hogy minden eladónál minden árucikk kapható a kívánt mennyiségben.

A vizsgálathoz bevezetünk két valószínűségi változót:

- ξ Az EMMIL és az Ároptimál modellek szállítási költségeinek különbsége
- η Az EMMIL és az Ároptimál modellek termék-költségeinek különbsége

Nyilvánvaló, hogy ξ nem lehet pozitív, η pedig nem lehet negatív, hiszen a közös optimum nem lehet nagyobb, mintha csak az árakra optimalizálunk. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ξ a szállítási költségeken elért nyereség ellentettje, η pedig az árköltségeken elszenvedett veszteség. A (8.7) képlet durva alsó becslést is ad ξ -re. Az első két tag a fajtankénti olcsóbb szállítás maximális nyereségét mutatja, a harmadik pedig a töredékszallítmányok összevonásával elérhető legnagyobb nyereséget, és mindez csökkentően hat, tehát negatív előjellel kell venni.

$$\begin{aligned}
 0 \geq \xi &\geq -\left((F^{\max} - F^{\min}) \sum_{i=1}^N \lceil Q_i / Z \rceil + (V^{\max} - V^{\min}) \sum_{i=1}^N Q_i + (N-1)F^{\max} \right) \\
 &\geq -(6\sigma(F) \sum_{i=1}^N \lceil Q_i / Z \rceil + 6\sigma(V) \sum_{i=1}^N Q_i + (N-1)(\mathbf{M}(F) + 3\sigma(F)))
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

A gyakorlatban ennél használhatóbb a (8.8)-ban ξ várható értékére adott alsó becslés (Ψ), ahol kihasználjuk, hogy egyazon normális eloszlásból származó két érték különbségének abszolút értéke 0.99 konfidenciával kisebb mint a szórás kétszerese, amint ez a Steiner formulából könnyen levezethető.

$$\mathbf{M}(\xi) \geq \Psi = -(2\sigma(F) \sum_{i=1}^N \lceil Q_i / Z \rceil + 2\sigma(V) \sum_{i=1}^N Q_i + (N/2)(\mathbf{M}(F) + 3\sigma(F))) \quad (8.8)$$

Az összevonható rakományok számát azért becsültük $N/2$ -vel, mert feltételeztük, hogy áruajtánként a részrakományok mennyisége egyenletesen oszlik el, ezért a várható értékük $N/2$. Tehát $-\Psi$ felső becslést ad a szállítási költségeken várható nyereségre.

Hasonló megfontolások alapján (8.9)-ben bevezetjük Θ -t, ami felső becslést ad η várható értékére, vagyis az árkölségen várható legnagyobb veszteségre. Ezzel megbecsüljük, hogy az eladási árakon mekkora lehet a maximális veszteség, ha lemondunk a legjobb áron való vásárlásról.

$$\mathbf{M}(\eta) \leq \Theta = \sum_{i=1}^N (\max_k P_i^k - \min_k P_i^k) Q_i \leq 2 \sum_{i=1}^N \sigma(P_i) Q_i \quad (8.9)$$

Milyen körülmények között várható nagy nyereség a hagyományos modellhez képest?

Ha nagy a szállítási költségek szórása, akkor sokat nyerhetünk az áruajtánként való fuvarozáson. Az összevonásokon akkor nyerhetünk sokat, ha nagy a maximális fix szállítási költség, és N nem kicsi. Nagy N mellett M/N minél nagyobb, annál nagyobb valószínűséggel esik áruajtánként a minimális ár különböző eladóhoz, ami különösen akkor eredményez gazdaságtalan megoldást a hagyományos úton, ha ajtánként többnyire keveset szállítunk a teherautó méretéhez képest, vagyis Q_i/Z sok $i \in \{1, \dots, N\}$ esetén kicsi. Ha ugyanekkor a vásárlási árak szórása kicsi, tehát Θ kicsi, akkor valószínűleg érdemes bevezetni az EMMIL.BM megoldást a hagyományos helyett. Ha viszont $|\Psi|$ az EMMIL modell bevezetési költségeihez képest kicsi, akkor nem érdemes bevezetni az új modellt.

Az alábbiakban megpróbáljuk körülhatárolni, hogy mikor dönthetünk az EMMIL.BM bevezetéséről, vagy a bevezetés elvetéséről. Feltételezzük, hogy a hagyományos piactér működtetési költsége megegyezik az EMMIL.BM működtetési költségeivel. Ha a tervezett működési idő alatt a szállítási költségeken várható maximális nyereség plusz az árakon való minimális veszteség összesen kisebb, mint a piactér beruházási költsége, akkor az EMMIL.BM elvetése mellett döntünk. Mivel az árakon való minimális veszteség 0, ezt a feltételt (8.10) fejezi ki.

$$-\sum_{p \in \Pi} \Psi_p < I \quad (8.10)$$

Jelölések:

Π	Az EMMIL.BM piactér életciklusa során várható beszerzési tranzakciók halmaza
Ψ_p	A p. tranzakcióban elérhető szállítási költség-változás alsó becslése
I	Az EMMIL.BM létrehozási költsége

Az EMMIL.BM létrehozása melletti döntési feltételhez először (8.8) módosításával a minimális érték helyett felülről becsüljük a szállítási költségek várható változását (8.11).

$$\mathbf{M}(\xi) \leq \Psi^* = -\left(\sigma(F) \sum_{i=1}^N \left[Q_i / Z \right] - \sigma(V) \sum_{i=1}^N Q_i \right) + \mathbf{M}(F) - \sigma(F)) \quad (8.11)$$

A fix illetve változó költség maximális és minimális értékeinek különbségének abszolút értékét alulról becsültük a szórással. A fix és változó költségekből eredő változást azért vontuk ki egymásból, mert lehet, hogy nem olyan helyről sikerül beszerezni egy árucikket, ahol mindkét érték kedvezőbb, viszont legalább az egyik az lesz, és a nagyobb fog dominálni. Az összevonható járatok számát azért nem vettük 0-ra, mert ha a fix költség várható értéke kicsi, akkor nem hibázunk vele sokat. Ha viszont nagy, akkor nagy valószínűséggel a közös optimum eredményezni fog legalább egy összevonást.

A biztonságos döntéshozatalhoz a veszteséget felülről kellene becsülnünk, vagyis a már bevezetett Θ segítségével, ám helyette mégis célszerűbb a (8.12)-ben adott Θ^* értéket használni. A szórás jól közelíti az egy eloszlásból származó két változó különbségének várható értékét, bár elvileg nincs mindig felette, itt azonban a tapasztalataim szerint igen, amit megmagyaráz, hogy a változásokat az összköltség minimalizálása érdekében hozzuk, ami az árveszteségeket is inkább lefelé szorítja.

$$\mathbf{M}(\eta) \approx \Theta^* = \sum_{i=1}^N \sigma(P_i) Q_i \quad (8.12)$$

EMMIL.BM létrehozása mellett célszerű dönteni, ha fennáll (8.13), vagyis a szállításokon keletkező nyereség és az eladási árakon várható maximális veszteség különbsége az életciklus során várhatóan kitermeli a beruházási költségeket.

$$-\sum_{p \in \Pi} (\Psi_p^* + \Theta_p^*) < I \quad (8.13)$$

Jelölések:

Π	Az EMMIL.BM piactér életciklusa során várható beszerzési tranzakciók halmaza
Ψ_p^*	A p. tranzakcióban várható szállítási költség-változás
Θ_p^*	A p. tranzakcióban várható árköltség-változás

A (8.7), (8.8) és (8.10) képletekben szereplő paramétereket természetesen meg kell becsülni a döntéshozáshoz, ami piaci előrejelző módszereket igényel, amit nem tekintek a disszertáció feladatának.

A fenti számításokat alkalmazhatóságát a gyakorlatban is vizsgáltam. Mivel a beruházási költségek nem ismeretesek, most csak azzal foglalkozunk, hogy a szimuláció bemenő adatai alapján hogyan lehet előre jelezni a várható nyereséget az EMMIL bevezetésével, illetve hogyan lehet valószínűsíteni (8.10) és (8.13) alkalmazhatóságát. Tegyük fel tehát, hogy a bevezetés költsége $I=0$, a tranzakciók száma pedig $p=1$, és vizsgáljuk meg, hogy konkrét példákban hogyan viszonyul egymáshoz az előrejelzés alapján történő döntés és a ténylegesen különbség a kétféle modell között.

A 8.5 ábra mutatja az 8.4 ábrán látott teszt összesített eredményét, kiegészítve a döntéshozatalhoz bevezetett Ψ , Θ , Ψ^* és Θ^* értékekkel. Ily módon összehasonlíthatók a tényleges és a jósolt eltérések. Látható, hogy a várható áremelkedés 2010, míg a tényleges 1443.49, a szállítási költségekben a maximális előre jelzett változás -8200 , a várható -3400 volt, míg a tényleges -4354 volt. Ezekből számítottak a teljes költség előre jelzett értékei, a maximális nyereség -6190 , a várható -1390 , a tényleges pedig -2910.56 volt. Ezek az értékek az előrejelzési módszer helyessége mellett szólnak.

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ		Total	
Középár	60		80		150		100		120							1000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		30		50		90		120		210		Ea sz.	2					EMMIL	54666.31	5201.55	59867.86
Q Igény		30		50		90		120		210	500	Min ea	2					Ároptimál	53222.82	9555.60	62778.42
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5					Változás	1443.49	-4354.05	-2910.56
1. Ea.		0		0		0		0		0					0						
2. Ea.		0		0		0		0		0					0			Maximum		-8200	-6190
3. Ea.		0		0		0		0		200				2				Várható	2010	-3400	-1390
4. Ea.		0		0		0		0		0					0						
5. Ea.		0		0		0		0		0					0						
6. Ea.		0		0		0		0		0					0						
7. Ea.		30		50		90		120		10				3							
8. Ea.		0		0		0		0		0					0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

Θ*

Ψ

Ψ*

Ψ*+Θ*

8.5 ábra: EXCEL szimuláció: A két modell futtatási eredménye és az előrejelző értékek

Az EXCEL modell kézi vezérlése miatt nehézkes lett volna a szisztematikus tesztelés, ezt azonban az elméleti levezetések birtokában nem is találtam szükségesnek. Vizsgálataimban inkább olyan eseteket kerestem, amelyek a biztosan elvethető és a biztosan elfogadható tartomány közé esnek, és sikerült is ilyeneket találnom.

A 4. sz. mellékletben található a tesztelési célból elvégzett kísérletek outputja, melyek érdekesebb eredményeit a 8.4 táblázat foglalja össze. A táblázatban szereplő első öt kísérletben csak a szállítási költség várható értékét és szórását változtattam, a 6. és 7. kísérletben pedig tízszeresre emeltem mind az árak várható értékét mind a szórását. A 8., 9., 10. esetekben az előrejelző rendszer határait sikerült kitapintanom. A 8.-ról a 9.-re áttérve a legnagyobb mennyiséggel rendelt árucikk árának szórásának

emelésével sikerült átlépni az elfogadás határát, majd a 10. esetben a fix szállítási költség emelésével sikerült visszatérni oda. Látható, hogy a tényadatok eközben nem sokat változtak, mindhárom esetben nagy volt a nyereség, de 9.-nél ezt az előrejelző nem ismerte fel.

