

MISKOLCI EGYETEM

GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR



KÖLTSÉGHATÉKONY BESZERZÉSI LOGISZTIKA KÉSZLETGAZDÁLKODÁSI VONATKOZÁSAI

PhD értekezés

Készítette:

Korponai János

okleveles logisztikai menedzser

HATVANY JÓZSEF INFORMATIKAI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
ANYAGÁRAMLÁSI RENDSZEREK ÉS LOGISZTIKAI INFORMATIKA TÉMATERÜLET

Doktori Iskola vezető:

Prof. Dr. Végh János

a fizikai tudományok doktora

Témavezető:

Dr. Bányainé Dr. Tóth Ágota

egyetemi docens

Társ-témavezető:

Prof. Dr. habil. Illés Béla

egyetemi tanár

Miskolc, 2018

NYILATKOZAT

Alulírott Korponai János kijelentem, hogy ezt a doktori értekezést magam készítettem, és abban csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, amelyet szó szerinti vagy azonos tartalomban, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem. A dolgozat bírálatai és a védésről készült jegyzőkönyv a későbbiekben a Miskolci Egyetem Dékáni Hivatalában lesz elérhető.

Miskolc, 2018. január 15.

Korponai János

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Elsőként szeretném köszönetemet kifejezni témavezetőmnek Dr. Bányainé Dr. Tóth Ágota egyetemi docensnek az értekezés szakmai tartalmában nyújtott segítségéért, építő jellegű javaslataiért, a többéves aktív közös publikációs tevékenységért és nem utolsósorban az adminisztratív tevékenységek lebonyolításában nyújtott támogatásáért.

Köszönet illeti Dr. Illés Béla professzor urat, aki intézetvezetőként a kutatómunkához szükséges személyi és tárgyi feltételeket biztosította, továbbá társ-témavezetőként a kutatómunka eredményeinek értékelését szakmai iránymutatással segítette.

Köszönöm a Logisztikai Intézet kollektívájának a szakmai és erkölcsi támogatást, a konferenciák szervezését, melyek lehetőséget adtak a kutatási eredmények bemutatására, és a szakterület képviselőivel történő konstruktív vitákra.

Köszönöm azon név szerint fel nem sorolt személyek áldozatos munkáját, akik konferenciák és tudományos publikálási lehetőségek megszervezésével biztosították szakmai fejlődésemet, a kutatási eredmények bemutatását, és publikálását.

Az értekezésben ismertetett kutató munka az EFOP-3.6.1-16-2016-00011 jelű „Fiatalodó és Megújuló Egyetem – Innovatív Tudásváros – a Miskolci Egyetem intelligens szakosodást szolgáló intézményi fejlesztése” projekt részeként – a Széchenyi 2020 keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Köszönettel tartozom családomnak a tanulmányaimban és a PhD értekezésem elkészítésében nyújtott sokoldalú támogatásukért és megértő türelmükért.

TÉMAVEZETŐI AJÁNLÁS

Korponai János: „Költséghatékony beszerzési logisztika készletgazdálkodási vonatkozásai” című PhD értekezéséhez

Korponai János levelező képzés keretében logisztikai menedzsment mesterszakon kezdte meg tanulmányait a Miskolci Egyetemen és már tanulmányai kezdetén bekapcsolódott a Gépészmérnöki és Informatikai Kar Logisztikai Intézetében folyó kutatómunkába, mely kutatási tevékenységet később PhD hallgatóként folytatott. A kutatási téma iránti érdeklődése abból a gyakorlatorientált ismeretanyagból eredt, melyet termelővállalatoknál szerzett meg logisztikai vezetői munkakörökben. Ezen gyakorlati ismeret, valamint a munkája során tapasztalt problémák elméletigényes megoldása iránti igény révén fogalmazódott meg az a kutatási téma, mely a beszerzési logisztikának egy olyan szegmensét célozta meg, amely komoly érdeklődésre tarthat számot mind a kutatók, mind a vállalati szakemberek számára.

Korponai Jánost nagy munkabírásu, érdeklődő, motivált hallgatóként ismertük meg. A Logisztikai Intézet tevékenységébe aktívan bekapcsolódott, ötleteivel, javaslataival hozzájárult az intézeti kollektíva sikeres kutatási tevékenységéhez. Kutatási eredményeit hazai és nemzetközi konferenciákon és folyóiratokban publikálta. A témakörben végzett kutatásairól 9 darab folyóiratcikk jelent meg. A konferenciákon tartott előadásai alapján 11 dolgozat konferenciakiadványban került publikálásra. Publikációi közül négy található meg a Scopus adatbázisban.

Az értekezés Korponai János önálló kutatási eredményeit tartalmazza és minden szempontból megfelel a Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola szabályzatában előírt követelményeknek.

A fentiek alapján a jelölt számára a PhD cím odaítélését messzemenően támogatjuk.

Miskolc, 2018. január 10.

Dr. Bányainé Dr. Tóth Ágota
témavezető

Prof. Dr. Illés Béla
társ-témavezető

TARTALOMJEGYZÉK

Nyilatkozat	I
Köszönetnyilvánítás	II
Témavezetői ajánlás	III
TARTALOMJEGYZÉK	IV
1. BEVEZETÉS.....	1
2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS ÉS CÉLKITŰZÉS.....	3
2.1. Beszerzési logisztikához kapcsolódó tervezési módszerek.....	3
2.2. A gazdaságos rendelési tétele nagyság modell szakirodalmi fejlődésének bemutatása.....	4
2.3. A gazdaságos rendelési tétele nagyság modellt érintő aktuális kutatási irányok bemutatása	7
2.4. A készletgazdálkodás költségelemei.....	15
2.5. A disszertáció célkitűzései, megfogalmazott kutatási kérdések.....	18
2.6. A disszertáció módszertana.....	18
2.7. Vizsgálni kívánt rendszerváltozatok lehatárolása	20
3. DETERMINISZTIKUS KÖRNYEZET	22
3.1. Az optimális rendelési tétele nagyság alapösszefüggései	22
3.1.1. Készlethiányt meg nem engedő gazdaságos rendelési tétele nagyság változó és fix költségtényezői közötti összefüggés	27
3.2. Gazdaságos rendelési tétele nagyság időszakos készlethiány esetén.....	30
3.2.1. Tervezett készlethiány, a vevői igény átütemezésre és egy tételben pótlásra kerül	31
3.3. Költségtényezők és a szintvonalak közötti összefüggés	38
3.4. Az optimális rendelési tétele nagyság és a készletgazdálkodás költségeinek paraméteres hatásvizsgálata.....	46
3.4.1. Az optimális rendelési tétele nagyság paraméteres hatásvizsgálata	46
3.4.2. Tervezett rendelkezésre állás időtartamának és a költségtényezők összköltségre gyakorolt hatásának paraméteres hatásvizsgálata	47
3.5. Determinisztikus működést befolyásoló tényezők.....	58
4. SZTOCHASZTIKUS KÖRNYEZET	60
4.1. Az igényváltozások hatása a vásárolt alkatrész készletekre és a költségekre	60
4.1.1. Determinisztikus és sztochasztikus igényváltozások és a készlet szint közötti összefüggés	60
4.1.2. Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén	64
4.1.3. A szolgáltatási szint meghatározása	67
4.1.4. Sztochasztikus igényváltozás miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározása periodikus készletvizsgálat esetén	68
4.2. A szállítási pontosság hatása a vásárolt alkatrész készletekre	71
4.2.1. Sztochasztikus készletpótlási idő miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározása folyamatos készletvizsgálat esetén	75
4.3. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejűleg történő előfordulása	78

4.3.1. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között nincs kapcsolat.....	79
4.3.2. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között egyértelmű kapcsolat van.....	79
4.3.3. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között ellentétes irányú kapcsolat van	79
4.3.4. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások készletre gyakorolt hatásának csökkentése	80
4.4. Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében.....	81
4.5. Az átlagos felhasználási igény eltolódása és a vásárolt alkatrészek biztonsági készlete közötti összefüggés.....	84
4.5.1. A tervezés megbízhatóságának vizsgálata a múltbeli időszakra vonatkozóan betervezett és tényleges rendelés összehasonlításával	84
4.5.2. Múltbeli és tervezett igény idősoraira vonatkozó trendértékek meghatározása különböző típusú regressziós függvények alkalmazásával	87
4.5.3. A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján, a biztonsági készlet meghatározása	90
4.5.4. Az alultervezésből eredő kockázat csökkentésének lehetséges iránya és lépései.....	92
5. EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA.....	93
5.1. Összefoglalás	93
5.2. Summary.....	94
5.3. Az értekezés tudományos eredményeinek gyakorlati hasznosíthatósága, továbbfejlesztés lehetőségei.....	96
5.4. Az értekezés tézisei.....	98
5.5. Theses of the dissertation.....	99
6. JELÖLÉSEK ÉS RÖVIDÍTÉSEK RENDSZERE	101
7. TÁBLÁZATOK ÉS ÁBRÁK JEGYZÉKE.....	105
8. IRODALOMJEGYZÉK	108
8.1. Nyomtatott és elektronikus formában megjelent publikációk.....	108
8.1.1. Lektorált idegen nyelvű folyóiratszöveg	108
8.1.2. Lektorált magyar nyelvű folyóiratszöveg.....	108
8.1.3. Konferencia kiadványban megjelent lektorált idegen nyelvű cikk.....	108
8.1.4. Konferencia kiadványban megjelent lektorált magyar nyelvű cikk	109
8.2. Felhasznált irodalom.....	111
FÜGGELÉK.....	120
KÉPLETLEVEZETÉSEK.....	151

1. BEVEZETÉS

A logisztika története az emberiséggel egyidős, egyes résztevékenységei, pl. a szállítás és raktározás már a modern civilizáció formálódását megelőzően megjelentek. A történelem során egyre összetettebb feladatok ellátására volt szükség, így a beszerzési és ellátási valamint raktározási funkciók széles körben történő elterjedését követően a logisztika a hadviselésben jelentett stratégiai fontosságú feladatok ellátását [L47] [L71] [L73] [L82] [L104].

Napjainkra a logisztika feladatköre ezen már túlmutat, a logisztika a vállalati szintű és vállalatok közötti anyagáramlással és információáramlással kapcsolatos folyamatok koordinálásával foglalkozó interdiszciplináris tudomány. Egyrészt jelenti a vállalkozás szervezetén belüli részterületek közötti logisztikai folyamatok kezelését, másrészt a szervezetek, mint beszállító és vevő közötti információ és anyagáramlás koordinálását. A logisztika a vállalati résztevékenységek azon összessége, amely biztosítja a vállalat zavartalan működéséhez szükséges megfelelő anyagoknak és információknak a megfelelő időben és költség szint mellett, a megfelelő mennyiségben és minőségben a megfelelő személyekkel a megadott rendeltetési helyre történő eljuttatását [L46] [L47] [L69] [L71] [L73] [L82] [L104].

A vállalati logisztika részterületei zártfolyamat mentén a beszerzési, más néven ellátási logisztika, a termelési, más néven gyártási logisztika, az értékesítési, más néven elosztási logisztika, és a hulladékkezelési, más néven reverz logisztika [L24] [L48] [L82].

A logisztika célrendszere és tevékenységei az adott részterületek mentén tovább bonthatók és teljesítésük mérhető, így a logisztika feladatköre magában foglalja az igény-előrejelzés, a beszerzéssel és termeléssel összefüggő szükséglet-tervezés, a termelés-tervezés, szállítás, raktározás, készletgazdálkodás, csomagolás, elosztás és áruterítés, hulladékkezelés, stb. feladatok lebonyolítását [S20] [L24] [L46] [L71].

A globális és lokális tér földrajzi távolságának áthidalásában a logisztikai szervezetnek jut kiemelt szerep. Az áruknak a piacok közötti mozgatása az időtényező mellett költséget is jelent, az egyes beszerzési források közötti különbség így nem csupán az adott beszerzendő termék árában nyilvánul meg, hanem a teljes beszerzési folyamat során felmerülő költségek összességében [S09]. Az optimális beszerzési forrás azonosításában a beszerzési szervezet lát el fontos feladatokat [L32] [L121].

Míg a technológiai fejlődés lehetőséget jelent, addig a globalizáció kihívásokat fogalmaz meg a vállalkozások számára. A termelési illetve összeszerelési tevékenységet végző vállalatok valamint az ellátási láncban a vállalkozással kapcsolatban álló beszállítók eltérő földrajzi elhelyezkedése és gyakran az eltérő intenzitású termelési kapacitása és az igények különböző mértékben lehetséges változásainak együttes hatása következtében az ellátási lánc folyamatai súrlódásmentesen csak valamilyen mértékű készletek képzésével hangolhatóak össze [L58]. A készletek ugyanakkor költséget jelentenek a vállalkozás számára, mozgatásuk, tárolásuk és kezelésük összetett logisztikai feladatok ellátását teszik szükségessé.