Eltérések									Döntés a bevezetésről	
	Ár		Szállítás			Összes				
	Θ^*	Tény	Ψ^*	Tény	Ψ	$\Psi^*+\Theta^*$	Tény	$\Psi+\Theta^*$	Elvet	El-fogad
1	950	332	-470	-580	-1455	480	-248	-505	nem	<i>nem</i>
2	950	331	-1010	-1389	-2392	-60	-1058	-1442	nem	igen
3	950	770	-1260	-3514	-6080	-310	-2744	-5130	nem	igen
4	950	332	-1510	-2306	-3642	-560	-1974	-2692	nem	igen
5	950	770	-760	-2514	-4830	190	-1744	-3880	nem	<i>nem</i>
6	9500	0	-470	0	-1455	9030	0	8045	nem	nem
7	9500	891	-760	-1304	-4830	8740	-413	4670	nem	<i>nem</i>
8	10900	7160	-12100	-15676	-25150	-1200	-8516	-14250	nem	igen
9	13000	4355	-12100	-10687	-25150	900	-6382	-12150	nem	<i>nem</i>
10	13000	4690	-13500	-12510	-28850	-500	-7820	-15850	nem	igen

8.4 Táblázat: EMMIL gazdaságossági számítások kísérleti eredményei

A 8.4 Táblázatból látható, hogy (8.10)-et alkalmazva, a várható maximális nyereség (Ψ), alapján egyik esetben sem tudtam kizárni az EMMIL bevezetésének gazdaságosságát, (8.13) alapján viszont el tudtam fogadni a 2., 3., 4., 8. és 10. esetekben, mert ekkor az előrejelzés szerint van várható nyereség az EMMIL bevezetésén. Ha viszont $\Psi^* + \Theta^* > 0$ (1., 5., 6., 7., 9. esetek), akkor nem várható nyereség az EMMIL modellen, tehát (8.13) alapján nem hozhatunk pozitív döntést a bevezetéséről. Ennek ellenére az 1., 5., 7. és 9. esetben az EMMIL optimum alacsonyabb lett, mint az Ároptimál modell eredménye, csak a 6. kísérletben volt valóban felesleges az EMMIL modellel fáradozni, mert nem adott jobb eredményt. Megfigyelhető különbség, hogy a 6. és 7. esetben már a változás alsó becslése is pozitív volt, vagyis legjobb esetben sem volt várható nyereség az EMMIL modellen, az 1., 5. és 9. esetben viszont volt remény a javításra, mert a legoptimistább változásértékek negatívak voltak, a várható változásérték pedig kis pozitív szám. Látható, hogy az 5. és 9. esetben a legjobb érték nagy javítást jelez, és a tényleges nyereség is elég nagy lett. Ez azt sejteti, hogy a (8.13) feltételen, még javítani lehet. A 8.-10. kísérletsorozat jól mutatja, hogy a döntési rendszer tévedésének oka Θ^* magas értéke volt, vagyis nagy az áron várható veszteség a szállítási költségen szereshető nyereséghez képest. Ez azért torzítja a döntést, mert nem véletlenszerűen választjuk az EMMIL által adott allokációt az Ároptimál allokációhoz képest, hanem az összköltség minimalizálásával, és ez a várhatónál alacsonyabbra nyomja a termékárban történő növekedést.

Azt mondhatjuk tehát, hogy a (8.13) feltétel kockázatkerülő megközelítés. Biztonsággal dönthetünk az EMMIL modell bevezetéséről, ha $\Psi^* + \Theta^* < 0$, viszont ha $\Psi^* + \Theta^* > 0$ akkor érdemes finomabb vizsgálatokat végezni, mert eleshetünk potenciális nyereségektől.

9. Összegzés

Dolgozatomban új utat mutattam a vállalatok közötti elektronikus piacterek szervezésére. Olyan, logisztikával integrált elektronikus piactér modellcsaládot terveztem, amelyben a logisztikai szolgáltatók egymással versenyezve vesznek részt az áru-közvetítéssel foglalkozó, eladók és vevők közötti kapcsolatra épülő elektronikus piacterek működésében. Az új modellekben lehetőség nyílik az együttes optimalizálásra különböző szempontok szerint. Elméletileg megalapoztam az általam EMMIL-nek nevezett új modellcsalád általános struktúráját és működési mechanizmusát. Részletesen elemeztem a tranzakciók költségelemeit, aminek alapján konkrét modellt építettem fel a logisztikával integrált vevőközpontú piacterek (EMMIL.BM) tervezéséhez. Kidolgoztam ezen vevői (beszerzői) piactér matematikai hátterét, melynek helyességét teszt-implementációval is alátámasztottam.

Az EMMIL.BM modell elsődlegesen a vevő szempontjai szerint optimalizál, de bevezetése számos előnyt kínál más érintettek számára is, miközben természetesen megkövetel bizonyos ráfordításokat, illetve járhat néhány hátrányos következménnyel is egyes érintettek számára. Mindezeket az alábbi táblázatban foglalom össze.

Érintett	Nyereség/előny	Ráfordítás/hátrány
Vevő	- A teljes költség összegeződik és minimalizálódik - A logisztikai költségek csökkenthetők - Az igények ismertetése egyszerűsödik	- A piactérrel kapcsolatos költségek - A rendszer létrehozása - Átállás - Üzemeltetés
Eladók	- A piaci lehetőségek növekedése - A piaci tárgyalás program segítségével automatizálható - Az alkupozíció javulása (előnyös geográfiai helyzetben)	- Az elektronikus kereskedelemmel kapcsolatos költségek - Az alkupozíció romlása (hátrányos geográfiai helyzetben)
Logisztikai szolgáltatók	- A piaci lehetőségek növekedése - A piaci tárgyalás automatizálható - Az erőforrások kihasználása javítható - Szállítási kapacitás - Tárolási kapacitás	Az elektronikus kereskedelemmel kapcsolatos költségek
A társadalom	Hatékonyabb gazdálkodás	Munkahelyek feleslegessé válhatnak
A természeti környezet	- Csökken a természeti erőforrások felhasználása – energiapazarlás csökkenése - Csökken a környezetszennyezés - Légszennyezés - Zaj - Szállítóeszközök amortizációjából származó hulladék mennyisége	

A további feladatokkal kapcsolatban azt mondhatom, hogy az EMMIL modell jelenlegi kidolgozottsága a problématerület nagyságához képest igen kismértékű, valójában csak egy kezdeti fázis. A továbblépés többféle irányú lehet.

1. A 3. fejezetben felállított háromoldalú aukciós algoritmus más szabályok szerint is működhetne, érdemes lenne többféle algoritmust elkészíteni és elvégezni a hatékonyságukat összehasonlító elemzést.
2. A 4. fejezetben felállított költségmodell és az abból az 5. fejezetben levezetett ajánlati struktúra sokféle korlátozást tartalmaz. Meg kellene vizsgálni, hogy az alapvetően országúti fuvarozásra készített modell mennyiben alkalmas a légi, vízi és vasúti szállítás kezelésére, továbbá milyen aspektusokat hozna be a multimodális megoldás. Nem foglalkoztam az esetleges vám költségek kezelésével, tehát jelenleg a rendszer csak vámhatárokon belüli működtetésre alkalmas (pl. EU).
3. Az üzleti kapcsolatok tekintetében a modellem jelenlegi formájában eseti jellegű, nem tartalmaz minőségbiztosítási elemeket és nincs felkészítve a hosszú távú kapcsolatokra, ismétlődő megrendelésekre. Ennek a kereteit szintén ki kell dolgozni.
4. A gyakorlatban használható, komplex megoldáshoz szükség lenne az aukciós partnerek oldalán működő agent programokra, amelyek a felhasználó által beállítható stratégia szerint vesznek részt a licitálás folyamatában. Elemezni kellene a lehetséges stratégiákat és létrehozni a megfelelő algoritmusokat. A modell teljes értékű implementációjához szükség van egy könnyen érthető és működtethető felhasználói interfész elkészítésére is.
5. Bár az eladóközpontú modell alapvetően duálisa a vevői modellnek, és fő vonalakban követhetők a vevői modell algoritmusai, de szükség lenne a két modell közötti kapcsolat részletes elemzésére, az algoritmusok konvertálhatóságának bizonyítására, illetve a különbségekből adódó problémák megoldására. A közvetítői modell kidolgozása messze túlmutat a disszertáció keretein a virtuális vállalatok irányába. A virtuális vállalat témájával a ME-ALT tanszéken Dr. Cselényi József vezetésével folyó kutatások régóta foglalkoznak, amint azt az irodalmi összefoglalóban részleteztem.

Disszertációm nem csak az előzményekre való építkezésben kapcsolódik szervesen a ME-ALT tanszéki tudományos tevékenységéhez, hanem további kutatások is kapcsolódnak hozzá [C1]. A tématerületen már egy diplomamunka is készült [C2], melynek készítője a doktori iskola keretében folytatja kutatásait tovább.

Az EMMIL modell beépült a londoni Westminster Egyetem Centre for Parallel Computing és az MTA SZTAKI Párhuzamos és Elosztott Laboratóriuma közös kutatásaiba is. Mint az [A2], [A4], [A7] publikációk jelzik, a két intézmény által tervezés alatt álló Grid alapú elektronikus piactér már tartalmazni fogja az EMMIL.BM modellt, és lehetőséget ad a további EMMIL modellek megvalósítására is.

A valós működtetés során fog kiderülni, hogy az általam létrehozott struktúra és algoritmusok ténylegesen milyen hiányosságokat tartalmaznak, és milyen finomításokat igényelnek, de bízom abban, hogy a disszertációmban ajánlott új megközelítés néhány év múlva bevált gyakorlat lesz az elektronikus kereskedelemben.

10. Jelölésrendszer

A disszertációban a paraméterek és változók többségét indexelt latin vagy görög nagybetűk, kisebb részét latin vagy görög kisbetűk jelölik. Minimális mértékben héber és cirill betűket is alkalmaztam. Az indexek általában latin vagy görög kisbetűk, ritkán számok. A betűk felső indexe nem hatványozást jelent, csupán azonosításra szolgál, hatványozás csak számjegy alappal fordul elő a dolgozatban, és arra is külön felhívom a figyelmet. A betűk lehetőség szerint a fogalom angol nyelvű elnevezésére, vagy arra emlékeztető szavakra utalnak, illetve a szokásos matematikai használatot követik. Indexként szerepel még néhány megadott speciális rövidítés is.

A	alaphalmaz: eladói azonosítók (all sellers)
B	logisztikai ajánlatok halmaza (bids' set)
C	összegzett költség (cost)
D	tartomány (domain)
E	metszéspontok száma (<i>encounter</i>)
F	fix költség (fixed cost)
G	járatok száma (<i>go</i>)
H	rakodási, kezelési fajlagos költség (handling cost)
I	befektetés (investment)
J	egy eladótól indítható járatok maximális száma
K	forgóeszköz-lekötési faktor (capital tying factor)
L	Logisztikai szolgáltatók száma (Logistics provider)
M	Eladók száma
M()	Valószínűségi változó várható értéke
N	Termékfeleségek száma
O	Eladói ajánlat (offer)
P	Termék ára (price)
P()	Hatványhalmaz (power set)
Q	Termék mennyisége (quantity)
R	Bevétel (revenue)
S	Eladók részhalmaza (sellers' subset)
T	Időpont (time)
U	Felső határ értéke (upper bound)
V	Változó költség (variable cost)
W	Telephely, raktár (warehouse)
X	bináris változó
Y	bináris változó
Z	Szállítójármű kapacitása
a	index: adminisztratív (administrative)
b	index: vevői (buyer's)
c	konstans (constant)
d	távolság (distance)
e	index: első, legkorábbi (earliest)
f	célfüggvény (function)

g	segédfüggvény
h	index: kezelési (handling)
i	index: termék azonosítója
j	index: járat azonosítója
k	index: eladó azonosítója
l	index: logisztikai szolgáltató azonosítója
m	egész szám
n	egész szám
o	index: kimenő (outgoing)
p	index: vásárlási (purchasing)
q	mennyiség (quantity)
r	maradék (residue)
s	index: eladási/eladói (selling/seller's)
t	időtartam (time)
u	index: utolsó legfelső (upper)
v	index: mennyiségi kedvezmény kategória (volume discount)
x	segédváltozó
y	segédváltozó
z	segédváltozó
w	index: raktározási (warehousing)
Δ	árcsökkentő kedvezmény (%)
Φ	egységrakomány típusa
Γ	szállítási útvonal az eladók kombinációjával megadva
ϑ	valószínűségi változó
Λ	logisztikai ajánlatok halmaza
Π	beszerzési tranzakciók halmaza
Θ	várható érték alsó becslése
Σ	képletben a szokásos módon összegzést jelöl, de lehet index: összes
Ω	mennyiségi kedvezmény kategóriák száma
Ξ	összvásárlási kedvezmény kategória összeghatára
Ψ	várható érték felső becslése
α	index: aszinkron gyűjtőjárat
β	index: bemenő szinkron gyűjtőjárat
χ	gyűjtőjárat csomópontok száma
δ	rakodási igény bináris formában (igen/nem)
ε	tolerancia
γ	index: kimenő járat
η	valószínűségi változó
φ	termék jellege
ι	index: bemenő (incoming)
κ	index: tőke (capital)
λ	index: logisztikai (logistical)
μ	index: összvásárlási kedvezmény kategória
Γ	útvonal földrajzi jellege

π	index: termékre vonatkozó (product)
ϑ	valószínűségi változó
ρ	rakodási technológia
σ	index: szinkron gyűjtőjárat
$\sigma()$	valószínűségi változó szórása
τ	index: szállítási (transportation)
υ	változók száma
ω	fajlagos raktározási költség
ξ	valószínűségi változó
ψ	profit
ζ	járműtípus
$\aleph$	Vevői ajánlatkérés
$\Re$	Valós szám
$\aleph$	Allokáció eredménye általánosan

Speciális indexek:

min: minimális érték

max: maximális érték

opt: optimális érték

Rövidítések:

ME-ALT:	Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszéke
EMMIL:	Logisztikával integrált elektronikus piactér (E-Marketplace Model Integrated with Logistics)
EMMIL.BM:	Logisztikával integrált elektronikus piactér, vevőközpontú modell (E-Marketplace Model Integrated with Logistics, Buyer-oriented Model)
EMMIL.SM:	Logisztikával integrált elektronikus piactér, eladóközpontú modell (E-Marketplace Model Integrated with Logistics, Seller-oriented Model)
EMMIL.IM:	Logisztikával integrált elektronikus piactér, közvetítői modell (E-Marketplace Model Integrated with Logistics, Intermediary Model)
LSZ:	logisztikai szolgáltató
B2B:	vállalatok közötti (Business-to-Business)
CPFR:	Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment
EDI:	Electronic Data Interchange
ERP:	integrált vállalatirányítási rendszer (Enterprise Resource Planning)
JIT:	percre kész beszállítási rendszer (Just-In-Time)
LP:	Lineáris programozás
IP:	Egészértékű programozás (Integer Programming)
MIP:	Vegyes egészértékű programozás (Mixed Integer Programming)
SCC:	Supply-Chain Council
SCOR:	Supply Chain Operations Reference-model
VICS:	Voluntary Interindustry Commerce Standards

Egyéb jelek:

- $\lceil \rceil$ Felső egész rész függvény
- $\lvert \rvert$ Abszolút érték

11. Irodalomjegyzék

11.1 Saját publikációk

- [A1] Kacsukné, B. L., J. Cselényi: Cost considerations of the EMMIL E-Marketplaces, Bányai T, Cselényi J. (szerk.): Logistics Networks – Models, Methods and Applications c. könyvben: pp. 235-248. Miskolci Egyetem, Miskolc 2005
- [A2] Livia Kacsukné Bruckner-Tamás Kiss: Integrating Logistics with E-Marketplaces Using Grid Technology Annales of IBS, Nemzetközi Üzleti Főiskola, Budapest 2005 (előkészületben)
- [A3] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: Principles and Algorithms of EMMIL Marketplaces, IEEE Conference on E-Commerce 2005 pp. 426-430. München 2005 július 19.-22.
- [A4] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Gábor Hermann: On the Algorithms of the Grid-Based EMMIL E-Marketplace Model, Mipro International Conference Opatija, pp. 253-258. 2005 Május 30.-Június 06.
- [A5] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: On the Optimisation Problems of Emmil Marketplaces, MicroCAD International Conference pp. 257-272. Harkov, 2005. Május 19. – 20.
- [A6] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: Cost Models of E-Marketplaces Integrated with Logistics, MicroCAD International Conference, Miskolc, 2005 Március 10-11. (megjelenés alatt)
- [A7] Dr. Livia K. Bruckner – Tamás Kiss: Using Grid-technology to Implement an e-Marketplace Integrated with Logistics Dapsys 2004 International Conference pp.155-163 Budapest, 2004
- [A8] Kacsukné dr. Bruckner Livia: Grid alapú, logisztikával integrált elektronikus piactér modellje, Vezetéstudomány, XXXV/12. pp. 31.-40. BKÁE Vezetőképző Intézet Budapest 2004.
- [A9] Dr. Livia K. Bruckner A Grid-Based e-Marketplace Model Integrated with Logistics, Mipro International Conference pp. 241-244. Opatija, 2004.
- [A10] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: E-Marketplace Model Integrated with Logistics, MicroCAD International Conference, Supplementary Volume pp. 37-42. Miskolc 2004.
- [A11] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: Ways to Solve Logistical Problems Using Distributed Systems pp. 21-27. MicroCAD International Conference Miskolc, 2003.
- [A12] Dr. Livia Kacsukné Bruckner - Prof. Dr. József Cselényi: A Distributed Model for Scheduling Multi-Product, Multi-Stage Integrated Production-Logistics Systems Aiming at Lead Time Optimisation, WESIC International Conference pp. 551-558 Miskolc, 2003
- [A13] Kacsukné Bruckner Livia - Kiss Tamás: Az elektronikus kereskedelem oktatása a Nemzetközi Üzleti Főiskolán, Informatika a felsőoktatásban országos konferencia, Debrecen 2002.
- [A14] Kacsukné Bruckner Livia – Kiss Tamás: Bevezetés az üzleti informatikába, Akadémiai Kiadó ISBN 9630576449, Budapest 1999, 2001

- [A15] Alan E. Middleditch, Livia Bruckner: Efficient Hidden Line Elimination for Set-theoretic Volume Models International Conference on Manufacturing Automation pp. 36-41. Hong Kong, 1992.
- [A16] L.K. Bruckner, B. Gaál: On Geometrical Problems of Automatic Glass Grinding (abstract) Computer Aided Design (Volume 18, Number 7. p. 390-391.) IPC Science and Technology Press Guilford, 1986
- [A17] L. K. Bruckner, B. Gaál: On Geometrical Problems of Automatic Grass Grinding published in: Knowledge Engineering and Computer Modelling in CAD: Proceedings of CAD86, the Seventh International Conference on the Computer as a Design Tool, London, 2-5 September 1986, Organized by the Journal Computer-Aided Design, pp. 78-88. ISBN:0408008245 Butterworth London 1986
- [A18] Kacsukné Bruckner Livia: Bonyolult geometriájú felületek 2.5D megmunkálása (BME doktori értekezés) MTA SZTAKI Tanulmányok 176/1985 Budapest, 1985.
- [A19] L.K. Bruckner, B. Gaál: 5D Grinding of Glass Patterns, Papers of the Fourth Joint Anglo-Hungarian Seminar on Geometric Modelling, pp. 277-299. Budapest, 1985.
- [A20] B. Gaál, L.K. Bruckner, T. Várady: The FFS (Free -Form Shapes) in Practice, Papers of the Third Joint Anglo-Hungarian Seminar on Geometric Modelling, pp. 1-29. Cambridge, 1983.
- [A21] L.K. Bruckner: Geometric Algorithms for 2.5 D Roughing of Sculptured Surfaces, Papers of a Joint Anglo-Hungarian Seminar on Geometric Modelling, pp. 1-19. Budapest, 1982.
- [A22] L.K. Bruckner: On the Garden-of-Eden Problem for One-dimensional Cellular Automata, Acta Cybernetica (Volume 4. Number 3. pp. 259-262.) Szeged, 1979

11.2 Felhasznált irodalom

- [B1] Anderson D. R., Sweeney D., J., Williams T.A.: An Introduction to Management Science, West, 1991
- [B2] Arntzen, Bruce C., Brown, Gerald G., Harrison Terry P, and Trafton Linda L., Global Supply Chain Management at Digital Equipment Corporation, INTERFACES, 1995. 25: 69-93.
- [B3] Baldwin, C., Clark, K. B., Magretta, J. Dyer, J. H. Fisher, M., Fites, D. V. : Harvard Business Review on Managing the Value Chain (A Harvard Business Review Paperback), Harvard Business School Press (February 1, 2000)
- [B4] Ballou R.H.: Business logistics management: planning, organizing and controlling the supply chain. Prentice-Hall, 1999
- [B5] Bányai T., Cselényi J. (szerkesztők): Logistics Networks – Models, Methods and Applications Miskolci Egyetem, Miskolc 2005
- [B6] Bányai T., Cselényi J. (szerkesztők): Modelling and Optimisation of Logistics Systems, Theory and Practice I., Miskolci Egyetem, 1999.
- [B7] Bányai T., Cselényi J.: Modelling and optimization of logistic systems II. Theory and practice. ISBN 963 661 510 1, Miskolc, 2001.
- [B8] Barnhart, C., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., Savelsbergh, M.W.F., and Vance, P.H.: "Branch-and- Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs," Operations Research, Vol. 46, No. 3, pp. 316-329, May-June 1998
- [B9] Beamon, Benita M. (1998). "Supply Chain Design and Analysis: Models and Methods", International Journal of Production Economics, Vol. 55, No. 3, pp. 281-294

- [B10] Beamon, Benita M. and Victoria C.P. Chen (2001). "Performance Analysis of Conjoined Supply Chains", International Journal of Production Research, Vol. 39, No. 14, pp. 3195-3218
- [B11] Bertsekas, D.P.: The Auction Algorithm, A Distributed Relaxation Method for the Assignment Problem, Annals of Operation Research, 1988, Vol. 14, pp. 105-124.
- [B12] Bichler M., Kaukal M., and. Segev A, "Multi-attribute auctions for electronic procurement" in Proceedings of the First IBM IAC Workshop on Internet Based Negotiation Technologies, Yorktown Heights, NY, USA, 1999.
- [B13] Bichler, Martin, "A Roadmap to Auction-based Negotiation Protocols for Electronic Commerce", In: Proceedings of the 33th Hawai'i International Conference on Systems Sciences (HICSS), Maui, Hawaii; January 4 - 7, 2000
- [B14] Bowersox Donald J., Closs David J, Logistical Management: The Integrated Supply Chains Process, McGraw-Hill, New, NY, 1996.
- [B15] Brazier, E. R. (2001): Delivering Liquidity: Intermediaries Gain New Respect, @Markets Magazine 2001. 02. 01. pp. 20-24.
- [B16] Cachon, G.P. and P.H. Zipkin, 1997. Competitive and Cooperative Inventory Policies in a Two-Stage Supply Chain, Fuqua School of Business, Duke University.
- [B17] Censor, Y.- Zenios, S.A.: Parallel Optimization: Theory, Algorithms, and Applications, Oxford University Press, 1997
- [B18] Chandrashekar T. S., Narahari Y., Charles H. Rosa, Devadatta Kulkarni, and Jeffrey D. Tew: "Auction Based Mechanisms for Electronic Procurement"
<http://lcm.csa.iisc.ernet.in/hari/survey/chandra-procure.pdf> downloaded 2nd February 2005
- [B19] Chen R. R., Janakiraman G., Robin R., and Zhang R. Q., "Efficient auctions for supply chain procurement", Johnson Graduate School of Management, Cornell University, Ithaca, NY, Tech. Rep., 2002.
- [B20] Chikán Attila - Demeter Krisztina: Értékteremtő folyamatok menedzsmentje, Aula kiadó 1999
- [B21] Childerhouse, P., Disney, M., Towill, D.R.: Tailored toolkit to enable seamless supply chains. International Journal of Production Research; 9/1/2004, Vol. 42 Issue 17, pp 327-347.
- [B22] Christy, David P. and John R. Grout, 1994. Safeguarding Supply Chain Relationships, International Journal of Production Economics, 36: pp 233-242.
- [B23] Cohen, Morris A. and Hau L. Lee, 1988. Strategic Analysis of Integrated Production-Distribution Systems: Models and Methods, Operations Research, 36(2): 216-228.
- [B24] Coyle, J., Bardi, E., Langley. J. (1996) The Management of Business Logistics, West Publishing Company
- [B25] Cselényi J., Bányai Á., Vernyik A.: Optimisation of an integrated supply and assembly schedule. 12th International IPSERA Conference 2003. Budapest. pp 549-556
- [B26] Cselényi J., Bányai T., Modelling of Stochastic Part Ordering system Served by Mobile Robots, Proceedings of Conference on Intelligent Assembly and Disassembly I98 (IFAC), Ljubjana, 1998, pp. 101-106.
- [B27] Cselényi J., Bányainé Tóth Á.: A késleltetett összeszerelés logisztikai láncának modellezése. Logisztikai évkönyv. 2001 pp.19-28.
- [B28] Cselényi J., Bányainé Tóth Á.: Elektronikus kereskedelem a logisztikában, COMPAQ – Vállalati beszerzési rendszerek CD, Budapest 2000.