A minimális összköltséget jelentő készletek optimális szintjének, valamint a készletek képzésének a beszállító és a vállalkozás közötti megosztásának meghatározásában a beszerzési logisztika hatékonyan hangolja össze a beszerzés és a logisztika feladatait, eszközeit és célrendszerét [L24]. A beszerzési logisztika a beszerzés és a logisztika részfolyamatait integráló tevékenységsorozat, mely az áru beszerzésétől annak a

rendeltetési helyére történő szállításáig – leggyakrabban a raktárba történő betárolásig vagy a termelés kiszolgálásáig – terjedő folyamatlánc összessége. A beszerzési logisztika összekapcsolja a vizsgált szervezet beszállítójának elosztási logisztikáját a szervezet termelési logisztikájával. Feladata a beszerzett áru mennyiségének, minőségének és a szállítások ütemezésének meghatározása, valamint a beszerzett áru mennyiségi és időbeni szállítási pontosságának és az előírt minőségnek az elvárt szinten történő biztosítása. A költséghatékony beszerzési folyamat nagymértékben hozzájárul a szervezet hosszú távú versenyképességéhez. A költségek optimalizálása többek között a gazdaságos rendelési tételek nagyság meghatározásával, vagyis a beszerzett áru mennyiségének és a szállítások ütemezésének optimalizálásával érhető el [L46] [L47] [L71] [L121].

Napjainkban fontos versenytényezőnek tekinthető a beszerzési logisztika folyamatainak hatékony működtetése, melynek eredményeképpen optimalizálható a készletszint, minimalizálható a beszerzéssel, készlettartással és a készletek hiányával összefüggésben felmerülő összköltség szintje és biztosítható a belső vevő (termelés) és a vevő egy előre meghatározott szinten történő kiszolgálása.

A Miskolci Egyetem Logisztikai Intézetében több évtizede folynak kutatások a beszerzési logisztika tervezéséhez kapcsolódó témakörben. Ezen kutatómunkába való bekapcsolódás valamint az elmúlt 16 évben több iparvállalatnál logisztikai vezetőként szerzett gyakorlati tapasztalat eredményeként született meg a disszertáció.

2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS ÉS CÉLKITŰZÉS

A disszertáció témájául választott, a beszerzési logisztika optimális működtetése révén megvalósítható hatékony készletgazdálkodás egy nagyon fontos eleme a költséghatékony vállalati működésnek.

A vásárolt alkatrészeink optimális készletszintjének meghatározása során a készletszint mellett fontos szempontot jelentenek a beszerzéssel és a készletek tartásával illetve a készletek hiányával kapcsolatosan felmerülő költségek is. A különböző működési környezethez igazított gazdaságos rendelési tételek nagyság modellek alkalmazásával meghatározhatjuk azt az optimális rendelési mennyiséget, mely mellett a készletgazdálkodásunk a legkedvezőbb költségszinten biztosítható.

A beszerzési logisztika hatékony készletgazdálkodásának megvalósítása során jelentkező feladatok megoldása feltételezi a szakirodalom alapos tanulmányozását. Az irodalomkutatás során alapvetően három területtel foglalkoztam részletesen:

- a beszerzési logisztikához kapcsolódó tervezési módszerek;
- a beszerzési logisztika hatékony készletgazdálkodásának megvalósításával kapcsolatos kutatási eredmények, matematikai modellek és módszerek történeti áttekintése és aktuális kutatási irányok tanulmányozása;
- a készletgazdálkodás költségelemei.

2.1. Beszerzési logisztikához kapcsolódó tervezési módszerek

A 70-es évek elejére tehető a logisztikának a gazdasági életben való megjelenése Nyugat-Európában. Ekkor ismerték fel, hogy a logisztika nem csak a katonai, hanem a gazdasági életben is nagyon fontos szerepet játszik. Ezután kezdődtek el a logisztikai vonatkozású kutatások, melyek keretében először a logisztikai alapkutatások, majd később a logisztikai rendszerek tervezési és irányítási kérdései kerültek előtérbe [L46] [L47] [L57] [L71] [L73] [L104].

A nemzetközi szakirodalom tanulmányozása során elsőként a logisztikai rendszerek – különös tekintettel a beszerzési logisztikai rendszerek – tervezési módszereit tekintettem át. A logisztikai rendszer tervezése során a szakemberek modellek segítségével, különböző módszerek és segédeszközök alkalmazásával oldják meg a felmerülő tervezési feladatokat, majd az optimális megoldást adaptálják a valós feladatra. Az alkalmazott modellek főként matematikai modellek, a módszerek és segédeszközök pedig elsősorban az operációkutatás nyújtotta módszerek, mint pl. lineáris és nemlineáris, sztochasztikus és diszkrét optimálás, heurisztikus módszerek.

A beszerzési költségek visszaszorítására mutató igények egyre inkább előtérbe helyezték azt, hogy a beszerzési tevékenységekhez kapcsolódó feladatok megoldását ne tapasztalati úton, „rutinból” végezzék el az adott területet működtető szakemberek, hanem olyan szofisztikált modelleket és módszereket alkalmazzanak, melyek révén a beszerzési folyamatoknak optimális, vagy optimálishoz közeli működése biztosítható. A beszerzési folyamatok tervezése nem szeparálható el a többi logisztikai funkcionális területtől, hiszen a beszerzési folyamatokat alapvetően a termelési folyamatok határozzák meg, például a termelésprogramozás szolgáltat adatot az anyagszükséglet meghatározásához, így a termelési folyamatok és működési paraméterek ismerete elengedhetetlen az optimális készletigények meghatározásához. Az előző gondolatmenethez hasonlóan az elosztási

folyamatok is hatással vannak a beszerzési folyamatokra, igaz ebben az esetben a hatás közvetetten, a termelési folyamatokon keresztül érvényesül [L47] [L71] [L121].

A termékféleségek számának növekedése a beszerzési folyamatokat egyre komplexebbé alakította át és a beszerzési folyamat egyre inkább egy ellátási lánc hálózattá alakul át. A komplex ellátási láncok egy olyan bonyolult, hálózatszerű beszerzési folyamatot definiálnak, melyre már nem igaz az, hogy kis termékszám és kisméretű vállalat esetében a beszerzési folyamatok könnyen kézben tarthatóak, míg a beszerzési tevékenység optimális kialakítása igazán nagy feladatot csak nagyvállalati szinten jelent [L32] [L47] [L71] [L73] [L103].

Ugyan analitikus módszerek állnak rendelkezésre egyszerűbb, kisebb méretű tervezési feladatok megoldására, azonban egyre inkább előtérbe kerülnek a heurisztikus és metaheurisztikus módszerek, valamint a szimulációs technikák, melyek segítségével a nagyméretű, komplex, sokdimenziós állapottérrel rendelkező optimalizálási feladatok is megoldhatóak a gyakorlat számára elfogadható pontossággal [L12].

A beszerzési logisztikának több olyan területe felsorolható, melyek esetében számos módszer áll rendelkezésre a tervezés során (beszerzési stratégia meghatározása, optimális beszállítók kiválasztása, beszállítók értékelése, optimális beszállítói keretszerződések meghatározása, beszállítások időbeli és térbeli ütemezése), azonban ezeknek eredményei alapvetően a készletgazdálkodási paraméterekben mutatkoznak meg [L47] [L71] [L121].

2.2. A gazdaságos rendelési tételnagyság modell szakirodalmi fejlődésének bemutatása

A gazdaságos tételnagysággal kapcsolatos kutatások több mint száz éves múltra tekintenek vissza [L04] [L05] [L15] [L16] [L36] [L41] [L55]. Az alapgondolatot Harris fektette le 1913-ban a gazdaságos termelési sorozatnagyságok vizsgálata során [L52]. Az alapmodell olyan determinisztikus működési környezetet feltételez, ahol ismertek számunkra a jövőbeli igények, kiszámíthatók és betarthatók az átfutási idők, valamint a készletpótlás bármely pillanatban azonnal megtörténhet. Vizsgálata során a termelési sorozatot a beállítási költségek és a készlettartás költségeinek összefüggéséből vezette le. A gyakorlatban azonban a készletpótlás a termelési értékteremtési folyamat során általában nem egyetlen tételben és nem azonnal megy végbe, így a modellbe Taft 1918-ban bevezette a készletpótlás folyamatosságára irányuló elveket, meghatározva egy új paramétert a termelési kapacitás és az igény intenzitás közötti arány kifejezésére [L106].

1929-ben Andler német nyelven írt értekezésében foglalkozott a Harris által már korábban feltárt gazdaságos tételnagyság alapvető összefüggéseivel. Harris és Andler eredménye alapvetően csak a raktározási költségek meghatározásában tért el. Andler ugyanakkor nem a Harris által leírt eredmények alapján vezette le elméletét, hanem egy saját, pontosabb számítási elvet dolgozott ki, így az általa leírt összefüggéseket a tiszteletére Andler-formulaként ismerjük [L03]. Mindkét megközelítés kiindulási feltételei determinisztikus és egyben statikus működési környezetet írnak le.

Wagner és Whitin 1958-ban dinamikus tervezési módszert alkalmazva számításba vették, hogy a termékkel szembeni kereslet az időben változik. Ezt a gondolatot beépítve az alapmodellbe megalkották a gazdaságos rendelési tételnagyság modell első dinamikus változatát [L122], majd Hanssmann 1962-ben több termék egyidejű vizsgálatával egészítette ki Harris modelljét [L49].

Az alapmodell kiindulási feltételei között volt rögzítve, hogy a vizsgált tétel bármilyen hosszú ideig elraktározható a jövőbeni igények kiszolgálása érdekében. Ezt a feltételt oldja fel Ghare és Schrader 1963-ban közzétett kutatási eredményükben, melyben a termékek folyamatos és az idő függvényében exponenciális értékvesztését vizsgálták, kiegészítve a gazdaságos rendelési téteलगысáг matematikai modelljét [L38]. A későbbiekben számos kutató alapozott Ghare és Schrader megállapításaira tovább fejlesztve a modellt a romlandó termékek vizsgálata irányában. Covert és Philip 1973-ban megjelent cikkükben két-paraméteres Weibull eloszlással modellezték a változó mértékű értékvesztés gazdaságos rendelési téteलगысáгra gyakorolt hatását [L23], míg Dave és Patel 1981-ben a romlandó termékek körét vizsgálva kidolgozott egy modellt az idő függvényében proporcionálisan változó igényekre, azonnali készletpótlást feltételezve, készlethiányt meg nem engedő véges időtartamra [L29]. Mishra 1975-ben megjelentetett egy értekezést a termelési sorozatnagyságról a romlandó termékek változó mértékű értékvesztéséről végtelen termelési rátát feltételezve [L75], míg a folyamatos készletvizsgálati modellből kiindulva 1977-ben Shah és Jaiswal leírták a konstans értékvesztés összefüggéseit [L99]. Hollier és Mak 1983-ban kidolgoztak két különböző matematikai modellt a romlandó áruk körére exponenciális értékvesztést feltételezve egy szűkülő piaci környezetben [L54]. A modellek abban különböztek, hogy a készletpótlási periódusok hossza azonos vagy időben változó. Hariga és Benkherouf 1994-ben kiegészítette Hollier és Mak modelljét exponenciálisan növekvő piaci környezetre vonatkoztatva [L50]. Bahari-Kashani 1989-ben heurisztikus megközelítéssel határozta meg a rendelési mennyiséget a készletek konstans értékvesztését és az idő függvényében proporcionálisan változó igényt számításba véve [L07]. Hariga 1995-ben az idő függvényében változó igényt és készlethiányt megengedő környezetet feltételezve fejlesztette tovább a gazdaságos rendelési téteलगысáг modellt a romlandó termékek körére [L51].