- [B29] Cselényi J., Bányainé Tóth Á.: Virtuális logisztikai vállalatok és klaszterek a beszállítói tevékenység támogatására.. Innovatív Termékek és Konferenciák Kiadványa, pp 157-163. Miskolci Egyetem 2002.
- [B30] Cselényi J., Illés B.: A beszerzési logisztika folyamata, tervezésének és működtetésének stratégiai Transpack 2003. II. evf. 3.sz.
- [B31] Cselényi J., Illés B.: Anyagáramlási rendszerek tervezése és irányítása I., Miskolci Egyetem, Miskolc, 2004
- [B32] Cselényi J.,: A virtuális vállalatok logisztikájának alapjai. MicroCad System '98, Miskolc, 1998. február 25-26.
- [B33] Cselényi J., Illés B.: Examination of logistic parameters with an influence on cost efficiency in delayed (relocated) assembly. European Integration Studies. Miskolc Vol. 2. Number 1. (2003) pp 143-153.
- [B34] Cselényi J., Tóth T.: Hálózatszerűen működő logisztikával integrált termék összeszerelést végző rendszer optimalizálására szolgáló matematikai modell. Gépgyártás. XLI. évf. 7-8 szám. pp. 51-61.
- [B35] Cselényi J., Tóth T.: Mathematical Model for Optimization of a Product Assembly system Integrated by Logistics and Operating in a Network-Like Way. Proc. of WESIC 2001, University of Twente, The Netherlands, 27-29 June 2001. pp. 81-92.
- [B36] Cselényi J., Tóth T.: Some question of logistics in the case of holonic production systems. Journal of Intelligent Manufacturing (1998) 9. pp. 113-118.
- [B37] Cselényi József, Kerepeszki István: Model and concept of method, as well as steps of creation of virtual logistics network for supporting small and medium size enterprises, Miskolcér Gespreche 2003, pp. 35-44.
- [B38] Cselényi József, VERNYIK Attila: Structure of Virtual Companies, in Modelling and Optimisation of Logistic Systems, edited by Cselényi J., Bányai T., University of Miskolc, 1999, pp. 51-57.
- [B39] Cselényi József, VERNYIK Attila: Virtuális vállalatok tervezésére szolgáló matematikai modellek, Logisztika a felsőfokú szakképzésben I.(Szerkesztette: Turcsányi Károly), pp. 77.-89.
- [B40] Cselényi József: Virtuális vállalatok logisztikájának alapjai, Gép, II. évfolyam, 1998, 4-5. Szám pp. 29-35.
- [B41] Daganzo, C. F., Erera, A. L.: On Planning and Design of Logistics Systems for Uncertain Environments. University of California, Berkeley January 5, 1999
- [B42] Dang V. and N. Jennings, "Optimal clearing algorithms for multi-unit single-item and multi-unit combinatorial auctions with demand-supply function bidding", Dept of Electronics and Computer Science, University of Southampton, UK, Tech. Rep., 2003.
- [B43] Davenport, A. and J. Kalagnanam, "Price negotiations for direct procurement", IBM Research, Yorktown Heights, NJ, USA, Research Report RC 22078, 2001.
- [B44] Deitel H. M., Deitel P. J., Steinbuhler K.: e-Business and e-Commerce for Managers, Prentice Hall, 2001
- [B45] Dong, M. (2001), Process Modeling, Performance Analysis and Configuration Simulation in Integrated Supply Chain Network Design, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, U.S.
- [B46] Drury, C. Management and Cost Accounting, 5th Int. ed. Thomson, 2000.

- [B47] Eso M., Ghosh S., Kalagnanam J., and L. Ladanyi, "Bid evaluation in procurement auctions with piece-wise linear supply curves", IBMResearch, Yorktown Heights, NJ, USA, Research Report RC 22219, 2001.
- [B48] Ettl, M., Feigin, G.E., Lin, G.Y., and Yao, D.D., (2000), A Supply Network Model with Base-Stock Control and Service Requirements, *Operations Research*, 48, pp.216-232.
- [B49] Faisal Hoque: *E-Enterprise : Business Models, Architecture and Components (Breakthroughs in Application Development)* (Cambridge University Press, 2000)
- [B50] Futó Iván (szerk): *Mesterséges intelligencia*, Aula, 1999
- [B51] Gallagher, J.M. (2002) "E-Commerce and the Undulating Distribution Channel" *Communications of the Association for Computing Machinery (CACM)*, Vol. 45, No. 7. July 2002, pp. 89-95.
- [B52] Garg, A., (1999), An Application of Designing Products and Processes for Supply Chain Management, *IIE Transactions*, 31, pp. 417-429
- [B53] Gonen R. and D. Lehmann, "Optimal solutions for multi-unit combinatorial auctions: Branch and bound heuristics", in *Proceedings of ACM Conference on Electronic Commerce (EC-00)*, 2000, pp. 13-20.
- [B54] Gubán Ákos, Cselényi József: *Mathematical model and phase algorithms of the production control integrated by logistics of delayed assembling plants, Modelling and optimisation of logistic system*, Miskolc, 2001, pp. 7-59.
- [B55] Gubán Ákos: *Késleltetett összeszerelő üzemek termelésirányításának matematikai modellje és heurisztikus módszerei*, PhD Értekezés, Miskolci Egyetem 2004.
- [B56] Gubán M., Cselényi J., Vadász D.: *Comparing method of mathematical programming and heuristic method to establish delayed assembly plants oriented by logistics and examination of these methods*. 4th Workshop on European Scientific and Industrial Collaboration pp. 87- 94. Miskolc 2003. May 28-30.
- [B57] Gubán Miklós: *Késleltetett összeszerelő üzemek logisztika orientált telepítésére szolgáló matematikai modellek és módszerek fejlesztése globalizált termelés esetén*. PhD Értekezés, Miskolci Egyetem 2004.
- [B58] Hanfield, R., B., Nichols, E.L. *Supply Chain Redesign: Transforming Supply Chains into Integrated Value Systems*, Financial Times Prentice Hall; 1st edition (August 22, 2002)
- [B59] Hillier, F. S. – Lieberman G., J.: *Bevezetés az Operációkutatásba*. LSI Oktatóközpont. Budapest 1994.
- [B60] Hines, P.: *Value Stream Management: Strategy and Excellence in the Supply Chain*, Financial Times Prentice Hall; 1st edition (March 7, 2000)
- [B61] Hohner G., J. Rich, E. Ng, G. Reid, A. J. Davenport, J. R. Kalagnanam, S. H. Lee, and C. An, "Combinatorial and quantity discount procurement auctions benefit Mars, incorporated and its suppliers" *INTERFACES*, vol. 33, no. 1, pp. 23-35, 2003.
- [B62] Horst R. and Pardalos P.M. (eds.), *Handbook of Global Optimization*, Kluwer, Dordrecht 1995.
- [B63] Kalagnanam J., Parkes D., "Auctions, bidding, and exchange design" in *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis, Modeling in the e-Business Era*, Simchi-Levi, D. Wu, Shen, Eds. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [B64] Kerepeszki I., Cselényi J.: *Structural Foundation of Virtual Logistics Systems for Optimal Operation of Supply Networks*, 4th Workshop on European Scientific and Industrial Collaboration pp. 195-203. Miskolc 2003. May 28-30.

- [B65] Klemperer P., "Auction theory: A guide to the literature", Journal of Economic Surveys, pp. 227-286, 1999
- [B66] Krajewski, L., J., Ritzman, L., P.: Operations Management: Processes and Value Chains, Prentice Hall; 7th edition (February 1, 2004)
- [B67] Krishna V., Auction Theory. Academic Press, 2002.
- [B68] Lee, H.L. and Billington, C., (1993), Material Management in Decentralized Supply Chain., Operations Research 41: pp. 835-847
- [B69] Lee, Hau L. and Corey Billington, 1992. Managing Supply Chain Inventory: Pitfalls and Opportunities, Sloan Management Review, Spring, pp. 65-73.
- [B70] Lee, Hau L. and Edward Feitzinger, 1995. Product Configuration and Postponement for Supply Chain Efficiency, Institute of Industrial Engineers, Fourth Industrial Engineering Research Conference Proceedings, pp. 43-48.
- [B71] Lee, Hau L., Corey Billington, and Brent Carter, 1993. Hewlett-Packard Gains Control of Inventory and Service through Design for Localization, INTERFACES, 23(4): 1-11.
- [B72] Lee, Hau L., V. Padmanabhan, and Seungjin Whang, 1997. Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect, Management Science, 43(4): 546-558.
- [B73] Lieb, R.C., Bentz, B. A. (2003) "Third Party Logistics Update" :Annual U.S. User and Provider Surveys [2003 Council of Logistics Management Annual Meeting 3PL Presentation](#)
- [B74] Monostori, L.; Haidegger, G.; Váncza, J.; Viharos, Zs. J.; Digital Enterprises: A national project in Hungary; 1st CIRP(UK) International Seminar on Digital Enterprise Technology, DET02; Durham, UK, 16-17th September, 2002, pp. 269-272.
- [B75] McAfee R. and J. McMillan, "Auctions and bidding" Journal of Economic Literature, vol. 25, pp. 699-738, 1987.
- [B76] Milgrom P., Putting Auction Theory to Work. Cambridge University Press, 2004.
- [B77] Nagy Tamás: Operációkutatás, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 1998
- [B78] Oliver, K. Tim Laseter Anne Chung Dain Black (2002) End Game http://www.bah.de/content/downloads/logistics_endgame.pdf
- [B79] Papadimitriou, C., H., Steiglitz, K.: Combinatorial Optimization : Algorithms and Complexity Dover Publications; Unabridged edition (July 7, 1998)
- [B80] Parker,B. (2003) "Total Cost of Relationship Should Drive Collaboration Strategies - Return on Relationship Revisited" AMR Research, July 2003. www.amrresearch.com/content
- [B81] Paul Timmers, J. J. Timmers: Electronic Commerce: Strategies and Models for Business-to-Business Trading (Wiley & Sons, 2000)
- [B82] Prezenszki József (szerkesztő): Logisztika II (Logisztikai Fejlesztési Központ, 2002)
- [B83] Pyke, David F. and Morris A. Cohen, 1993. Performance Characteristics of Stochastic Integrated Production-Distribution Systems, European Journal of Operational Research, 68(1): 23-48.
- [B84] Pyke, David F. and Morris A. Cohen, 1994. Multi-product Integrated Production-Distribution Systems, European Journal of Operational Research, 74(1): 18-49.
- [B85] R. Kalakota, M. Robinson, D. Tapscott: E-Business: Roadmap for Success (Addison-Wesley Information Technology Series) (Addison Wesley, 1999)
- [B86] Rai Open Courseware (2004): International Logistics Management lecture notes, Rai University, Delhi, India

http://rcw.raiuiversity.edu/management/mba/Int_Logisticsmanagement/lecture-notes/lecture-09.pdf

- [B87] Rothkopf A. P., M. H. and R. Harstad, "Computationally manageable combinatorial auctions", *Management Science*, vol. 44, pp. 1131-1147, 1998.
- [B88] Sadeh, N. Hildum, D. Kjenstad, D. & Tseng, A., (2001) "MASCOT: An Agent-Based Architecture for Dynamic Supply Chain Creation and Coordination", *Production Planning & Control*. Volume 12, No.3, pp. 212-223.
- [B89] Sandholm T., "An algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions", *Artificial Intelligence*, vol. 135, no. 1, pp. 1-54, 2002.
- [B90] Sandholm, T. and S. Suri, "Bob: Improved winner determination in combinatorial auctions and generalizations", *Artificial Intelligence*, vol. 145, pp. 33-58, 2003.
- [B91] Santos, E., Jr., Zhang, F., & Luh, P. B. (2001) *Multi-Agent Logistics Management*, *Proceedings of the International Conference on Internet Computing (IC '2001)*, pp. 240-246, Las Vegas, NV
- [B92] Sebestyén, L. (2003) *A legnagyobb árbevételű hazai vállalatok logisztikai működése*, EU Working Papers 1/2003, Logisztikai Fejlesztési Központ, Budapest
- [B93] Simchi-Levi, D. Wu, Shen, Eds.: *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis, Modeling in the e-Business Era*, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [B94] Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., Simchi-Levi, E.: *Designing and Managing the Supply Chain* Irwin McGraw-Hill, 2000
- [B95] Szalai P. I.: *Nemzetközi elektronikus könyvesbolt logisztikai rendszerének kidolgozása*, Témavezető: Dr. Cselényi József, Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki Kar Kiegészítő Műszaki Informatika Szak, Termelési folyamatok informatikája szakirány, Logisztikai szakismereti blokk Diplomaterv 2001.
- [B96] Svoronos, Antony and Paul Zipkin, 1991. *Evaluation of One-for-One Replenishment Policies for Multiechelon Inventory Systems*, *Management Science*, 37(1): 68-83.
- [B97] Swaminathan J. M., Smith S. F., Sadeh Norman M. *Modeling Supply Chain Dynamics: A Multiagent Approach*, *Decision Sciences* April 1997.
- [B98] Szegedi Z., Prezenszki J. : *Logisztikai menedzsment*, Kossuth, Budapest, 2003.
- [B99] Tokodi J.: *Az elektronikus kereskedelem alkalmazása a logisztikában*. *Logisztikai Évkönyv*, 2000. Magyar Közlekedési Kiadó, Budapest. pp. 129-139
- [B100] Towill, D.R., 1991. *Supply Chain Dynamics*, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 4(4): 197-208.
- [B101] Towill, D.R., M.M. Naim, and J. Wikner, 1992. *Industrial Dynamics Simulation Models in the Design of Supply Chains*, *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 22(5): 3-13.
- [B102] Towill, Denis R., 1996. *Time Compression and Supply Chain Management – A Guided Tour*, *Supply Chain Management*, 1(1): 15-27.
- [B103] Turban, E, Lee, J., King, D. H., Chung, M. (2002): *Electronic Commerce: A Managerial Perspective*, New Jersey: Pearson Education Limited
- [B104] Vickrey W.: "Counter speculation, auctions, and competitive sealed tender" *Journal of Finance*, vol. 16, pp. 8-37, 1961.
- [B105] Vries de S. and Vohra R. V., "Combinatorial auctions: A survey", *INFORMS Journal of Computing*, vol. 15, no. 1, 2003. (Downloaded from: www-lit.ma.tum.de)

- [B106] Wikner, J, D.R. Towill and M. Naim, 1991. Smoothing Supply Chain Dynamics, International Journal of Production Economics, 22(3): 231-248.
- [B107] Williams, Jack F., 1983. A Hybrid Algorithm for Simultaneous Scheduling of Production and Distribution in Multi-Echelon Structures, Management Science, 29(1): 77-92.
- [B108] Winston, Wayne L. : Operációkutatás. Módszerek és alkalmazások I-II. Aula 2003.
- [B109] Zeng Daniel D., Cox James C., Dror Moshe: Coordination of Purchasing and Bidding Activities Across Markets” Proceedings of the Hawai’i International Conference on System Sciences, January 5-8., 2004, Big Island, Hawaii.
- [B110] www.supply-chain.org
- [B111] www.cpfr.org

11.3 Követő kutatások publikációi

- [C1] Cselényi J., Illés B.: Elektronikus piactér alkalmazásának lehetősége szervizek elfekvő készleteinek értékesítésére, Országos Karbantartási és Munkabiztonsági Konferencia 2004 Nyíregyháza, június 23.-25.
- [C2] Mészáros Ferenc: Logisztikával integrált elektronikus piactér alkalmazásának lehetősége szervizek elfekvő készleteinek értékesítésére, Diplomamunka, Témavezető: Dr. Cselényi József, Miskolci Egyetem Gépészmérnöki Kar, Mérnök - Menedzser Szak, 2005 június.

Mellékletek

1. sz. melléklet

Legjobb logisztikai szolgáltató kiválasztása egy eladótól menő vonaljáratra

2. sz. melléklet

Az EMMIL.BM optimalizáló modell EXCEL implementáció munkalapjának formulái

3. sz. melléklet

EXCEL Solver beállítások az EMMIL.BM optimalizáló modell implementációjához

4. sz. Melléklet

Gazdaságossági számítások: Az EMMIL és az Ároptimál modellek összehasonlítása

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

A táblázatok bal felső sarkában látható kísérletben rögzített paraméterek:

H: Arány: (H= Fszórás / Z közép / V szórás: 1

Járművek maximális száma: 5

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

A táblázatok bal felső sarkában látható kísérletben rögzített paraméterek:

H: Arány: (H= Fszórás / Z közép / V szórás: 2

A táblázatok különböző maggal készült véletlen számok generálásával készültek
Ismétlések száma: 10

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

A táblázatok bal felső sarkában látható kísérletben rögzített paraméterek:

H: Arány: (H= Fszórás / Z közép / V szórás: 10

Járművek maximális száma: 5

A táblázatok különböző maggal készült véletlen számok generálásával készültek
Ismétlések száma: 10

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

2. sz. Melléklet

Az EMMIL.BM optimalizáló modell EXCEL implementáció munkalapjának formulái

	A	B	C	D	E
1	Standard normalis random				
2	Random alapértékek 0-1 között				
3	T1	T2	T3	T4	T5
4	-0.300232159133884	-1.2776831681	0.24425730771	1.27647354020	1.19835021905
5					
6					
7					
8	-1.43299075716641	0.31402578315	0.20534116629	0.49548361857	1.73313310369
9					
10					
11					
12	0.549237029190408	-1.8226182874	-0.3451214070	1.76021330844	-2.1835876395
13					
14					
15					
16	0.858019575389335	0.03278501026	0.44887315198	-0.9741825124	0.24425730771
17					
18					
19					
20	-0.885313511389541	1.51865606312	-0.5507502010	1.02085778053	-0.3002321591
21					
22					
23					
24	0.427903614763636	-1.0518783710	0.49808022595	0.40570739656	1.27647354020
25					
26					
27					
28	-1.13869646156672	0.35113657759	0.76753622124	0.37532458918	-0.2341812432
29					
30					
31					
32	-1.80047203836147	0.07185576578	1.45380454341	-0.3259424374	-1.2776831681

	F	G	H	I	J	K
1		Unif		P1	Q1	P2
2			Középár	60		80
3	V	F	Szórás	3		3
4	1.84395355265	-1.0336952982	1. Eladó	=I\$2+I\$3*A4	0	=\$K\$2+\$K\$3*B4
5		-0.6477193892		=I4	0	=K4
6		-0.2403976395		=I5	0	=K5
7		0.26749717108		=I6	0	=K6
8	-1.9027720554	-0.1662670001	2. Eladó	=I\$2+I\$3*A8	0	=\$K\$2+\$K\$3*B8
9		-1.2188343134		=I8	0	=K8
10		0.61892478697		=I9	0	=K9
11		2.17781234823		=I10	0	=K10
12	0.65452695707	-0.9964310265	3. Eladó	=I\$2+I\$3*A12	0	=\$K\$2+\$K\$3*B12
13		-0.0050113158		=I12	0	=K12
14		-0.2326089543		=I13	0	=K13
15		1.14486283564		=I14	0	=K14
16	-0.5723347840	-0.0697855284	4. Eladó	=I\$2+I\$3*A16	0	=\$K\$2+\$K\$3*B16
17		-0.1527860149		=I16	0	=K16
18		0.00837644620		=I17	0	=K17
19		-0.9916675480		=I18	0	=K18
20	0.06273126018	1.30050921143	5. Eladó	=I\$2+I\$3*A20	0	=\$K\$2+\$K\$3*B20
21		-0.6999425750		=I20	0	=K20
22		1.25449560073		=I21	0	=K21
23		-0.4622813776		=I22	0	=K22
24	-0.3164370809	-0.8399217676	6. Eladó	=I\$2+I\$3*A24	0	=\$K\$2+\$K\$3*B24
25		0.34341724131		=I24	0	=K24
26		2.17372871702		=I25	0	=K25
27		1.24480720842		=I26	0	=K26
28	-1.7829916032	-1.8198079487	7. Eladó	=I\$2+I\$3*A28	0	=\$K\$2+\$K\$3*B28
29		-0.6092250259		=I28	0	=K28
30		-0.4978210199		=I29	30	=K29
31		-0.6269124241		=I30	0	=K30
32	1.32238255901	0.63821858020	8. Eladó	=I\$2+I\$3*A32	0	=\$K\$2+\$K\$3*B32
33				=I32	0	=K32
34				=I33	0	=K33
35				=I34	0	=K34

	L	M	N
1	Q2	P3	Q3
2		150	
3		4	
4	0	=\$M\$2+\$M\$3*C4	0
5	0	=M4	0
6	0	=M5	0
7	0	=M6	0
8	0	=\$M\$2+\$M\$3*C8	0
9	0	=M8	0
10	0	=M9	0
11	0	=M10	0
12	0	=\$M\$2+\$M\$3*C12	0
13	0	=M12	0
14	0	=M13	0
15	0	=M14	0
16	0	=\$M\$2+\$M\$3*C16	0
17	0	=M16	0
18	0	=M17	0
19	0	=M18	0
20	0	=\$M\$2+\$M\$3*C20	0
21	0	=M20	0
22	0	=M21	0
23	0	=M22	0
24	0	=\$M\$2+\$M\$3*C24	0
25	0	=M24	0
26	0	=M25	0
27	0	=M26	0
28	0	=\$M\$2+\$M\$3*C28	0
29	0	=M28	0
30	50	=M29	90
31	0	=M30	0
32	0	=\$M\$2+\$M\$3*C32	0
33	0	=M32	0
34	0	=M33	0
35	0	=M34	0

	H	I	J	K
36	Q vett		=SUM(J4:J35)	
37	Q Igény		30	
38	Jármű k.	100	=CEILING(ROUND(J37/\$I\$38,3),1)	
39	1. Ea.		=SUM(J4:J7)	
40	Max készlet		500	
41	2. Ea.		=SUM(J8:J11)	
42	Max készlet		500	
43	3. Ea.		=SUM(J12:J15)	
44	Max készlet		500	
45	4. Ea		=SUM(J16:J19)	
46	Max készlet		500	
47	5. Ea		=SUM(J20:J23)	
48	Max készlet		500	
49	6. Ea		=SUM(J24:J27)	
50	Max készlet		500	
51	7. Ea.		=SUM(J28:J31)	
52	Max készlet		500	
53	8. Ea.		=SUM(J32:J35)	
54	Max készlet		500	

	L	M	N
36	=SUM(L4:L35)		=SUM(N4:N35)
37	50		90
38	=CEILING(ROUND(L37/\$I\$38,3),1)		=CEILING(ROUND(N37/\$I\$38,3),1)
39	=SUM(L4:L7)		=SUM(N4:N7)
40	500		500
41	=SUM(L8:L11)		=SUM(N8:N11)
42	500		500
43	=SUM(L12:L15)		=SUM(N12:N15)
44	500		500
45	=SUM(L16:L19)		=SUM(N16:N19)
46	500		500
47	=SUM(L20:L23)		=SUM(N20:N23)
48	500		500
49	=SUM(L24:L27)		=SUM(N24:N27)
50	500		500
51	=SUM(L28:L31)		=SUM(N28:N31)
52	500		500
53	=SUM(L32:L35)		=SUM(N32:N35)
54	500		500

	O	P	Q
1	P4	Q4	P5
2	100		120
3	3		5
4	=O\$2+O\$3*D4	0	=Q\$2+Q\$3*E4
5	=O4	0	=Q4
6	=O5	0	=Q5
7	=O6	0	=Q6
8	=O\$2+O\$3*D8	0	=Q\$2+Q\$3*E8
9	=O8	0	=Q8
10	=O9	0	=Q9
11	=O10	0	=Q10
12	=O\$2+O\$3*D12	0	=Q\$2+Q\$3*E12
13	=O12	0	=Q12
14	=O13	0	=Q13
15	=O14	0	=Q14
16	=O\$2+O\$3*D16	0	=Q\$2+Q\$3*E16
17	=O16	0	=Q16
18	=O17	0	=Q17
19	=O18	0	=Q18
20	=O\$2+O\$3*D20	0	=Q\$2+Q\$3*E20
21	=O20	0	=Q20
22	=O21	0	=Q21
23	=O22	0	=Q22
24	=O\$2+O\$3*D24	0	=Q\$2+Q\$3*E24
25	=O24	0	=Q24
26	=O25	0	=Q25
27	=O26	0	=Q26
28	=O\$2+O\$3*D28	0	=Q\$2+Q\$3*E28
29	=O28	0	=Q28
30	=O29	120	=Q29
31	=O30	0	=Q30
32	=O\$2+O\$3*D32	0	=Q\$2+Q\$3*E32
33	=O32	0	=Q32
34	=O33	0	=Q33
35	=O34	0	=Q34