A klasszikus gazdaságos rendelési téteलगысáг alapmodell feltételezi, hogy a költségtényezők és a termék ára időben állandó, ugyanakkor a gyakorlatban megfigyelhető valamilyen mértékű inflációs hatás, illetve az idő függvényében változó költség [L114]. Ezt a feltételt oldotta fel 1966-ban Naddor [L78] és 1967-ben Van der Veen különböző mértékű készlettartási költségek figyelembe vételével [L117], míg Buzacott 1975-ben közzétett cikkében, egy konstans inflációs ráta alkalmazásával az infláció hatását építette be a rendelési téteलगысáг modellbe. Megállapította, hogy a modellben számításba vett készlettartási költség függ a vállalkozás árképzési politikájától, valamint, ha az ár a készletpótlási időtől független, akkor a készlettartás költsége az inflációs rátától független [L14]. Giri, Goswami és Chaudhuri 1996-ban megalkottak egy általános modellt a romlandó termékek körére vonatkoztatva, mely modell feltételei között az igény, az értékvesztés, a készlettartási költség és a rendelési költség az időben folyamatos, valamint a készlethiány megengedett [L39]. Ugyanebben az évben Giri és szerzőtársai megállapították, hogy abban az esetben, ha a készlettartás költsége lényegesen meghaladja az elmaradásból eredő költségeket, a készlethiányos időszakok előfordulása gazdaságilag indokolt és előnyös [L40].

A klasszikus gazdaságos rendelési téteलगысáг modell abból a feltételből indul ki, hogy a készletpótlás azonnali és a beszállító az áru ellenértékét a beszerzéssel egyidejűleg az eladó részére megfizeti. A gyakorlatban azonban a beszállító gyakran ad a viszonteladó részére kitolt fizetési haladékokat, ezzel növelve a terméke iránti keresletet. Ebben a fizetési konstrukcióban, ha a kereskedő a fizetési haladék lejárta előtt tudja értékesíteni a terméket, akkor közvetetten a kamaton keresztül még további jövedelemre is szert tud tenni, illetve kedvezőbbé válik a működés finanszírozása. Ezt a keresletre gyakorolt pozitív hatást ismerte fel Goyal 1985-ben, és illesztette a klasszikus modell keretei közé [L43], majd

1995-ben Aggarwal és Jaggy fejlesztette tovább kiterjesztve a fizetési haladéokra kidolgozott modellt a romlandó áruk körére [L01].

Ghare és Schrader romlandó termékekkel kapcsolatos gondolatait illetve Arcelus és Srinivasan 1993-ban publikált hitelperiódusra és profitmegosztásra irányuló kutatási eredményeit [L06] tovább fejlesztve Chang, Ouyang, és Teng 2003-ban azt az esetet vizsgálták, amikor a beszállító a fizetési határidőben akkor nyújt engedményt, ha a kereskedő egy romlandó termékből bizonyos mennyiségnél többet rendel [L21]. Megfigyelhető, hogy a mennyiségi engedménnyel kapcsolatos kutatások két irányba ágaznak. Az egyik irány a szakaszonkénti ugrásszerű engedmények vizsgálatára, míg a másik irány az inkrementális, folyamatosan növekvő engedmény elemzésére korlátozódik.

A mennyiségi engedményekkel párhuzamosan a fajlagos költségtényezőkben jelentkező kedvezmények érvényesítése is a kutatók látószögébe került. A mennyiség függvényében változó fuvar költség gazdaságos rendelési tétele nagyságra gyakorolt hatását vizsgálta Tersine és Barman 1991-ben megjelent cikkükben [L115]. A mennyiségi diszkontra vonatkozó kutatások szintén szétágaznak, egyik irány esetében a beszállító a teljes mennyiségre ad engedményt, ha az meghalad egy meghatározott mennyiséget, míg a másik esetben csak az előre meghatározott mennyiség feletti rész után jár az engedmény.

A bemeneti tényezők egy része a gyakorlatban nem rögzített, a felvehető értékek sok esetben csak valószínűségi változókkal adhatók meg. A klasszikus rendelési tétele nagyság modell determinisztikus környezeti feltételeit módosító hatások széles körben történő elemzése vezetett a sztochasztikus modellek kidolgozásához.

Porteus vizsgálta a termékminőség és a sorozatnagyság közötti összefüggést. Megállapította, hogy a termelési folyamat során a minőség ingadozhat, mely következtében utómunka és egyéb többlet költségek merülhetnek fel. 1986-ban három változatot dolgozott ki a minőség fejlesztésére való befektetésre, melyek a folyamatok feletti kontroll elvesztésének csökkentése, a beállítási költségek csökkentése, mely által kisebb gazdaságos sorozatnagyság, alacsonyabb készlet tartási költség valamint kevesebb hiba érhető el, illetve e két változatnak az egyidejű alkalmazása [L81]. Termelési folyamatokat vizsgálva szintén 1986-ban Rosenblatt és Lee feltevése szerint egy folyamat tolerancián belüli és azon kívül eső állapotai exponenciális eloszlással írhatók le. Azt javasolták, hogy nem tökéletes folyamatjellemzők esetén a sorozatnagyság kisebb legyen. Következtetésük eredményeképpen egy rögzített mértékű selejtszázalékot illesztettek a gazdaságos tétele nagyság modellbe [L87].

A klasszikus rendelési tétele nagyság modellből kiindulva az igények előre ismertek és időben állandók, azonban a gyakorlatban a termékek életciklusát megfigyelve megállapítható, hogy az igény a termék felfutási szakaszában növekszik, majd egy maximum értéket elérve az igény a termék érettségi szakaszában valamilyen mértékben ingadozva egy sávon belül marad, melyet követ egy hanyatlási szakasz nullára csökkenő igénnyel. Carr és Howe 1962-ben a termékeket érettségi szakaszukban vizsgálták [L20], Barbosa és Friedman 1978-ban a hanyatlási szakaszt elemezték [L08].

Az igény idő függvényében történő sztochasztikus jellegű ingadozása szintén számos kutató vizsgálatának középpontjába került [L02]. Donaldson 1977-ben a készlethiányt meg nem engedő környezetben kutatta a lineáris trenddel jellemezhető igényt, kereste a készletpótláshoz rendelhető legalacsonyabb költséget és a beszerzések optimális gyakoriságát, illetve meghatározta az optimális készletpótlási időt [L35].

A korábbiakban feltételeztük, hogy az igény teljes mértékig kiszolgálásra kerül, a gyakorlatban azonban előfordulnak a készlethiány különböző esetei is. Deb és Chaudhuri

foglalkozott a készlethiány hatásának elemzésével, 1987-ben közzétett cikkükben számításba vették az idő értékét, az inflációt, valamint a termék értékvesztését is. Készlethiányt megengedő modelljük esetében a készlethiány minden készletezési periódus során megengedett, kivéve az utolsó periódust. Minden periódus az elmaradás valamilyen időtartam alatt bekövetkező pótlásával kezdődik, melyet egy készlethiányos szakasz követ [L31]. Míg Deb és Chaudhuri heurisztikus módon közelítette meg az optimális készletezési modellt, addig Murdershwar 1988-ban pontos analitikus eszközökkel írta le a készlethiányt megengedő készletezési politika összefüggéseit [L77]. Goyal 1988-ban [L44], és Dave 1989-ben rámutattak Deb és Chaudhuri heurisztikus módon megközelített költségfüggvényének hibájára [L28], majd Goswami és Chaudhuri 1991-ben új megközelítést adtak a probléma megoldására véges készletpótlást feltételezve [L42].

Az előbbi modellek esetében a készlethiány az utolsó készletezési periódus kivételével minden periódus esetében megengedett. Ezt a kötöttséget oldják fel Goyal és szerzőtársai 1992-ben, minden készletezési periódus esetén készlethiányt megengedve. Goyal, Morin és Nebebe új készletpótlási politikát írtak le véges készlettartási költséget és lineáris trenddel jellemezhető igényt feltételezve egy adott időszakban [L45]. Silver és Meal 1969-ben a változó igényt vizsgálták [L101], 1973-ban megjelent heurisztikus modelljük egy általános esetet ír le az időben változó igények mintázatára [L102]. Donaldson modelljét tovább fejlesztve Henery volt az első szerző, aki iterációs eljárással határozta meg a készletpótlás ütemezését csökkenő és növekvő igény eseteire vonatkoztatva, rögzített készletpótlási mennyiségeket számításba véve [L53]. Ritchie 1980-ban azt az esetet vizsgálta, amikor egy lineárisan növekvő igénnyel jellemezhető periódust egy állandó igény követ [L84], majd 1984-ben lineáris igények elemzésével egészítette ki a gazdaságos rendelési tétel nagyság modellt [L85].

Az elmúlt két évtizedben a kutatások felgyorsultak, köszönhetően egyrészt az információs technológia robbanásszerű fejlődésének, másrészt a kutatási eredmények szélesebb körben és gyorsabban történő megosztásának [L63]. Mindamellet a kutatások főbb motivációja az eredmények gyakorlati alkalmazhatóságában rejlik. A vállalatirányítási és készletgazdálkodási rendszerek némi fáziskéséssel ugyan, de beépítik a modellbe a kutatási eredményeket, így versenylőnyt jelentenek az adott program felhasználói számára, akik hajlandók befektetni a legfrissebb eredmények hasznosításáért.

2.3. A gazdaságos rendelési tétel nagyság modellt érintő aktuális kutatási irányok bemutatása

A mintegy százéves múltra visszatekintő gazdaságos rendelési tétel nagyság modell szakirodalmi fejlődésének áttekintését követően elemeztem, milyen vizsgálati területek állnak napjaink kutatóinak érdeklődési középpontjában.

Az értekezés vizsgálati területére vonatkozó összetett kulcsszavas keresések alapján az alábbi megjelent publikációs gyakoriságok figyelhetők meg a Scopus, Web of Science és ScienceDirect tudományos tárákban (1. táblázat).

A több szóból álló összetett kulcsszavas keresésre adott eredmény nagymértékben függ az egyes szavak közötti kapcsolódás módjától. Kutatásom során csak az 1. táblázatban megadott szóösszetételek pontos egyezéseinek találatait értékeltem. A kapott eredmény azt mutatja, hogy a „*gazdaságos rendelési tétel nagyság*”, illetve a „*gazdaságos sorozatnagyság*” kulcsszavak esetében a megjelent publikációk száma a 2000-es év óta kisebb visszaesésektől eltekintve folyamatosan növekszik, ami a téma iránti érdeklődés

fokozódására vezethető vissza (1.a. diagram). Az is megfigyelhető, hogy a vizsgált tudományos tárukban elérhető publikációk száma a 2014-es évben érte el a legmagasabb értékét, azóta kisebb visszaesést követően megközelítőleg stagnálást mutat. A piros oszloppal jelölt adat a 2017-es év október végéig megjelent cikkeit ábrázolja, így a teljes évre vonatkoztatott publikációk száma várhatóan magasabb értéket fog tükrözni.

keresett kulcsszavak	Scopus										Web of Science										ScienceDirect												
	"Economic order quantity" OR "EOQ" "Economic lot size" "inventory holding cost" "inventory shortage" "stock-out cost" "safety stock" "demand extrapolation" "demand trend analysis" "stochastic inventory model" "deterministic inventory model" "Inventory cost" AND "sensitivity analysis"										"Economic order quantity" OR "EOQ" "Economic lot size" "inventory holding cost" "inventory shortage" "stock-out cost" "safety stock" "demand extrapolation" "demand trend analysis" "stochastic inventory model" "deterministic inventory model" "Inventory cost" AND "sensitivity analysis"										"Economic order quantity" OR "EOQ" "Economic lot size" "inventory holding cost" "inventory shortage" "stock-out cost" "safety stock" "demand extrapolation" "demand trend analysis" "stochastic inventory model" "deterministic inventory model" "Inventory cost" AND "sensitivity analysis"												
2000	39	17	46	1	2	16	16	160	5	3	0	32	22	2	1	1	9	14	72	2	1	0	49	7	28	3	1	45	0	0	0	1	0
2001	45	17	52	3	2	17	23	173	10	3	0	41	22	2	2	2	13	14	82	5	3	0	64	8	47	4	1	51	0	0	0	1	0
2002	62	16	51	2	1	28	23	206	3	2	0	25	17	4	0	3	16	9	92	1	0	0	57	8	42	3		56	0	0	2	1	0
2003	60	31	63	4	3	29	19	222	4	4	0	29	23	5	1	0	14	17	89	3	4	0	77	6	52	4	2	60	0	0	6	7	0
2004	87	23	76	3	11	39	33	242	3	0	0	29	31	2	0	3	19	20	100	1	0	0	83	9	46	4	3	69	1	0	3	2	0
2005	101	29	93	7	16	39	28	308	4	4	2	40	36	6	3	4	13	15	118	1	4	0	84	14	69	8	4	72	0	0	4	5	0
2006	134	38	108	5	13	44	19	378	8	6	0	54	47	4	2	3	20	9	132	3	1	0	111	14	95	5	3	117	0	1	4	4	0
2007	136	43	129	5	20	57	20	424	4	5	1	63	47	6	1	3	29	12	151	1	4	1	150	21	88	10	4	106	0	0	2	7	0
2008	135	40	128	4	22	61	30	427	14	3	1	58	41	14	1	6	33	22	191	4	4	0	157	17	127	6	4	130	0	0	11	7	0
2009	144	51	145	3	27	53	21	507	6	9	0	83	59	11	2	14	25	17	203	2	4	0	154	17	138	10	6	149	1	0	3	6	0
2010	188	52	126	8	35	71	29	595	11	11	0	76	62	15	2	4	37	25	239	5	6	0	142	15	138	14	7	108	0	0	5	10	0
2011	217	64	156	8	36	62	51	616	14	7	0	84	66	10	1	14	33	34	263	5	0	0	154	17	148	18	5	149	0	0	8	8	0
2012	227	57	148	3	33	55	32	715	6	4	3	90	68	10	2	10	33	17	354	3	1	2	163	18	142	18	4	139	0	0	7	6	0
2013	245	62	197	6	30	69	34	738	11	7	0	104	71	16	2	8	35	29	339	5	3	0	218	22	190	20	7	154	0	0	15	8	1
2014	265	81	202	7	44	58	39	891	8	4	1	112	86	16	1	10	32	36	388	1	1	0	215	21	171	16	13	198	0	0	17	6	1
2015	271	63	146	7	46	64	46	945	12	9	0	98	80	11	4	18	38	40	503	10	4	0	185	21	176	7	11	182	1	0	17	15	2
2016	253	73	137	4	27	72	38	993	8	6	0	99	91	12	0	14	41	29	558	6	3	0	172	27	170	15	10	184	1	0	10	3	0
2017	218	54	134	11	37	65	29	792	8	2	0	96	71	13	4	11	38	37	521	3	1	0	189	23	219	25	6	198	1	0	14	1	0

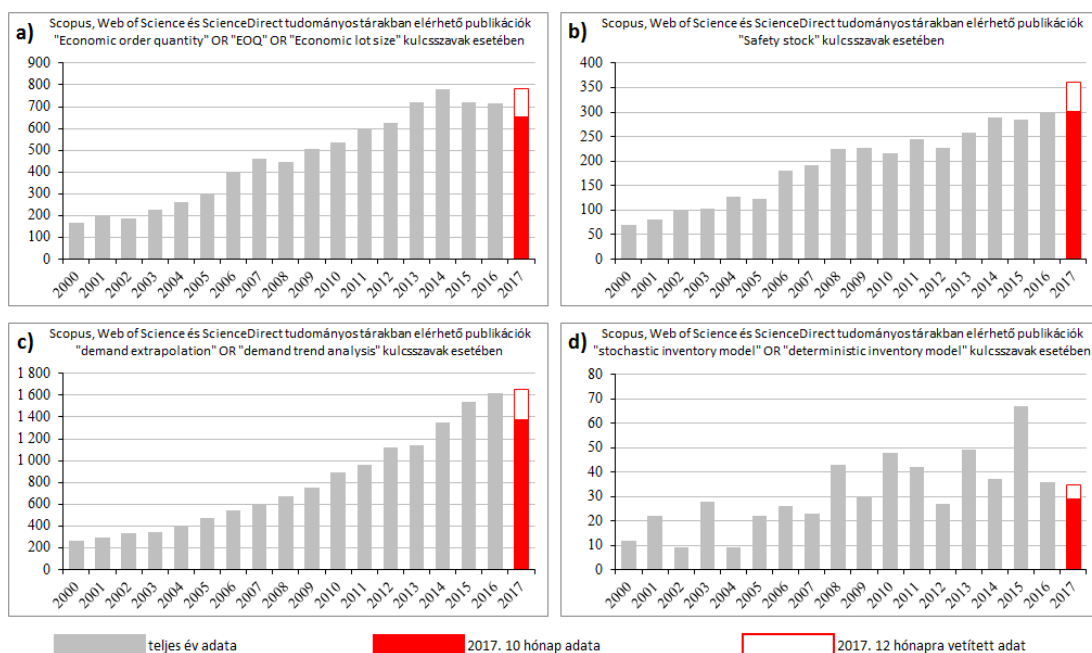
1. táblázat: Az értekezés vizsgálati területére vonatkozóan a Scopus, Web of Science és ScienceDirect tudományos tárákban 2000 és 2017 október vége között megjelent publikációk száma évenkénti bontásban [saját szerkesztés]

A „biztonsági készlet” témakörben végzett kutatások publikált eredményének száma szintén a téma iránti érdeklődés töretlenségét mutatja (1.b. diagram). A gazdasági válságot követően valamelyest visszaesett a publikációk száma, ami valószínűleg a gazdasági szereplők érdeklődési irányultságának megváltozására vezethető vissza, de a gazdaság beindulását követően ismét fokozódik az érdeklődés, és a vizsgált időszakot tekintve a 2017-es év minden korábbi értéket meghalad.

Az „igény előrevetítése” és az „igények trend elemzése” témakörben a 2000-es évtől folyamatosan, minden évben az előző értékeket meghaladó számú publikáció látott világot, és az emelkedés folyamatosan gyorsuló ütemet mutat (1.c. diagram). A 2017-es évben időarányosan megjelent publikációk teljes évre arányosításából arra lehet következtetni, hogy várhatóan a teljes év adata ismételten meg fogja haladni a korábbi évek legmagasabb értékét.

A „determinisztikus készletezési modell” és a „sztochasztikus készletezési modell” kulcsszavakra történő keresés viszonylag alacsony számú találatot eredményezett, az értékek alakulásában sem figyelhető meg egyértelmű irány (1.d. diagram). Ez valószínűleg arra vezethető vissza, hogy egyrészt ez a két tudományos kutatási terület több évtizedes

múltra tekint vissza, másrészt a kutatások eltolódtak a nem tiszta modellek elemzésének irányába.



1. diagram: Scopus, Web of Science és ScienceDirect tudományos tárházakban 2000 és 2017 október vége között megjelent publikációk száma kulcsszavas keresés alapján [saját szerkesztés]

A megadott kulcsszavas keresések eredménye azt támasztja alá, hogy az értekezésben meghatározott kutatási terület iránt összességében fokozódik az érdeklődés.

A ScienceDirect tudományos tárházban a „gazdaságos rendelési téte nagyság”, vagyis az „*Economic order quantity*” összetett kulcsszavas keresés eredményeként 2012 és 2017 október vége között összesen 822 megjelent cikket kaptam. A cikkekben megjelölt kulcsszavak közül meghatároztam a leggyakrabban előforduló 40 kifejezést, majd a cikkek címére korlátozva elvégeztem a 822 cikk elemzését, azaz megkerestem a 2. táblázatban foglalt 40 kulcsszónak a címben történő előfordulási gyakoriságát.

model	290	production / manufacturing	53	backorder	36	study	18
inventory	268	EOQ	46	transport or freight	36	sensitive / sensitivity	17
demand	133	management / managing	45	environment	35	perishable	15
deterioration	80	stochastic	43	quality	34	efficient / efficiency	13
price / pricing	72	product	43	vendor not newsvendor	33	economic	12
lot-size	71	payment	41	discount	32	risk	11
credit	67	retail / retailer	41	shortage	29	newsvendor	8
trade	64	analysis / analyzing	38	uncertain / uncertainty	26	flexible / flexibility	7
replenishment	63	fuzzy	37	optimal / optimization	26	material	6
cost	55	supply chain	37	supplier	26	deterministic	4

2. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárházban 2012 és 2017 október vége között megjelent publikációk címében történő kulcsszavas keresés eredménye [saját szerkesztés]

A táblázat szerint a leggyakrabban előforduló kifejezések a *modell*, a *készlet*, az *igény*, a *romlandó áru*, az *árképzés*, a *sorozat nagyság*, a *hitel*. E hét kifejezés legalább egyike megtalálható 592 cikk címében, ami arra enged következtetni, hogy a mai kutatások főként ezeknek a témaköröknek a vizsgálatára irányulnak. Érdekességgént állapítottam meg, hogy a *költség* kifejezés a 10. helyen, az *elmaradás* szó a 21. helyen, a *kedvezmény* csak a 26.

helyen, míg a *kockázat* a 37. helyen fordulnak elő, miközben a *determinisztikus* vizsgálat a 40. helyre szorul vissza. A kapott eredményből arra következtettek, hogy csökkent az egzakt modellekre irányuló kutatás, miközben az érdeklődés a heurisztikus modellek irányába mozdulhatott el. A megvizsgált 822 cikk közül 39 esetben a megadott 40 kulcsszó egyike sem szerepel a cikk címében.

A szerzők körének vizsgálata szintén érdekes eredményt mutat. A vizsgált 2012-2017-es időszakban összesen 1581 szerzőnek jelent meg publikációja, mely legalább egyszer tartalmazta az „*Economic order quantity*” összetett kulcsszót. A 3. táblázat tükrözi az egyes szerzők által publikált cikkek mennyiségét. Megállapítható, hogy 1253 szerző neve összesen egyetlen alkalommal fordult elő, míg az igazán aktívnak tekinthető szerzők száma szűk körre korlátozódik.

publikált cikkek száma	szerzők	publikált cikkek száma	szerzők	publikált cikkek száma	szerzők
1	1253	6	9	15	1
2	205	7	12	18	1
3	54	8	4	21	3
4	19	9	1	24	1
5	15	10	2	27	1

3. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárban a gazdaságos rendelési téteknagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között megjelent publikációk és szerzők közötti összefüggés [saját szerkesztés]

Mivel az összesen 822 megjelent cikk mintegy 1581 szerző nevéhez köthető, a szerzők és társszerzők körét megvizsgálva az is megállapítható, hogy a legtöbb publikációt 2-4 fős szerzői társaság, leggyakrabban a 3 főből álló kutatói csoport jelenti (4. táblázat).

szerzők és társszerzők száma	publikált cikkek száma
1	81
2	222
3	321
4	156
5	42
Total	822

4. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárban a gazdaságos rendelési téteknagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között megjelent cikkek száma a publikációban részt vállaló szerzők száma alapján [saját szerkesztés]

Az elemzésből az is megállapítható, hogy az öt vagy annál több cikk publikálásában részt vállaló szerzők száma összesen 50 főre tehető. A legaktívabbnak tekinthető szerzők körét az 5. táblázat foglalja magában.

szerző	publikált cikkek	szerző	publikált cikkek
Ata Allah Taleizadeh	27	Ali Diabat	10
Leopoldo Eduardo Cárdenas-Barrón	24	Hui-Ming Wee	10
Seyed Taghi Akhavan Niaki	21	Kun-Jen Chung	9
Shib Sankar Sana	21	Kripasindhu Chaudhuri	8
Biswajit Sarkar	21	Christoph H. Glock	8
Mohamad Y. Jaber	18	Fabio Sgarbossa	8
Jinn-Tsair Teng	15	Simone Zanoni	8

5. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárban a gazdaságos rendelési téteknagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között legtöbb cikket publikáló szerzők köre [saját szerkesztés]

Ki kell hangsúlyozni, hogy a 4. táblázatban és az 5. táblázatban foglalt eredmények nem a szerzők teljes publikációs aktivitását tükrözik, a következtetés kizárólag az „*Economy order quantity*” összetett kulcsszavas keresés eredményének kiértékelésére korlátozódik.

A kulcsszavak elemzését követően megvizsgáltam, hogy napjainkban az alap modell milyen irányban történő továbbfejlesztése áll a kutatók érdeklődésének középpontjában. Szakirodalmi kutatásom során a 2012-től 2017 október végéig a ScienceDirect tudományos tárban fellelhető publikációk közül a magas citátum számmal rendelkező cikkeket elemeztem, elsősorban a kutatási témában legtöbbet publikáló szerzők munkásságára koncentrálni. A vizsgálatba vont publikációk körét az „*Economy order quantity*” összetett kulcsszóra történő kereséssel választottam ki.

Taleizadeh és szerzőtársai 2013-ban a gyakorlathoz igazodva a klasszikus rendelési téte nagyság modellnek azt a kiegészítést elemezték, amikor a beszállítók elvárják a vevőktől, hogy azok előzetesen fizessék meg részükre a megrendelés költségeinek egy töredékét. Ennek három esetére tértek ki, vagyis amikor az elmaradás egyáltalán nem, vagy részben, vagy teljes mértékben megengedett [L111]. A klasszikus EOQ modell nem kezeli a késedelmes fizetéssel összefüggő eseteket, a gyakorlatban azonban számos eladási és vásárlási tranzakció esetén megfigyelhető, hogy az eladó meghatározott fizetési késedelmet kínál vagy elfogad, mely kedvezmény potenciális következményekkel járhat a megrendelés méretére nézve. A késedelmes fizetés és a megengedett késés esetére vonatkozóan határozzák meg a rendelés és a hiány optimális mértékét [L112].