	R	S	T	U
1	Q5	SumQ	Limit	Y
2				
3				
4	0	=J4+L4+N4+P4+R4	0	0
5	0	=J5+L5+N5+P5+R5	=\$I\$38*(V5-1)+0.001	0
6	0	=J6+L6+N6+P6+R6	=\$I\$38*(V6-1)+0.001	0
7	0	=J7+L7+N7+P7+R7	=\$I\$38*(V7-1)+0.001	0
8	0	=J8+L8+N8+P8+R8	0	0
9	0	=J9+L9+N9+P9+R9	=\$I\$38*(V9-1)+0.001	0
10	0	=J10+L10+N10+P10+R10	=\$I\$38*(V10-1)+0.001	0
11	0	=J11+L11+N11+P11+R11	=\$I\$38*(V11-1)+0.001	0
12	0	=J12+L12+N12+P12+R12	0	0
13	200	=J13+L13+N13+P13+R13	=\$I\$38*(V13-1)+0.001	1
14	0	=J14+L14+N14+P14+R14	=\$I\$38*(V14-1)+0.001	0
15	0	=J15+L15+N15+P15+R15	=\$I\$38*(V15-1)+0.001	0
16	0	=J16+L16+N16+P16+R16	0	0
17	0	=J17+L17+N17+P17+R17	=\$I\$38*(V17-1)+0.001	0
18	0	=J18+L18+N18+P18+R18	=\$I\$38*(V18-1)+0.001	0
19	0	=J19+L19+N19+P19+R19	=\$I\$38*(V19-1)+0.001	0
20	0	=J20+L20+N20+P20+R20	0	0
21	0	=J21+L21+N21+P21+R21	=\$I\$38*(V21-1)+0.001	0
22	0	=J22+L22+N22+P22+R22	=\$I\$38*(V22-1)+0.001	0
23	0	=J23+L23+N23+P23+R23	=\$I\$38*(V23-1)+0.001	0
24	0	=J24+L24+N24+P24+R24	0	0
25	0	=J25+L25+N25+P25+R25	=\$I\$38*(V25-1)+0.001	0
26	0	=J26+L26+N26+P26+R26	=\$I\$38*(V26-1)+0.001	0
27	0	=J27+L27+N27+P27+R27	=\$I\$38*(V27-1)+0.001	0
28	0	=J28+L28+N28+P28+R28	0	0
29	0	=J29+L29+N29+P29+R29	=\$I\$38*(V29-1)+0.001	0
30	10	=J30+L30+N30+P30+R30	=\$I\$38*(V30-1)+0.001	1
31	0	=J31+L31+N31+P31+R31	=\$I\$38*(V31-1)+0.001	0
32	0	=J32+L32+N32+P32+R32	0	0
33	0	=J33+L33+N33+P33+R33	=\$I\$38*(V33-1)+0.001	0
34	0	=J34+L34+N34+P34+R34	=\$I\$38*(V34-1)+0.001	0
35	0	=J35+L35+N35+P35+R35	=\$I\$38*(V35-1)+0.001	0

	O	P	Q
36		=SUM(P4:P35)	
37		120	
38		=CEILING(ROUND(P37/\$I\$38,3),1)	
39		=SUM(P4:P7)	
40		500	
41		=SUM(P8:P11)	
42		500	
43		=SUM(P12:P15)	
44		500	
45		=SUM(P16:P19)	
46		500	
47		=SUM(P20:P23)	
48		500	
49		=SUM(P24:P27)	
50		500	
51		=SUM(P28:P31)	
52		500	
53		=SUM(P32:P35)	
54		500	

	R	S	T	U
36	=SUM(R4:R35)		Ea sz.	=SUM(U4:U35)
37	210	=SUM(J37:R37)	Min ea	2
38	=CEILING(ROUND(R37/\$I\$38,3),1)	=SUM(J38:R38)	Max ea	5
39	=SUM(R4:R7)			=SUM(U4:U7)
40	500			
41	=SUM(R8:R11)			=SUM(U8:U11)
42	500			
43	=SUM(R12:R15)			=SUM(U12:U15)
44	500			
45	=SUM(R16:R19)			=SUM(U16:U19)
46	500			
47	=SUM(R20:R23)			=SUM(U20:U23)
48	500			
49	=SUM(R24:R27)			=SUM(U24:U27)
50	500			
51	=SUM(R28:R31)			=SUM(U28:U31)
52	500			
53	=SUM(R32:R35)			=SUM(U32:U35)
54	500			

	V	W	X	Y
1	DB	F	V	C
2		1000	5	
3		200	2	
4	1	=W\$2+W\$3*G4	=X\$2+X\$3*F4	=V4*W4
5	2	=W4	=X4	=V5*W5
6	3	=W5	=X5	=V6*W6
7	4	=W6	=X6	=V7*W7
8	1	=W\$2+(W\$3-W\$2)*G8	=X\$2+X\$3*F8	=V8*W8
9	2	=W8	=X8	=V9*W9
10	3	=W9	=X9	=V10*W10
11	4	=W10	=X10	=V11*W11
12	1	=W\$2+W\$3*G12	=X\$2+X\$3*F12	=V12*W12
13	2	=W12	=X12	=V13*W13
14	3	=W13	=X13	=V14*W14
15	4	=W14	=X14	=V15*W15
16	1	=W\$2+W\$3*G16	=X\$2+X\$3*F16	=V16*W16
17	2	=W16	=X16	=V17*W17
18	3	=W17	=X17	=V18*W18
19	4	=W18	=X18	=V19*W19
20	1	=W\$2+W\$3*G20	=X\$2+X\$3*F20	=V20*W20
21	2	=W20	=X20	=V21*W21
22	3	=W21	=X21	=V22*W22
23	4	=W22	=X22	=V23*W23
24	1	=W\$2+W\$3*G24	=X\$2+X\$3*F24	=V24*W24
25	2	=W24	=X24	=V25*W25
26	3	=W25	=X25	=V26*W26
27	4	=W26	=X26	=V27*W27
28	1	=W\$2+W\$3*G28	=X\$2+X\$3*F28	=V28*W28
29	2	=W28	=X28	=V29*W29
30	3	=W29	=X29	=V30*W30
31	4	=W30	=X30	=V31*W31
32	1	=W\$2+W\$3*G32	=X\$2+X\$3*F32	=V32*W32
33	2	=W32	=X32	=V33*W33
34	3	=W33	=X33	=V34*W34
35	4	=W34	=X34	=V35*W35

	V	W	X	Y
36			EMMIL	
37			Ároptimál	
38			Változás	
39	$=U4*V4+U5*V5+U6*V6+U7*V7$			
40				
41	$=U8*V8+U8*V8+U10*V10+U11*V11$		Maximum	
42				
43	$=U12*V12+U13*V13+U14*V14+U15*V15$		Várhato	
44				
45	$=U16*V16+U17*V17+U18*V18+U19*V19$		Varh szall/lmax ar	
46				
47	$=U20*V20+U21*V21+U22*V22+U23*V23$			
48				
49	$=U24*V24+U25*V25+U26*V26+U27*V27$			
50				
51	$=U28*V28+U29*V29+U30*V30+U31*V31$			
52				
53	$=U32*V32+U33*V33+U34*V34+U35*V35$			

	Z	AA	AB
1	SumPQ	CY	VSumQ
2	Költségek összehasonlítása		
3	Termék		
4	=I4*J4+K4*L4+M4*N4+O4*P4+Q4*R4	=Y4*U4	=X4*S4
5	=I5*J5+K5*L5+M5*N5+O5*P5+Q5*R5	=Y5*U5	=X5*S5
6	=I6*J6+K6*L6+M6*N6+O6*P6+Q6*R6	=Y6*U6	=X6*S6
7	=I7*J7+K7*L7+M7*N7+O7*P7+Q7*R7	=Y7*U7	=X7*S7
8	=I8*J8+K8*L8+M8*N8+O8*P8+Q8*R8	=Y8*U8	=X8*S8
9	=I9*J9+K9*L9+M9*N9+O9*P9+Q9*R9	=Y9*U9	=X9*S9
10	=I10*J10+K10*L10+M10*N10+O10*P10+Q10*R10	=Y10*U10	=X10*S10
11	=I11*J11+K11*L11+M11*N11+O11*P11+Q11*R11	=Y11*U11	=X11*S11
12	=I12*J12+K12*L12+M12*N12+O12*P12+Q12*R12	=Y12*U12	=X12*S12
13	=I13*J13+K13*L13+M13*N13+O13*P13+Q13*R13	=Y13*U13	=X13*S13
14	=I14*J14+K14*L14+M14*N14+O14*P14+Q14*R14	=Y14*U14	=X14*S14
15	=I15*J15+K15*L15+M15*N15+O15*P15+Q15*R15	=Y15*U15	=X15*S15
16	=I16*J16+K16*L16+M16*N16+O16*P16+Q16*R16	=Y16*U16	=X16*S16
17	=I17*J17+K17*L17+M17*N17+O17*P17+Q17*R17	=Y17*U17	=X17*S17
18	=I18*J18+K18*L18+M18*N18+O18*P18+Q18*R18	=Y18*U18	=X18*S18
19	=I19*J19+K19*L19+M19*N19+O19*P19+Q19*R19	=Y19*U19	=X19*S19
20	=I20*J20+K20*L20+M20*N20+O20*P20+Q20*R20	=Y20*U20	=X20*S20
21	=I21*J21+K21*L21+M21*N21+O21*P21+Q21*R21	=Y21*U21	=X21*S21
22	=I22*J22+K22*L22+M22*N22+O22*P22+Q22*R22	=Y22*U22	=X22*S22
23	=I23*J23+K23*L23+M23*N23+O23*P23+Q23*R23	=Y23*U23	=X23*S23
24	=I24*J24+K24*L24+M24*N24+O24*P24+Q24*R24	=Y24*U24	=X24*S24
25	=I25*J25+K25*L25+M25*N25+O25*P25+Q25*R25	=Y25*U25	=X25*S25
26	=I26*J26+K26*L26+M26*N26+O26*P26+Q26*R26	=Y26*U26	=X26*S26
27	=I27*J27+K27*L27+M27*N27+O27*P27+Q27*R27	=Y27*U27	=X27*S27
28	=I28*J28+K28*L28+M28*N28+O28*P28+Q28*R28	=Y28*U28	=X28*S28
29	=I29*J29+K29*L29+M29*N29+O29*P29+Q29*R29	=Y29*U29	=X29*S29
30	=I30*J30+K30*L30+M30*N30+O30*P30+Q30*R30	=Y30*U30	=X30*S30
31	=I31*J31+K31*L31+M31*N31+O31*P31+Q31*R31	=Y31*U31	=X31*S31
32	=I32*J32+K32*L32+M32*N32+O32*P32+Q32*R32	=Y32*U32	=X32*S32
33	=I33*J33+K33*L33+M33*N33+O33*P33+Q33*R33	=Y33*U33	=X33*S33
34	=I34*J34+K34*L34+M34*N34+O34*P34+Q34*R34	=Y34*U34	=X34*S34
35	=I35*J35+K35*L35+M35*N35+O35*P35+Q35*R35	=Y35*U35	=X35*S35
36	=SUM(Z4:Z35)		
37	53222.821975027		
38	=Z36-Z37		
39			
40			
41			
42			
43	=(J\$37*I\$3+\$K\$3*\$L\$37+\$N\$37*\$M\$3+\$O\$3*\$P\$37+\$R\$37)		

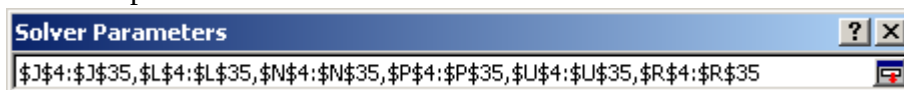
	AC
1	
2	
3	Szállítás
4	=AA4+AB4
5	=AA5+AB5
6	=AA6+AB6
7	=AA7+AB7
8	=AA8+AB8
9	=AA9+AB9
10	=AA10+AB10
11	=AA11+AB11
12	=AA12+AB12
13	=AA13+AB13
14	=AA14+AB14
15	=AA15+AB15
16	=AA16+AB16
17	=AA17+AB17
18	=AA18+AB18
19	=AA19+AB19
20	=AA20+AB20
21	=AA21+AB21
22	=AA22+AB22
23	=AA23+AB23
24	=AA24+AB24
25	=AA25+AB25
26	=AA26+AB26
27	=AA27+AB27
28	=AA28+AB28
29	=AA29+AB29
30	=AA30+AB30
31	=AA31+AB31
32	=AA32+AB32
33	=AA33+AB33
34	=AA34+AB34
35	=AA35+AB35
36	=SUM(AC4:AC35)
37	9555.60098088608
38	=AC36-AC37
39	
40	
41	=-(2* ((\$J\$38+\$L\$38+\$N\$38+\$P\$38+\$R\$38)*\$W\$3+\$S\$37*\$X\$3)+3*(\$W\$2+\$W\$3))
42	
43	=-(((\$S\$38*\$W\$3+\$S\$37*\$X\$3)+W2-W3)