Taleizadeh és szerzőtársai szintén 2013-ban tanulmányozták a romlandó áruk körére vonatkozóan az optimális rendelési és elmaradási mennyiségeket, kitérve a beszállítók által kínált speciális ajánlatok különböző eseteire [L107].

Taleizadeh és Nematollahi 2014-ben vizsgálták a pénz időértékének és az inflációnak a hatását az optimális rendelési politikára. Kidolgoztak egy gazdaságos rendelési téte nagyság modellt a romlandó áruk körére vonatkozóan, állandó mértékű termékminőség romlás és állandó igény esetére, véges tervezési horizontot, elmaradást és késedelmes fizetést feltételezve [L108].

Sarkar és Sarkar 2013-ban a romlandó termékek körére vonatkozóan megvizsgálták az idő függvényében változó elmaradást és romlási rátát, meghatározták a minimális összköltség mellett az egyes termékek optimális ciklushosszát [L91] [L97]. Sarkar, Saren és Wee 2013-ban véges termelési rátát feltételezve elemezték az idő függvényében növekvő igénnyel rendelkező romlandó áruk körét [L96]. Sarkar és szerzőtársai 2014-ben áttekintést nyújtottak az utómunka folyamatokkal, egylépcsős gyártási rendszerrel, tervezett elmaradással jellemezhető gazdaságos termelési sorozatnagyság modelltől. Elemzésük során a nem tökéletes termelési rendszerekre jellemző véletlenszerű hibáit vizsgálták, munkásságuk eredményeként kiegészítették a modellt a véletlenszerű hiba mértékével [L92].

A beszállító–kiskereskedő–vevő szállítói láncban a beszállító gyakran kínál a kiskereskedőnek egy adott időszakra vonatkozó kereskedelmi hitelt, a kiskereskedő hasonlóképpen nyújthat kereskedelmi hitelt a vevője számára az értékesítés ösztönzése és a készletek csökkentése érdekében. Az eladó szemszögéből a kereskedelmi hitel nyújtása növeli az értékesítést és a bevételt, ugyanakkor növeli a bekerülési költségeket és a nemfizetési kockázatot is, ezért a hitelkeret meghatározásának módja egyre inkább az értékesítő nyereségességének stratégiai kérdésévé vált. Emellett számos termék, mint például a gyümölcsök, zöldségek, csúcstechnikai termékek, stb. körére jellemző, hogy értékcsökkenésük nem csak folyamatosnak tekinthető, hanem lejáratú idővel is

rendelkeznek, mely utóbbi feltételt korábban csak kevés kutató vette számításba. Ezt a lejáratási időt és a hitelnyújtás különböző eseteit vizsgálták Wu és szerzőtársai 2014-ben [L127], valamint ugyanebben a kutatási témakörben folytatták elemzéseiket szintén 2014-ben Wang, Teng és Lou [L124], illetve 2014-ben Sarkar és szerzőtársai [L93].

Chen, Cárdenas-Barrón és Teng 2014-ben a kiskereskedő szemszögéből vizsgálták a gazdaságos rendelési tételek nagyságát olyan környezetben, amikor a beszállító a rendelési mennyiség függvényében feltételelesen fizetési haladékot nyújt. Modelljük értelmében a beszállító egy adott időszakra vonatkoztatva teljes mértékben fizetési haladékot biztosít, ha a kiskereskedő az előre meghatározott mennyiséget megrendeli. Amennyiben a megrendelés nem éri el ezt a mértéket, akkor a kiskereskedőnek részleges összeget kell fizetnie a szállítónak [L22].

Mousavi és szerzőtársai 2013-ban egységnyi és növekményes mennyiségi engedményeket, valamint kamat- és inflációs tényezőket vettek figyelembe, időszakosan változó, determinisztikus keresleti rátát feltételezve. A modell gyakorlathoz közelítő tételéhez háromféle korlátot emeltek a modellbe, beleértve a rendelkezésre álló tárhelyet, a költségkeretet és a rendelési mennyiséget. Egyidejűleg több termékre és több periódusú készlet ellenőrző rendszerek elemeinek vizsgálatára összpontosítottak, hogy meghatározhassák a termékek optimális rendelési mennyiségét, mely érték mellett a véges tervezési horizonton a teljes rendszerköltség nettó jelenértéke minimális [L76].

Cárdenas-Barrón és Sana 2014-ben közzétett tanulmányukban olyan kétszintű, gyártóból és kiskereskedőből álló ellátási láncot vizsgáltak, ahol a kereslet érzékeny a promóciós ösztönzőkre. Olyan termelési-készletgazdálkodási modellt fejlesztettek ki, ahol az egy egységre vetített beszerzési költség a termelési ráta függvénye. Elemezték az optimális termelési rátát, a gyártási sorozat nagyságát, az elmaradás mértékét, az értékesítési csoportok promóciós ösztönzőit annak érdekében, hogy a gyártók és a kereskedők a nyereségüket maximalizálják [L17]. Cárdenas-Barrón és Sana az elemzésüket 2015-ben egy több tételre irányuló gazdaságos rendelési tételek nagyság modell vizsgálatával folytatták, továbbra is olyan kétszintű ellátási láncot feltételezve, ahol a kereslet érzékeny a promóciós ösztönzőkre. Ebben a készletezési modellben a beszállító fizetési haladékot nyújt a kiskereskedő számára a késztermékek beszerzési költségeinek finanszírozásában. A beszállító és a kiskereskedő nyereségét a felek által megosztott beállítási költségek, készletértéktartási költség, eladási ár és promóciós költségek határozzák meg [L18].

Sana, Chedid és Navarro 2014-ben a tökéletes és minőségileg kifogásolható termékekre vonatkozóan egyidejűleg több tételnek a beszerzési és termelési sorozatnagyságát tanulmányozták több beszállítóból, gyártókból és kiskereskedőkből felépülő háromszintű ellátási lánc esetében. Modelljükben minden gyártó minden egyes terméket több nyersanyag kombinációjával állít elő, amelyeket több beszállító szállít. A szállítóknak és a gyártóknak a hibás termékeiket az adott beszerzési árnál alacsonyabb áron küldik vissza a vevők. Az ellátási lánc szereplőinek várható átlagos nyereségét a felmerülő költségek és az eladási árak alakítják ki. A modell célja, hogy maximalizálják a teljes ellátási lánc várható átlagos nyereségét [L89].

Sarkar, Mandal és Sarkar 2015-ben folyamatos készletvizsgálatot végezve tanulmányozták a rendelési mennyiséget és rendelési időpontot, a folyamat minőséget, az átfutási időket és az elmaradás miatti árengedményt. Az igényt valószínűségi változóként tekintve két modellt dolgoztak ki, az egyik esetében normális eloszlásnak tekintve, a másik esetben az igény nem követ semmilyen specifikus eloszlást, de az átlag és a szórás ismert [L94].

Sarkar és Moon 2014-ben a nem tökéletes gyártási folyamatok esetében tanulmányozták a minőség fejlesztés, a rendelési pont, az elmaradás mértéke és az átfutási idők közötti összefüggéseket. A rendszer összköltség csökkentése a beállítási költség, a sorozat nagyság, az átfutási idő, a rendelési pont és a folyamatminőségi paraméter egyidejű optimalizálásával érhető el, mely vizsgálata során feltételezték, hogy az átfutási időre eső igény normál eloszlást követ [L95].

Az ellátási láncok teljesítményének folyamatos javítása érdekében a piaci szereplők gyakran hangolják össze tevékenységeiket. Ilyen ellátási lánc koordinációs stratégiák közé tartoznak a közös ciklusidők, a mennyiségi engedmények, az optimális sorozatnagyság meghatározása, vagy a minőség fejlesztés. Khan, Jaber és Ahmad 2014-ben a mindenütt jelenlévő emberi tényezőkre irányították figyelmüket, mint a minőségellenőrzések hibái és a tanulásból fakadó termelési javulás. Tanulmányuk során egy integrált matematikai modell keretében a minőségellenőrzési hibák és a termelésben megfigyelhető tanulási folyamatok számításba vételével meghatároztak egy optimális szállító-vevői készletezési politikát az ellátási láncban felmerülő összköltség minimalizálása érdekében [L62].

A környezetvédelmi jogszabályok és előírások miatt a gyártó cégek felismerték a környezetbarát ellátási lánc menedzsment fontosságát. Kannan és szerzőtársai 2012-ben megjelent tanulmányukban az ökológiai-lábnyom számításba vételével egy modellt fejlesztettek ki visszaszámláló logisztikai hálózatok kialakítására [L61]. A javasolt modell célja az éghajlatváltozás minimalizálása visszaszámláló logisztikai tevékenységek alkalmazásával, vagyis az elhasznált termékek helyszínen történő vagy a termékek elszállítását követő visszanyerésével.

A környezettudatosság folyamatos növekedése a világgazdaság számos aspektusát érintette, beleértve az ellátási lánc menedzselését. A hagyományos ellátási láncok elsősorban a költségek minimalizálására és a nyereség maximalizálására irányulnak, de napjainkban egyre fontosabbá válik a szén-dioxid kibocsátás csökkentés céljának az ellátási láncba történő beépítése. Diabat és Al-Salem 2015-ben kutatásuk során egy üzemből, több elosztó központból és kiskereskedőkből álló ellátási lánc esetén a bizonytalansági tényezőt is figyelembe vették egy olyan új változó bevonásával, amely tükrözi a kereslet különböző alakulásának valószínűségét [L34].

Pal, Sana és Chaudhuri 2012-ben közzétett cikkükben több tételre vonatkozó determinisztikus gazdaságos rendelési téteknagyság modellt tanulmányoztak egy beszállító szemszögéből, amikor az alapvető árucikkek kereslete az eladási ár növekedésével négyzetesen csökken, és az árcsökkenés függvényében exponenciálisan növekszik. Kutatásuk fő célja az optimális rendelési tétel, az optimális eladási árak és a szakaszos árengedmény optimális szintjének meghatározása az összes termék átlagos nyereségének maximalizálása érdekében [L79].

Diabat 2014-ben foglalkozott a beszállító által kezelt készlet kérdésével, figyelembe véve egy egyetlen szállítóból és több vevőből felépülő ellátási lánc hálózatát [L33], szintén célként megfogalmazva a nyereséget maximalizáló optimális értékesítési mennyiség meghatározását.

Bazan, Jaber és Zaroni 2015-ben két olyan modellt mutattak be, amelyek figyelembe veszik az üvegházhatást okozó gázok kibocsátásával járó gyártási és szállítási műveletek során felhasznált energiát. Az első modell egy klasszikus együttműködési politikát mutat be, míg a második pedig egy beszállító által konszignációs megállapodás keretében kezelt készletet. Az energiafelhasználás mindkét modell esetében a legfontosabb költségelemnek számít, melynek csökkentése az elsődleges prioritás [L10]. 2016-ban áttekintést nyújtottak

a visszutas logisztika matematikai készlet modelljeiről és a környezetvédelmi szempontok figyelembe vételével kitekintést adtak a modellezés jövőjéről. Cikkük szerint a jövőbeni visszutas logisztikai modellek legfontosabb prioritása az üvegházhatást okozó gázok kibocsátásának és az előállítás során felhasznált energiafogyasztásnak a modellezése [L11].

A hagyományos készletgazdálkodási modellek a sorozat nagyság optimalizálását az ellátási lánc teljes éves költségeinek minimalizálásából vezetik le. A környezeti problémákkal kapcsolatosan növekvő aggodalmak azonban szükségessé teszik a gazdasági célok mellett a környezetvédelmi céloknak is a készletgazdálkodási döntésekbe történő integrálását. Battini, Persona és Sgarbossa 2014-ben megállapították, hogy a felelősségteljes készletezési rendszerek kialakítása érdekében további kritériumokat kell beépíteni a hagyományos készletgazdálkodási modellekbe. A tétel megrendelésétől a vevő belső folyamataig figyelembe vették a termékkel kapcsolatosan felmerülő valamennyi fenntarthatósági tényezőt, pl. a szállítás környezeti hatását, a belső és külső szállítási költségeket, a beszállító és vevő földrajzi elhelyezkedését, valamint a különböző teherfuvarozási eszközök kihasználtságának mértékét [L09].

Glock, Grosse és Ries 2014-ben szakirodalmi áttekintést adtak a Harris által megfogalmazott sorozat nagyság modell jelentősebb változtatásairól annak érdekében, hogy a kutatókat segítsék a saját munkájukat a szakirodalomban elhelyezni, valamint további támpontot nyújtsanak a jövőbeli másodlagos kutatások irányához [L41].

A gazdaságos rendelési tételnagyság témakörben további értékes publikációk jelentek meg vizsgálat alá véve a többszörös periódusú készletfelügyeleti problémákat [L109], dinamikus kereslet és a részleges elmaradás mellett több termék sztochasztikus készletgazdálkodási kérdéseit [L110], valamint a romlandó áruk körére vonatkozóan az idő függvényében négyzetesen növekvő igény és részleges elmaradás eseteit [L98].

A fellelhető szakirodalom elemzésének eredménye azt tükrözi, hogy a kidolgozott modellek alapvetően három alrendszerbe sorolhatók [L05]:

- determinisztikus modellek – minden bemeneti tényező előzetesen és teljes mértékig ismert;
- sztochasztikus modellek – néhány bemeneti tényező csak valószínűségi változókkal írható le;
- bizonytalansági modellek – azon a feltevésen alapulnak, hogy a bemeneti paraméterek mindegyike egyidejűleg teljes mértékig változhatnak.

A kutatásokat csoportosítva megállapíthatjuk, hogy a szerzők egy része a klasszikus rendelési tételnagyság modellből kiindulva ceteris paribus elvet követve egyetlen tényező változását vizsgálták, míg a kutatások előrehaladtával egyre több tényező együttes vizsgálata került az elemzések középpontjába. A főbb kutatási irányok az alábbiak szerint rendszerezhetők [L05]:

- minőségi probléma;
- romlandó áruk köre;
- költségtényezők változása;
- igények változása;
- készlethiány különböző megengedett mértéke;
- finanszírozási feltételek változása, stb.

A változások mértéke és előre jelezhetősége is különböző változatokban jelennek meg az értekezésekben. Egy részük, többnyire a szakirodalom fejlődésének első felére jellemzően

előre jelezhető, determinisztikus változások vizsgálatát jelentik, főként lineáris vagy ugrásszerű változásokat követve. A kutatások előrehaladásával egyre több szerző vizsgálja determinisztikus környezetben a bemeneti tényezők különböző mértékű és ütemű változásait, majd szükségszerűen a kutatások középpontjába kerülnek az előre meg nem jósolható mértékű és ütemű változások, vagyis a sztochasztikus működési környezet feltárása is. Napjainkban egyre elméletibb környezeti feltételeket figyelembe véve minden bemeneti tényező bármilyen mértékű és ütemű változása, valamint a tényezők bármilyen kombinációjának együttes vizsgálata és modellezése lehetséges [L02] [L19] [L30] [L56] [L59] [L60] [L86] [L88] [L90] [L100] [L113] [L123] [L125] [L128].

A Harris által az optimális termelési sorozatnagyság számszerűsítésére egy évszázada megalkotott modell a publikálása óta azonnal a termelési és gazdasági szakemberek figyelmének középpontjába került. A modell folyamatos kiegészítése, a gyakorlatban megfigyelhető jelenségek lekövetése, a hatások elemzése egyrésztől pontosabb modellezést tesznek lehetővé, másfelől azonban egyre bonyolultabb és a gyakorlatban egyre nehezebben alkalmazható összefüggéssé nőtte ki magát. Komplexitása és napjainkban is megfigyelhető folyamatos fejlődése azt mutatja, hogy a modell iránti érdeklődés töretlen, melynek magyarázata, hogy a feltárt összefüggések alkalmazása komoly versenyelőnyt jelent.

A tudományos kutatások eredményei, a széles körű publikációk, a világ legtöbb nyelvén megjelent szakirodalom éppen ezért az 1990-es évek közepétől már alig követhető. Nehezen vagy egyáltalán nem állapítható meg, hogy a modell egy adott irányú fejlődése, valamint az újabb matematikai összefüggések megjelenése melyik kutató munkásságához köthető. Az eredmények gyors és világméretű megosztása jelentősen hozzájárul a kutatások felgyorsulásához illetve a kutatási irányok szétágazásához. Irodalomkutatásom célja a modell fejlődésében követhető legfontosabb lépéseknek a bemutatása és a kutatási területemet meghatározó szakirodalom komplexitásának érzékeltetése.

2.4. A készletgazdálkodás költségelemei

[S01] [S02] [S03] [S04] [S14] [S17]

Profitmaximalizáló üzleti viselkedést feltételezve a vállalatvezetés, így a logisztikai menedzsment elsődleges érdekkörébe tartozik a mindenkori igény maradéktalan kiszolgálása a lehető legalacsonyabb költség szint mellett [L119].

A klasszikus készletgazdálkodás a készletszint optimalizálását a költségek oldaláról közelíti meg, vagyis az optimális készletszintet a legalacsonyabb összköltségből levezetett készlet jeleníti meg. A készletgazdálkodási rendszer költségei között alapvetően három költségkategóriát különböztethetünk meg, melyek:

- a készletek pótlásából eredő, vagyis a beszerzési tevékenységgel összefüggésben felmerülő költségelemek;
- a készlettartásból adódó költségek;
- valamint a készlethiány következményeinek költség vonzata [L48] [L58] [L65] [L71].

Le kell határolnunk, hogy az elemzés során csak olyan költségkategóriák kerülnek számításba, amelyek kölcsönhatásban vannak a megválasztott készletezési politikával. Azokat a költségelemeket, melyek mértékére hatással van a megrendelés mennyisége és ütemezése, a készletezési politika szempontjából *lényeges* költségnek nevezzük [L65]. A

készletgazdálkodás által nem befolyásolt költségek azonban rendszerint a hosszú távú stratégiai döntések eredményei [L119].

A költséggazdálkodás szempontjából meg kell különböztetni azokat a költségeket, amelyek a beszerzett áru mennyiségétől függőek, illetve amelyek függetlenek [L119]. A lényegesnek tekinthető költségek egy része attól függetlenül is felmerül, hogy mekkora az adott időszak raktárkészlete, vagy, hogy miből milyen ütemezéssel és mennyit rendelünk, pl. a tárolásra rendelkezésre álló raktár fix költségei alacsony kihasználtság mellett is ugyanolyan mértékben merülnek fel, mint egy feltöltött raktár esetében [L65]. Amennyiben azonban a raktár mérete, így a felmerülő költségek – pl. bérleti díjak – a raktárkészlet szintjétől és közvetetten a készletezési politikától függenek, akkor a beszerzési döntés során ezeket a tényezőket is számításba kell venni. A rendelési mennyiségtől független költségek esetében az optimalizálás a rendelések gyakoriságának függvényében érhető el, minél ritkábban történik a rendelés, annál nagyobb az egyszeri megrendelt mennyiség, így egyre kisebb értéket vesz fel az egy egységre jutó fajlagos költség. Ilyen irányúak a tranzakciós költségek, pl. a rendelés feldolgozással összefüggő adminisztrációs költségek, vagy a vámügyműködés, stb.

A rendelési mennyiség függvényében változó költségek esetében az optimális költségszint megállapítása érdekében célszerű érzékenységi vizsgálatot végezni, így megállapítható, hogy az adott költségelem a rendelési mennyiség növekedésével azonos irányban változik, azzal ellentétesen, avagy egyenes arányban mozdul el. Az egységre vetített fuvar költség jellemzően a mennyiség növekedésével egyre kedvezőbb értéket tükröz, így a költségminimalizálás célja a tétel nagyság növelése, vagyis a beszerzés gyakoriságának csökkentése. Ezzel szemben a csomagolási költség a szállítmány méretével párhuzamosan fajlagos többletköltség növekedést jelent azáltal, hogy az egyedi csomagoláson túlmenően szükségessé válik egységgrakománypéldák csomagolási eszközök felhasználása is.

Ezek a költségelemek a *beszerzési* tranzakcióval összefüggésben felmerülő költségek, melyek együttes értéke jellemzően a rendelt mennyiség növelése, így a beszerzési gyakoriság csökkentésének irányába mozdítják el a készletgazdálkodási rendszert, míg a készlettartással kapcsolatos költségek ezzel ellentétben a raktározott készlet szint csökkenését célozzák meg [L119]. A beszerzési költségek azokat a ráfordításokat és kiadásokat jelentik, melyek a rendelési igény meghatározásától a rendelés leadásán keresztül a megrendelt tétel tényleges beérkezéséig felmerülnek [L58]. A beszerzési költségek egy része a szervezeten belül felmerülő tételekből adódik, míg egy másik részüket a partnerek felé térítendő tételek alkotják [L83] [L104].

A *készlettartási* költségek egy termék egy éven keresztül történő készletezésének költségeit jelentik [L120]. Itt tartjuk nyilván azokat a költségelemeket, amelyek a készletek fizikai létehez kapcsolódnak, illetve amelyek a készletek értékéhez köthetők [L83] [L104]. Ide sorolhatók pl. a biztosítás, az állagromlás, a tárgyi eszközökben és a készletekben lekötött tőke, amortizáció, raktározási és kezelési költségek, stb. [L48] [L71]. A készletekben lekötött tőke alternatív költségét is célszerű kalkulálni, vagyis azt a hozamvesztést, vagy más néven használdozatot meghatározni, amely a készletek csökkentésével párhuzamosan felszabaduló pénzeszköz kockázat nélküli befektetésével, de legfeljebb a szervezet tevékenységi körére visszavezethető mértékű kockázat vállalásával elérhető lenne [L47] [L58] [L73] [L119] [L120].

A *készlethiányból* származó költségek akkor merülnek fel, ha a szükséglet egyáltalán nem, vagy csak részben teljesíthető [L83] [L104], így megkülönböztethetők a hátralékból és az elvesztett keresletből adódó költségek [L120]. A készlethiány költségei gyakran nem

adhatók meg teljes pontossággal, csak közvetetten mutathatók ki közelítő értékkel. A készlethiányból eredő költség nem korlátozódik közvetlenül a vevői igények kiszolgálására. A hiány következményei többek között a termelés kiesés és a folyamatokban okozott zavarok, de ide sorolható a konkrét rendelés kiesésén túl a vevők elvesztése is, így a nehezen számszerűsíthető elmaradó haszon és annak fedezeti értéke is [L65] [L71]. A készlethiányból eredő költség mértéke annak is függvénye, hogy a vevő hajlandó-e az igényét egy későbbi időpontra ütemezni, avagy a rendelés ténylegesen kiesik, illetve az átütemezésnek melyek a számokban kifejezhető következményei [L47] [L58] [L73] [L83] [L104] [L119] [L120].

E három költségcsoport egymás rovására változtatható [L24] [L47] [L48] [L73]. A készlettartás költsége a tétel nagyság növekedésével egyenletes ütemben – szakaszosan eltérő szint mellett – megközelítőleg lineárisan nő, míg a beszerzéssel összefüggésben felmerülő költségek a rendelési tétel nagyság növekedésével csökkennek [L120]. Hasonlóképpen a készlettartás költsége ellentétes irányú a készlethiány következtében felmerülő költségekkel. A logisztika feladata annak az optimális készlet szintnek a meghatározása, amely mellett a legkedvezőbb ráfordításokkal biztosítható a vállalat tevékenységének zavartalan működése [L103]. Ehhez szükséges a költségminimalizáló célt teljesítő összköltségfüggvény optimumának meghatározása, és az abból levezethető rendelési tétel nagyság valamint rendelési periódusköz számszerűsítése [L58].

A gyakorlati logisztikában az elemzések kiindulásaként célszerű a 6. táblázatban foglaltak szerint összegyűjteni és csoportosítani a költségeket.

költségelemek	rendelési tétel nagyság függvényében	készletezési politika szempontjából	
		lényeges	lényegtelen
beszerzés költségei - szervezetben belül felmerülő - partner részére fizetendő	változó	pl.: egységre vetíthető fuvar költség	pl.: beszerzett termék ára
	fix	pl.: vámügyintézés adminisztrációs költsége	
készlettartás költségei - készletek fizikai létehez kapcsolódó - készletek értékéhez köthető	változó	pl.: tárhelyre vetíthető raktárbérleti díj	pl.: készletnyilvántartó program költsége
	fix	pl.: épület őrzés és biztosítás költsége	
készlethiány költségei - hátralékkal kapcsolatos - elvesztett keresletből adódó	változó	pl.: vevőnél szalagléállítás költsége	pl.: vevő végleges elvesztése
	fix	pl.: termelés átütemezésének költsége	

6. táblázat: Készletgazdálkodás költségeinek csoportosítása [saját szerkesztés]

A gyakorlati logisztikában azért érdemes foglalkozni a rendelési tétel nagyságok és a rendelések gyakoriságának optimalizálásával, mert viszonylag kis időráfordítással jelentős költségeket lehet megtakarítani a megfelelően megválasztott beszerzési stratégiával [L65]. Ehhez szükséges a kiindulási feltételeknek megfelelő modell kiválasztása, és a költségek körültekintő csoportosítása, számszerűsítése.