	AD	AE	AF
1	Total	poznu	negnu
2			
3	Összes		
4	=SUM(Z4:AB4)	=S4-T4*U4	=S4-T5*U4
5	=SUM(Z5:AB5)	=S5-T5*U5	=S5-T6*U5
6	=SUM(Z6:AB6)	=S6-T6*U6	=S6-T7*U6
7	=SUM(Z7:AB7)	=S7-T7*U7	=S7-(\$I\$38+0.001)*U7
8	=SUM(Z8:AB8)	=S8-T8*U8	=S8-T9*U8
9	=SUM(Z9:AB9)	=S9-T9*U9	=S9-T10*U9
10	=SUM(Z10:AB10)	=S10-T10*U10	=S10-T11*U10
11	=SUM(Z11:AB11)	=S11-T11*U11	=S11-(\$I\$38+0.001)*U11
12	=SUM(Z12:AB12)	=S12-T12*U12	=S12-T13*U12
13	=SUM(Z13:AB13)	=S13-T13*U13	=S13-T14*U13
14	=SUM(Z14:AB14)	=S14-T14*U14	=S14-T15*U14
15	=SUM(Z15:AB15)	=S15-T15*U15	=S15-(\$I\$38+0.001)*U15
16	=SUM(Z16:AB16)	=S16-T16*U16	=S16-T17*U16
17	=SUM(Z17:AB17)	=S17-T17*U17	=S17-T18*U17
18	=SUM(Z18:AB18)	=S18-T18*U18	=S18-T19*U18
19	=SUM(Z19:AB19)	=S19-T19*U19	=S19-(\$I\$38+0.001)*U19
20	=SUM(Z20:AB20)	=S20-T20*U20	=S20-T21*U20
21	=SUM(Z21:AB21)	=S21-T21*U21	=S21-T22*U21
22	=SUM(Z22:AB22)	=S22-T22*U22	=S22-T23*U22
23	=SUM(Z23:AB23)	=S23-T23*U23	=S23-50.5*U23
24	=SUM(Z24:AB24)	=S24-T24*U24	=S24-T25*U24
25	=SUM(Z25:AB25)	=S25-T25*U25	=S25-T26*U25
26	=SUM(Z26:AB26)	=S26-T26*U26	=S26-T27*U26
27	=SUM(Z27:AB27)	=S27-T27*U27	=S27-(\$I\$38+0.001)*U27
28	=SUM(Z28:AB28)	=S28-T28*U28	=S28-T29*U28
29	=SUM(Z29:AB29)	=S29-T29*U29	=S29-T30*U29
30	=SUM(Z30:AB30)	=S30-T30*U30	=S30-T31*U30
31	=SUM(Z31:AB31)	=S31-T31*U31	=S31-(\$I\$38+0.001)*U31
32	=SUM(Z32:AB32)	=S32-T32*U32	=S32-T33*U32
33	=SUM(Z33:AB33)	=S33-T33*U33	=S33-T34*U33
34	=SUM(Z34:AB34)	=S34-T34*U34	=S34-T35*U34
35	=SUM(Z35:AB35)	=S35-T35*U35	=S35-(\$I\$38+0.001)*U35
36	=SUM(AD4:AD35)		
37	62778.4229559131		
38	=AD36-AD37		
39			
40			
41	=AC41+Z43		
42	=SUM(Z42:AC42)		
43	=SUM(Z43:AC43)		

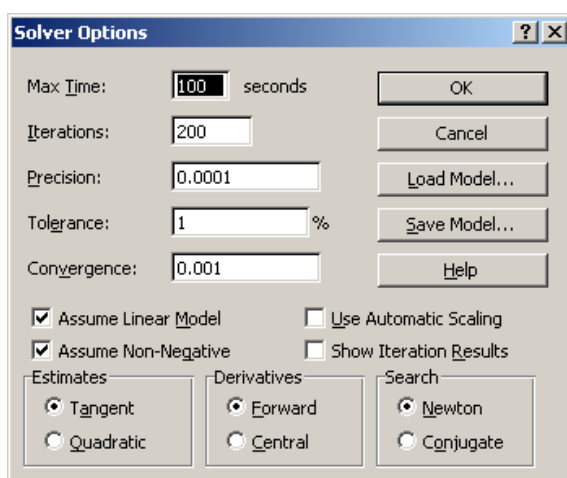
3. sz. Melléklet

EXCEL Solver beállítások az EMMIL,BM optimalizáló modell implementációjához

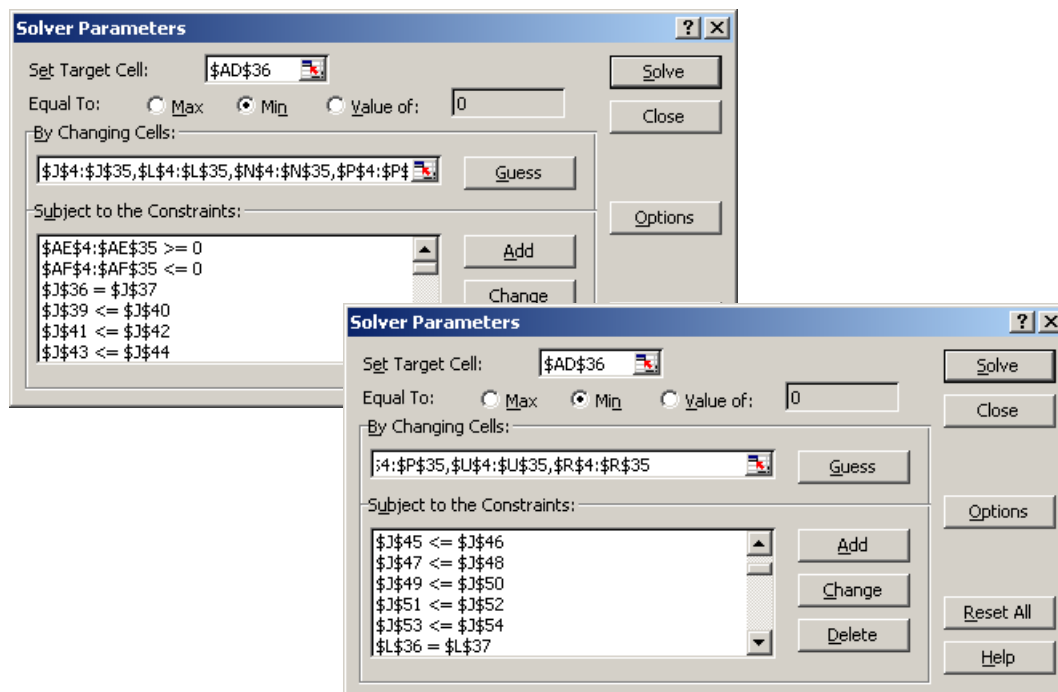
Változtatható paraméterek

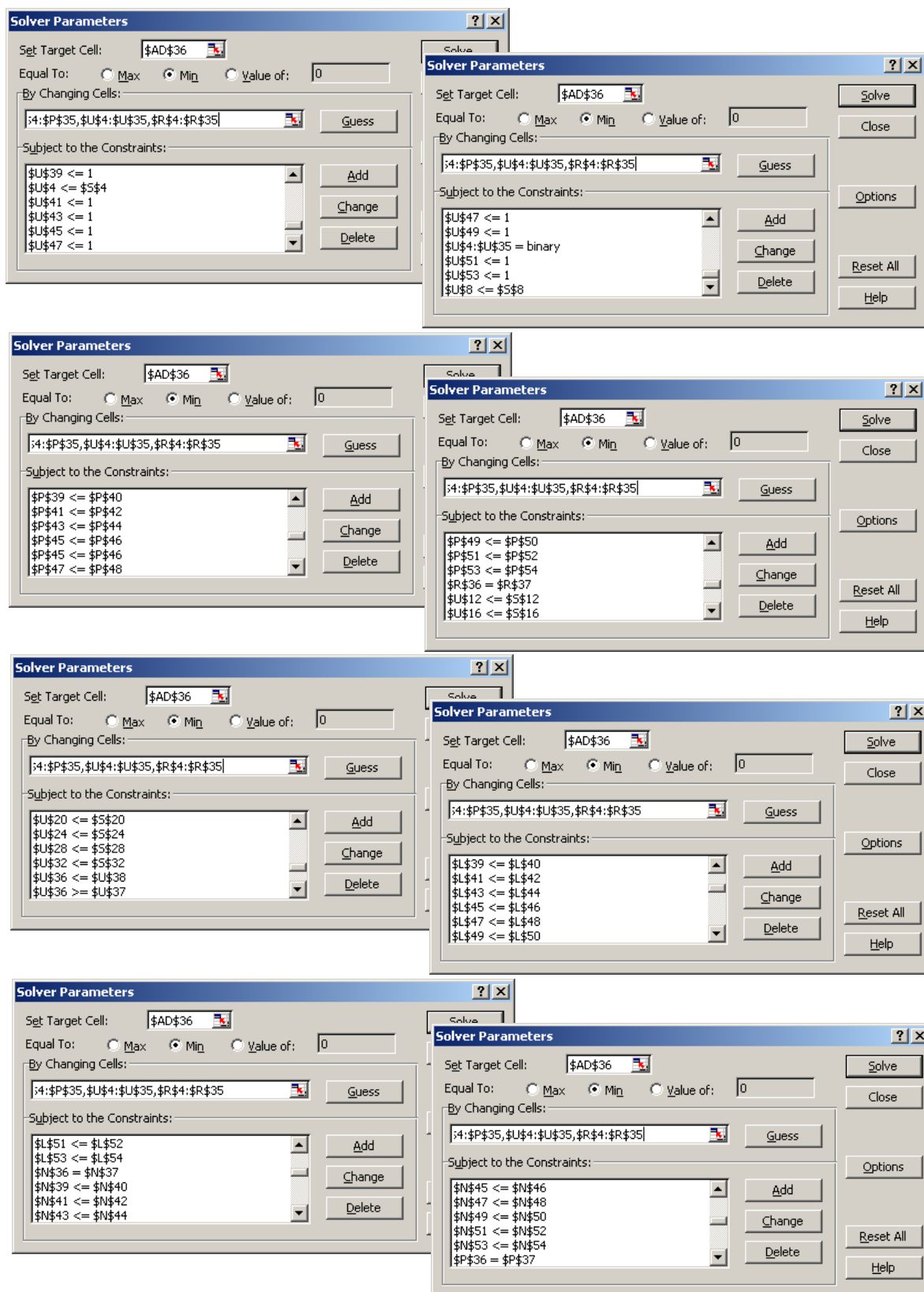


Finombeállítások



Célérték és peremfeltételek





4. sz. Melléklet

Gazdaságossági számítások

Az EMMIL és az Ároptimál modellek összehasonlítása

Az adatok feldolgozását a 8.1 Táblázat tartalmazza

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	6		8		15		10		12							50	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							20	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	3					EMMIL	1852.77	1153.89	3006.66
Q igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimál	1521	1734	3255
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	331.77	-580.11	-248.34
1. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
2. Ea.		20		20		60		0		0			1	2				Maximum		-1455	-505
3. Ea.		0		60		0		0		40			1	1				Várhato	950	-470	480
4. Ea.		0		0		0		70		0			1	1							
5. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
6. Ea.		0		-0		0		0		0			0	0							
7. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
8. Ea.		0		0		0		0		-0			-0	-0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	6		8		15		10		12							500	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							5	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	3					EMMIL	1852.77	2597.20	4449.97
Q igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimál	1521	3987	5508
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	331.77	-1389.80	-1058.03
1. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
2. Ea.		20		20		60		0		0			1	2				Maximum		-2392.5	-1442.5
3. Ea.		0		60		0		0		40			1	1				Várhato	950	-1010	-60
4. Ea.		0		0		0		70		0			1	1							
5. Ea.		0		0		-0		0		0			0	0							
6. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
7. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
8. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	6		8		15		10		12							1000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	2					EMMIL	2290.98	2947.48	5238.46
Q igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimál	1521	6462	7983
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	769.98	-3514.52	-2744.54
1. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
2. Ea.		0		0		-0		0		0			-0	0				Maximum		-6080	-5130
3. Ea.		0		60		0		0		40			1	1				Várhato	950	-1260	-310
4. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
5. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
6. Ea.		0		0		0		0		0			0	0							
7. Ea.		20		20		60		70		0			1	2							
8. Ea.		0		0		0		0		0			-0	-0							
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