2.5. A disszertáció célkitűzései, megfogalmazott kutatási kérdések

Kutatómunkám során kitűzött céloom a beszerzési logisztika készlet- és költséggazdálkodási vonatkozású összefüggéseinek elemzésével olyan logisztikai-matematika modellek megalkotása, melyek alkalmazásával számszerűsíthetők a külső és belső vevők igényeinek előre meghatározott szolgáltatási szinten történő kiszolgálásához szükséges készletszintek és azok költségvonzatai, valamint a készletgazdálkodást érintő bemeneti tényezők változásainak költségre és készletekre gyakorolt hatása.

Kutatásom során a gyakorlati problémák megoldására irányulva az alábbi kérdésekre kerestem a választ:

- A gazdaságos rendelési tételek nagyság összefüggéseinek gyakorlati alkalmazásakor a készlethiányt megengedő modell leegyszerűsíthető-e egy beszerzési és egy készletértéktartási költségű alapmodellre?
- Létezik-e korlátja a készletgazdálkodási költség optimalizálásának?
- Megadható-e az összköltség minimalizálására egy optimalizációs mozgástér?
- Hogyan változik az összköltség az egyes bemeneti tényezők változásának függvényében?
- Hogyan és milyen költségek mellett lehet kivédeni az igény nem várt ingadozásából valamint a készletpótlási idő nem várt ingadozásából eredő készlethiány kockázatát?
- Előrejelezhető-e az igény alultervezéséből adódó esetleges készlethiány, és hogyan lehet azt elkerülni, illetve a kockázatot csökkenteni?

2.6. A disszertáció módszertana

A kutatásom során a klasszikus készletgazdálkodási elveket követve a készletszint optimalizálását a költségek oldaláról közelítettem meg, vagyis az optimális készletszintnek a legalacsonyabb összköltségből levezetett készletszintet tekintem.

Összetett kulcsszavas kereséssel, szisztematikus szakirodalom feldolgozással bemutatom a kutatási területet érintő szakirodalom fejlődését és az aktuális kutatási területeket, pozícionálva a választott kutatási irányomat.

Az értekezés folyamán ciklikus iteratív inkrementális fejlesztési módszert alkalmazok. Két ciklust hajtok végre, egy determinisztikus és egy sztochasztikus ciklust, mindkettőben egy belső inkrementális modellépítést alkalmazva. Mindkét ciklusban több lépésben egy-egy növekményt emelek az egész rendszerbe, kezdve az egyszerűbb esetek bemutatásával.

Módszertani elemekként alkalmazom a matematikai analízis eszközeit, szélsőérték keresési eseteket, statisztikai elemzéseket, valamint alkalmazom a valószínűség számítás eszközeit, majd az eredményeket adat vizualizációval jelenítem meg.

Induktív módon a modellek gyakorlatban is adaptálható speciális eseteiből általános törvényszerűségeket meghatározását tűztam ki célul.

A modellek ábrázolása során a komplex folyamatokat és összefüggéseket egymásra épülő több diagram összekapcsolásával, illetve több síknegyed egy diagramban történő grafikus modellezéssel mutatom be, a teret egy síkra képezve le.

Az értekezésben kidolgozott modellek újszerűsége az interdiszciplinaritásból ered, azaz más tudomány területeken használt megoldásokat alkalmazom a logisztika, és ezen belül a készletezés problémáinak vizsgálatára.

Az értekezésben elemzett modellek összefüggéseit a gyakorlatban is hasznosítható példákon keresztül vezettem le.

Munkám első fejezetében röviden bemutatom a logisztika, a beszerzés és a beszerzési logisztika szerepét és főbb feladatait, majd szakirodalmi kutatásokra támaszkodva ismertetem a gazdaságos rendelési tétele nagyság klasszikus modelljének mintegy egy évszázadot átívelő fejlődését, bemutatva a főbb elemzési irányokat és lehetséges változatukat, lehatárolva az általam vizsgált területet.

A készletgazdálkodás szempontjából releváns költségtényezők közötti összefüggések bemutatását követően vizsgálom a gazdaságos rendelési tétele nagyság alapmodelljének determinisztikus környezetben történő működését és a modell kiindulási feltételrendszerét, majd a kutatás során az alapmodell kiindulási feltételei közül lépésenként egy-egy bemeneti tényező változtatásának a készletekre és költségekre gyakorolt hatását vizsgálom, eljutva a determinisztikus környezetet befolyásoló tényezőkön át a sztochasztikus működési környezet elemzéséig.

Készlethiányt meg nem engedő készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő egyes költségtényezőket csoportosítom aszerint, hogy a rendelési tétele nagyság meghatározására hatást gyakorolnak-e. Attól függően, hogy az adott költségtényezők milyen módon befolyásolják egy adott készletezési ciklus költség szintjét illetve a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő teljes költséget, a költségelemeket három csoportba sorolom, melyek a rendelési tétele nagyság függvényében változó és fix költségek, illetve a finanszírozással összefüggő költségelemek. A költségek csoportosításának megfelelően módosítom az adott készletezési ciklusra és a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott beszerzési, készlet tartási és teljes költség képleteit.

A determinisztikus működési környezetben kitérek a készlethiányt meg nem engedő és készlethiányt megengedő változatok közötti különbségre, majd a készlethiányt megengedő determinisztikus modell esetén a fajlagos készlethiány és a fajlagos készlet tartási költségeket a mikroökonómia tudományából ismert fogyasztói preferenciát leíró közömbösségi görbékhez hasonlóan egymás függvényében ábrázolom, költségvetési egyenesként a beszerzési költséget jelenítve meg. Ezt követően továbbra is determinisztikus működési környezetet elemezve egy-egy bemeneti tényező változtatásával elvégzem a tervezett rendelkezésre állás időtartamának és a költségtényezők összköltségére gyakorolt hatásának paraméteres hatásvizsgálatát.

A determinisztikus működési környezetet befolyásoló tényezőket csoportosítva az időtényező és mennyiségi tényezők mentén, bemutatom a lehetséges felmerülésük okát és helyét, majd a kutatómunkát a sztochasztikus működési környezetben folytatva két irányban végzem az elemzést. A mennyiségi tényező mentén vizsgálom az igényváltozások készletekre és a költségekre gyakorolt hatását. Periodikus készletvizsgálatot végezve meghatározom az elfogadható hiány mértékét és az ehhez rendelkezhető szolgáltatási szintet, majd elvégzem az elvárt szolgáltatási szint biztosításához szükséges biztonsági készlet számszerűsítését.

Az elemzést az időtényező mentén folyamatos készletvizsgálatot folytatva megvizsgálom a szállítási pontosság vásárolt alkatrész készletekre gyakorolt hatását, végül kitérek azokra az esetekre, mely során egyidejűleg az igények is sztochasztikusan változnak, és a készlet pótlási idő hosszában is bekövetkezik a tervezetthez képest eltérés.

Kutatásom utolsó lépéseként megvizsgálom az átlagos felhasználási igény eltolódása és a vásárolt alkatrészek biztonsági készlete közötti összefüggéseket. A múltbeli időszakból a jövőre előre vetítve trendszámítással meghatározom az igények várható értékét, összehasonlítva a vevőtől előre jelzett igénnyel, majd levezetem az alultervezésből eredő kockázat elkerüléséhez szükséges biztonsági készlet számszerűsítését és meghatározom a kockázat csökkentésének lépéseit.

A szakirodalom áttanulmányozásából levonható következtetés, hogy nincs egységes jelölés a képletek és ábrák meghatározása során, így az értekezésem összeállításakor a leggyakrabban használt jelöléseket alkalmaztam.

A képletek meghatározásakor a gazdaságos rendelési tétele nagyság témakörben megjelent publikációkon túlmenően az analízis [L26], valószínűség-számítás [L27], elméleti statisztika [L67] [L68] [L80] [L116] és alkalmazott statisztika [L37] könyvekben foglalt ismereteket hasznosítottam.

Az értekezésben bemutatott ábrák, diagramok és táblázatok mindegyike saját szerkesztés.

2.7. Vizsgálni kívánt rendszerváltozatok lehatárolása

A kutatómunka megtervezése és a szakirodalom tanulmányozása során körvonalazódott, hogy a beszerzési logisztika készlet- és költséggazdálkodása rendkívül sok irányban szerteágazhat, vizsgálni lehet a gazdaságos rendelési tétele nagyság bemeneti tényezői közül a fajlagos költségek alakulását, az egyszeri beszerzési költség módosulásait, a különböző hosszúságban megválasztott készlethiányos és készlettel lefedett időszakokat, a vizsgált termék árát, minőségét, az igények változását, az átfutási időkben bekövetkező ingadozásokat, stb.

A kutatásom során megvizsgált változatokat és a szakirodalomban leggyakrabban megtalálható lehetséges vizsgálati irányokat a teljesség igénye nélkül a 7. táblázat foglalja össze. A táblázatból kitűnik, hogy a bemeneti tényezők különböző mértékű és különböző kombinációban történő változtatásai számos további kutatási irányra nyújtanak lehetőséget.

A szakirodalmi háttér bemutatásából megfigyelhető, hogy Harris modelljét követően az elemzések számos kiegészítésen keresztül fejlődtek, ugyanakkor az alapmodellben feltárt leegyszerűsített összefüggés valamilyen formában minden modellben visszatükröződik. Ezért veszem én is kiindulási alapnak Harris gazdaságos tétele nagyság modelljét, majd a determinisztikus működési környezet kiindulási feltételei közül ceteris paribus elvet követve minden egyéb feltétel változatlanul hagyása mellett lépésenként haladva egy-egy bemeneti tényezőt változtatva eljutok a sztochasztikus működési környezet vizsgálatáig.

Az általam vizsgált változatok a gyakorlatban széles körben előforduló működési mechanizmusokra visszavezethető modellekre korlátozódnak. A vizsgálat alá vont rendszerváltozatok kiválasztását az teszi indokolttá, hogy ezeknek a bemeneti tényezőknek és feltételrendszernek az elemzésbe vonása biztosítja a kidolgozott új és újszerű modellek túlbonyolítás nélkül történő levezetésének szükséges és elégséges feltételét.

bemeneti tényezők lehetséges vizsgálati iránya		vizsgált változat
mennyiség	igény előre meghatározott (állandó)	igen
	tervszerű változás (determinisztikus)	igen
	nem tervezett változás (sztochasztikus)	igen
kapacitás	korlátlanul elérhető	igen
	szükség javak	nem
készletpótlási idő	készletpótlás azonnali	igen
	terv szerinti származtatási idő (determinisztikus)	igen
	nem kiszámítható származtatási idő (sztochasztikus)	igen
készlethiány	nem megengedett	igen
	megengedett	igen
	kieső jövedelem	nem
	büntetés (kötér)	nem
fix költség	rendelt mennyiség függvényében szakaszosan változik	nem
	rendelt mennyiség függvényében nem változik	igen
változó költség	rendelt mennyiséggel azonos ütemben változik	igen
	rendelt mennyiséggel eltérő ütemben változik	nem
készlet vizsgálat	periodikus készlet vizsgálat	igen
	folyamatos készlet vizsgálat	igen
beszerzési forrás	nincs alternatív beszállító	igen
	van alternatív beszállító	nem
rendelés gyakorisága	sok rendelési sor	igen
	eseti rendelések	nem
minőség	termék minőségi probléma	nem
	romlandó termék	nem
	szolgáltatás minősége	igen
	van helyettesítő termék	nem
termék ára	rögzített ár	igen
	diszkont ár	nem
	fizetési határidő engedmény	nem
	inflációs hatás	nem
kereslet	folyamatos, állandó kereslet	igen
	szakaszonként változó kereslet	igen
	szezonális igény	nem
	több termék egymástól függő kereslete	nem
	egy termék mindentől független kereslete	igen

7. táblázat: A gazdaságos rendelési tételek lehetséges és választott vizsgálati irányai [saját szerkesztés]

Célul tűztem ki a kutatási eredmények részletes és lépésenkénti bemutatását annak érdekében, hogy a logisztikai szakemberek segítséget kapjanak az egyes összefüggések és hatások értelmezésében és azok gyakorlati alkalmazása során.