4. sz. Melléklet

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ		Total
Középár	6		8		15		10		12						1000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5						5	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	3				EMMIL	1852.77	4180.33	6033.10
Q Igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2				Ároptimá	1521	6487	8008
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5				Változás	331.77	-2306.67	-1974.90
1. Ea.		0		0		0		0		0				0	0					
2. Ea.		20		20		60		0		0				1	2		Maximum		-3642.5	-2692.5
3. Ea.		0		60		0		0		40				1	1		Várható	950	-1510	-560
4. Ea.		0		0		0		70		0				1	1					
5. Ea.		0		0		0		0		0				0	0					
6. Ea.		0		-0		0		0		0				-0	-0					
7. Ea.		0		0		0		0		0				0	0					
8. Ea.		0		0		0		0		0				0	0					
Max készlet	500		500		500		500		500											

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ		Total	
Középár	6		8		15		10		12							500	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	2					EMMIL	2290.98	1447.48	3738.46
Q Igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimá	1521	3962	5483
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	769.98	-2514.52	-1744.54
1. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
2. Ea.		0		0		-0		0		0				-0	-0			Maximum		-4830	-3880
3. Ea.		0		60		0		0		40				1	1			Várható	950	-760	190
4. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
7. Ea.		20		20		60		70		0				1	2						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ		Total	
Középár	60		80		150		100		120							50	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	30		30		40		30		50							20	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	4					EMMIL	15210.67	1734.90	16945.58
Q Igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimá	15210	1734	16944
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	0.67	0.90	1.58
1. Ea.		0		-0		0		0		0				0	0						
2. Ea.		0		0		0		0		0				0	0			Maximum		-1455	8045
3. Ea.		0		80		0		0		40				1	2			Várható	9500	-470	9030
4. Ea.		0		0		0		70		0				1	1						
5. Ea.		0		0		60		0		0				1	1						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
7. Ea.		-0		0		0		0		0				-0	-0						
8. Ea.		20		0		0		0		0				1	1						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	Te1	Q1	Te2	Q2	Te3	Q3	Te4	Q4	Te5	Q5	SumC	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ		Total	
Középár	60		80		150		100		120							500	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	30		30		40		30		50							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		20		80		60		70		40		Ea sz.	3					EMMIL	16101.25	2657.69	18758.94
Q Igény		20		80		60		70		40	270	Min ea	2					Ároptimá	15210	3962	19172
Jármű k	100	1		1		1		1		1	5	Max ea	5					Változás	891.25	-1304.31	-413.06
1. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
2. Ea.		-0		0		0		0		0				0	0			Maximum		-4830	4670
3. Ea.		0		80		60		0		40				1	2			Várható	9500	-760	8740
4. Ea.		0		0		0		70		0				1	1						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
7. Ea.		20		0		0		0		0				1	1						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0	0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		800		150		600		120						1000	50		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		60		10		20		20						100	20		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	4				EMMIL	142667.00	20669.92	163336.92
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	135507.18	36346.22	171853.40
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	7159.83	-15676.30	-8516.48
1. Ea.		0		0		0		0		0					0					
2. Ea.		10		0		90		0		0			1	2			Maximum		-25150	-14250
3. Ea.		0		50		0		0		50				1			Várható	10900	-12100	-1200
4. Ea.		0		0		0		120		0			1	2						
5. Ea.		0		0		0		0		0					0					
6. Ea.		0		0		0		0		0					0					
7. Ea.		40		0		0		0		160				2						
8. Ea.		0		0		0		0		0					0					
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		800		150		600		120						1000	50		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		60		10		20		30						100	20		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	2				EMMIL	135276.31	25659.12	160935.43
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	130921.64	36346.22	167267.86
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	4354.67	-10687.10	-6332.43
1. Ea.		0		0		0		0		0					-0					
2. Ea.		50		0		90		120		0			1	3			Maximum		-25150	-12150
3. Ea.		0		50		0		0		210				3			Várható	13000	-12100	900
4. Ea.		0		0		0		0		0					0					
5. Ea.		0		0		0		0		0					0					
6. Ea.		0		0		0		0		0					0					
7. Ea.		0		0		0		0		0			0		0					
8. Ea.		0		0		0		0		0					0					
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		800		150		600		120						1000	50		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		60		10		20		30						300	20		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	2				EMMIL	135611.63	23597.37	159208.99
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	130921.64	36108.19	167029.84
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	4689.99	-12510.83	-7820.84
1. Ea.		0		0		0		0		0					0					
2. Ea.		0		0		0		0		0					0		Maximum		-28850	-15850
3. Ea.		0		50		0		0		210				3			Várható	13000	-13500	-500
4. Ea.		0		0		0		0		0					0					
5. Ea.		0		0		0		0		0					0					
6. Ea.		0		0		0		0		0					0					
7. Ea.		50		0		90		120		0				3						
8. Ea.		0		0		0		0		0					0					
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	345		567		789		765		987						2345	73		Költségek összehasonlítása		
Szórás	22		33		44		11		12						333	33		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		222		22		33		44		111		Ea sz.	2				EMMIL	251742.08	9528.25	261270.33
Q igény		222		22		33		44		111	432	Min ea	2				Ároptimál	244021.54	53004.32	297025.87
Jármű k	255	1		1		1		1		1	5	Max ea	5				Változás	7720.54	-43476.08	-35755.54
1. Ea.		0		0		0		0		0				0						
2. Ea.		222		0		33		0		0			1	2			Maximum		-38537	-29659
3. Ea.		0		0		0		0		0			0	0			Várható	8878	-17933	-9055
4. Ea.		0		0		0		0		0										
5. Ea.		0		0		0		0		0										
6. Ea.		0		0		0		0		0										
7. Ea.		0		22		0		44		111				1						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500									

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	345		567		789		765		987						2345	73		Költségek összehasonlítása		
Szórás	22		33		44		11		12						333	33		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		222		22		33		44		111		Ea sz.	2				EMMIL	251745.54	12029.90	263775.44
Q igény		222		22		33		44		111	432	Min ea	2				Ároptimál	246459.38	53927.82	300387.19
Jármű k	150	2		1		1		1		1	6	Max ea	5				Változás	5286.16	-41897.91	-36611.75
1. Ea.		0		0		0		0		0				0						
2. Ea.		222		22		33		23		0			1	0			Maximum		-40542	-31664
3. Ea.		0		0		0		0		0			0	0			Várható	8878	-18266	-9388
4. Ea.		0		0		0		0		0										
5. Ea.		0		0		0		0		0										
6. Ea.		0		0		0		0		0										
7. Ea.		0		0		0		21		111				1						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500									

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	345		567		789		765		987						2345	73		Költségek összehasonlítása		
Szórás	22		50		44		50		50						400	30		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		222		22		33		44		111		Ea sz.	3				EMMIL	239683.48	25241.43	264924.91
Q igény		222		22		33		44		111	432	Min ea	2				Ároptimál	232457.81	56536.97	288994.78
Jármű k	120	2		1		1		1		1	6	Max ea	5				Változás	7225.67	-31295.54	-24069.88
1. Ea.		0		0		0		0		0				0						
2. Ea.		207		0		33		0		0			1	0			Maximum		-38955	-23769
3. Ea.		0		22		0		0		98				1			Várható	15186	-17305	-2119
4. Ea.		0		0		0		0		0				0						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0						
7. Ea.		15		0		0		44		13				1						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500									

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		80		150		600		120						5000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		6		10		10		20						1000	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	2				EMMIL	108222.77	23759.49	131982.25
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	105597.26	36756.39	142353.65
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	2625.50	-12996.90	-10371.40
1. Ea.		0		0		0		0		0				0						
2. Ea.		0		0		0		0		0				0			Maximum		-33080	-26080
3. Ea.		0		50		40		0		210				3			Várható	7000	-13040	-6040
4. Ea.		0		0		0		0		0				0						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0						
7. Ea.		50		0		50		120		0				3						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		80		150		600		120							5000	90	Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		6		10		10		20							1000	20	Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	3				EMMIL	112299.45	57080.05	169379.51
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	105597.26	84075.10	189672.36
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	6702.19	-26995.05	-20292.85
1. Ea.		0		-0		0		0		0				0						
2. Ea.		10		0		90		0		0			1	2		Maximum			-51800	-44800
3. Ea.		0		0		0		0		120			2			Várható	7000		-22400	-15400
4. Ea.		0		0		0		0		0				0						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0						
7. Ea.		40		50		0		120		90				3						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total
Középár	60		80		150		600		120						1000	50		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		6		10		10		20						100	20		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	2				EMMIL	117004.82	12641.18	129646.00
Q igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2				Ároptimál	105597.26	36346.22	141943.49
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5				Változás	11407.56	-23705.04	-12297.48
1. Ea.		0		0		0		0		0				0						
2. Ea.		50		50		90		110		0			1	3		Maximum			-25150	-18150
3. Ea.		0		0		0		0		0			0			Várható	7000		-12100	-5100
4. Ea.		0		0		0		0		0				0						
5. Ea.		0		0		0		0		0				0						
6. Ea.		0		0		0		0		0				0						
7. Ea.		0		0		0		10		210				3						
8. Ea.		0		0		0		0		0				0						
Max készlet	500		500		500		500		500											

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	60		80		150		100		120							1000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	3		3		4		3		5							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	2					EMMIL	55374.47	6323.45	61697.92
Q Igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2					Ároptimál	54314.79	9708.50	64023.29
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5					Változás	1059.67	-3385.04	-2325.37
1. Ea.		0		0		0		0		0					0						
2. Ea.		0		0		0		0		0					0			Maximum		-8280	-6210
3. Ea.		0		50		0		0		210					3			Várhato	2070	-3440	-1370
4. Ea.		0		0		0		0		0					0						
5. Ea.		0		0		0		0		0					-0						
6. Ea.		0		0		0		0		0					0						
7. Ea.		50		0		90		120		0					3						
8. Ea.		0		0		0		0		0					0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	Total		
Középár	60		80		150		100		120							1000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	10		12		30		20		15							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	4					EMMIL	45873.49	7871.89	53745.38
Q Igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2					Ároptimál	45002.83	9708.50	54711.32
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5					Változás	870.66	-1836.61	-965.95
1. Ea.		0		0		0		0		0					-0						
2. Ea.		0		0		0		0		0					0			Maximum		-8280	1070
3. Ea.		0		50		0		0		210					3			Várhato	9350	-3440	5910
4. Ea.		0		0		0		100		0					1	1					
5. Ea.		0		0		90		0		0					1	1					
6. Ea.		0		0		0		0		0					0						
7. Ea.		50		0		0		20		0					1						
8. Ea.		0		0		0		0		0					0						
Max készlet	500		500		500		500		500		500										

	P1	Q1	P2	Q2	P3	Q3	P4	Q4	P5	Q5	SumQ	Limit	Y	DB	F	V	C	SumPQ	VSumQ	Total	
Középár	60		80		150		600		120							5000	5		Költségek összehasonlítása		
Szórás	8		6		10		10		20							200	2		Termék	Szállítás	Összes
Q vett		50		50		90		120		210		Ea sz.	3					EMMIL	106873.25	31110.60	137983.84
Q Igény		50		50		90		120		210	520	Min ea	2					Ároptimál	105597.26	37708.50	143305.76
Jármű k	100	1		1		1		2		3	8	Max ea	5					Változás	1275.98	-6597.90	-5321.91
1. Ea.		0		0		0		0		0					0						
2. Ea.		0		0		0		0		0					0			Maximum		-18280	-11280
3. Ea.		0		50		40		0		210					3			Várhato	7000	-7440	-440
4. Ea.		0		0		0		100		0					1	1					
5. Ea.		0		0		0		0		0						0					
6. Ea.		0		0		0		0		0						0					
7. Ea.		50		0		50		20		0					2						
8. Ea.		0		0		0		0		0						0					
Max készlet	500		500		500		500		500		500										