3. DETERMINISZTIKUS KÖRNYEZET

3.1. Az optimális rendelési tételek nagyság alapösszefüggései

[S01] [S02] [S03] [S04] [S13] [S14] [S15] [S17] [S18]

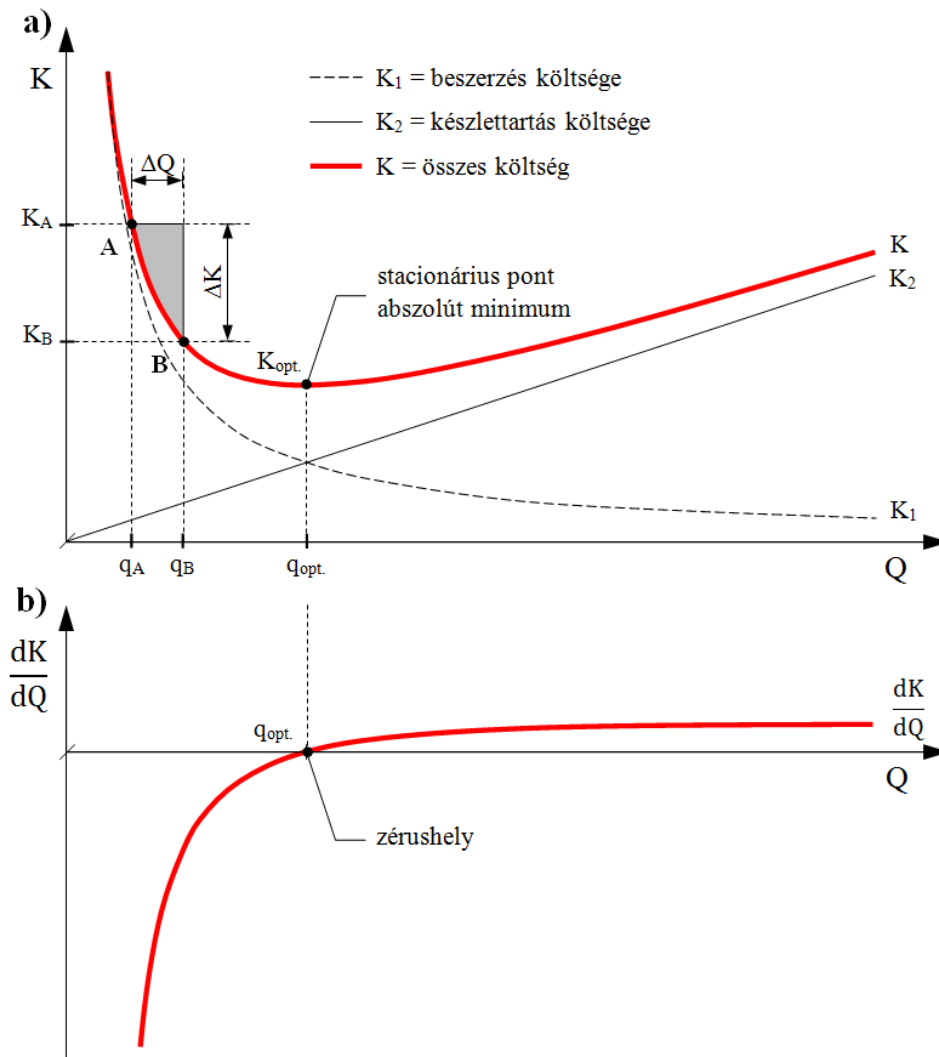
A gazdaságos rendelési tételek nagyság modell alapját a termelési sorozatok vizsgálata során Harris fektette le, determinisztikus működési környezetet feltételezve. Felismerte a sorozatnagyság különböző mértékű megválasztásának költségekre gyakorolt hatását. A gazdaságos termelési sorozatot a beállítási költségek és a készlettartás költségeinek összefüggéséből vezette le. Az alapmodellben a termelési sorozatok optimalizálása során készletre történő termelés történik, nincs közvetlen kapcsolat a vevői rendelés mérete és a termelési sorozat között. Ez egyben azt is jelenti, hogy a valós vevői igények kiszolgálására a raktárkészletről kerül sor. A termelési sorozatnagyság optimalizálására megalkotott modellnek a továbbfejlesztése jelentette a megoldást a vevői rendelési sorozatok költségének optimalizálásához.

A készletezési modellek fő kérdésköre, hogy a legkedvezőbb összköltség mellett mekkora az egy-egy alkalommal beszerzendő optimális mennyiség, és milyen gyakoriságú a megrendelés optimális ütemezése. A készletszint és a költségek közötti egyensúlyt a gazdaságos rendelési tételek nagyság modell segítségével határozhatjuk meg, mely modell kiindulási feltételeit az alábbiak alkotják, kiemelve a széles körben fellelhető publikációk közötti különbségeket:

- a termelési vagy beszállítási ráta végtelennek tekinthető, így a beszállítás azonnali, azaz a készletpótlási idő nulla [L58] [L65] [L73] [L119] [L120];
- a megrendelt mennyiség egyetlen tételként érkezik meg [L24] [L65];
- a beszállítások gyakorisága azonos periódusonként ütemezett [L65];
- a szükséglet teljes bizonyossággal ismert, az éves felhasználás állandó és előre meghatározható [L24] [L58] [L65] [L71] [L73];
- a szükségletet minden esetben ki akarjuk szolgálni [L119];
- a kereslet folytonos és a felhasználás egyenletes intenzitású, vagyis a keresleti ráta konstans, ebből adódóan egy-egy beszállítási perióduson belül a készletszint az idő függvényében szigorúan monoton csökkenő lineáris függvényt vesz fel [L24] [L58] [L65] [L73] [L119];
- a készlethiány nem elfogadott, így a készlethiány költségét a modell számszerűsítésekor nem kell figyelembe venni [L58] [L65] [L71] [L73] [L104] [L119];
- a rendelési költség független a rendelt mennyiségtől [L65] [L71];
- a sorozatindítási költség független a rendelések számától [L24];
- az egy egységre jutó készlettartási költség konstans, vagyis a készlet nagyságával azonos irányban, lineárisan változik [L24] [L58] [L73];
- az egységnyi beszerzési ár a mennyiségtől független, így a beszerzési ár nem befolyásolja a választandó készletezési politikát [L73] [L119] [L120];
- végtelen időhorizontot feltételezve a költségek az időtényezőtől függetlenek [L119];
- a beszerzési és készlettartási költségen kívül nincs más lényeges költségtényező [L24].

A gazdaságos rendelési tételek nagyság alapmodellje abból az összefüggésből indul ki, hogy a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatva a rendelt mennyiség függvényében változik a

beszerzési költség, valamint a készletszint, ezáltal a készlettartás költsége [L46] [L71]. Az összefüggés értelmében minél ritkábban történik a rendelés, annál kedvezőbbek az egységre jutó beszerzéssel kapcsolatos költségek, ugyanakkor egyenletes meredekséggel növekednek a készlettartással összefüggésben felmerülő költségek. Az 1.a. ábra tükrözi a fenti összefüggéseket, a különböző rendelési tétel nagyság függvényében ábrázolva a teljes vizsgált időszakra vetített várható költségszinteket [L47] [L48] [L65] [L69] [L73] [L82] [L126]. Fontos kiemelni, hogy a diagram egy leegyszerűsített determinisztikus környezetet feltételezve egyetlen termék készletpótlását mutatja be, annak beszerzését függetlennek tekintve minden más termék beszerzésétől.



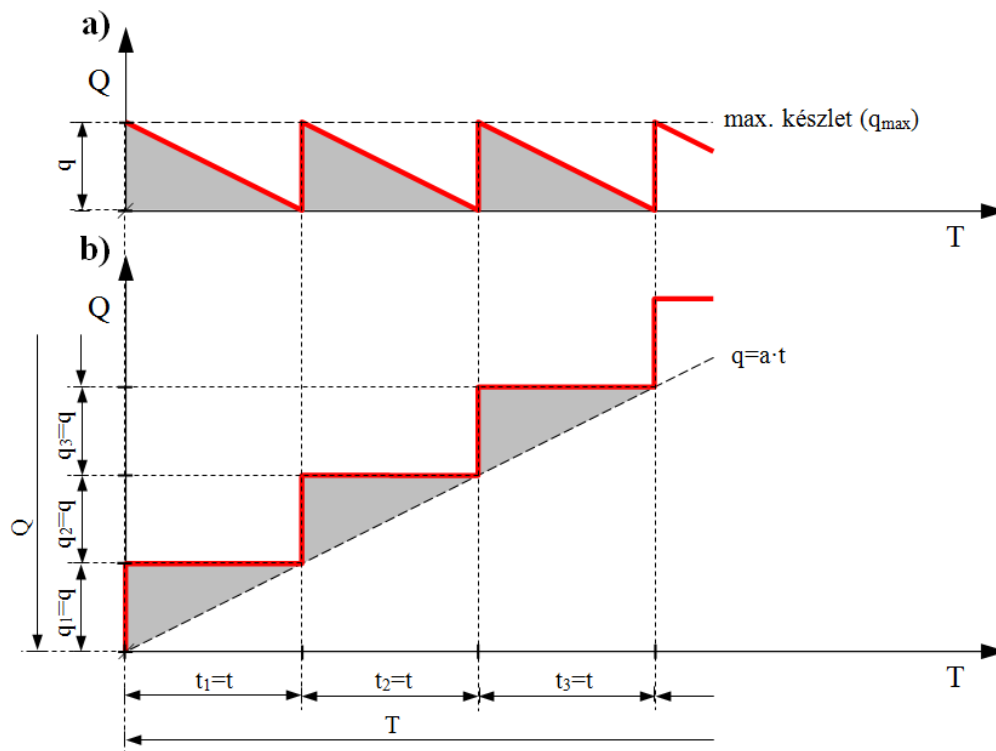
1. ábra: Beszerzéssel és készlettartással kapcsolatos költségek összefüggése a rendelési tétel nagyság függvényében a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatva [saját szerkesztés] [S13] [S15]

Mivel az alapmodell egy elvonatkoztatott környezetet feltételez, a gyakorlatban számos kötöttség feloldása szükséges a valós működés optimalizálásához. A készletezési stratégia kialakítása három egymásra épülő lépésből áll:

- determinisztikus környezetet feltételezve a költségek csoportosítása és számszerűsítése;
- költségminimalizálás elvét követve a gazdaságos rendelési tétel nagyság meghatározása;

- a valós környezethez igazodva a sztochasztikus jellemzők figyelembe vételével meghatározni a fedezeti stratégiát és a biztonsági készlet optimális szintjét [L58].

A költségek csoportosítását követően a feladat annak a meghatározása, hogy egy adott termékből adott szükséglet és költségek mellett alkalmanként mekkora mennyiséget kell rendelni ahhoz, hogy a vizsgált időszakra vetített összköltség minimális legyen [L58]. A modell értelmében egy vállalat számára az optimális rendelési mennyiség annál a pontnál adódik, ahol a készlettartásból és a beszerzési költségéből adódó – alulról konvex alakú – teljes költség függvény eléri a minimumát, vagyis a célfüggvényt az összköltség minimuma jelenti [L65] [L69] [L83] [L104]. A készletgazdálkodás egyensúlyi elve értelmében az optimális rendelési tétele nagyság ott adódik, ahol a beszerzéssel összefüggésben felmerülő költségek megegyeznek a készlettartásból származó költségekkel [L24] [L126]. Kiindulási feltételek között rögzítésre került, hogy a beszerzési ár független a mennyiségtől, így a termék ára nem játszik szerepet abban, hogy milyen rendelési tétele nagyság mellett adódik a készletgazdálkodás összköltségének minimumpontja [L120].



2. ábra: Optimális raktárkészlet, állandó időközű készletfeltöltés és egyenletes intenzitású szükséglet esetén [saját szerkesztés] [S13] [S15]

A beszerzési és készlettartási költségek levezethetők az idő függvényében ábrázolt készletszint és igények összefüggéséből. A 2. ábra készlethiányt nem megengedő készletezési stratégiát tükröz [L72]. Az ábrából kitűnik, hogy a teljes vizsgált T időszak alatt Q mennyiségű alkatrész beszerzése szükséges. Az alapmodell kiindulási feltételei között lett rögzítve a nulla hosszúságú készletpótlási idő valamint a nem megengedett készlethiány, így a 2. ábrából levezethető az összefüggés, miszerint a rendelés arra az időpontra esik, amikor a készletszint nullára csökken, vagyis $Q = 0$. Ha korábban történne a rendelés, akkor az azonnali készletpótlás következtében az optimális szintnél magasabb készletszintet jelentene, míg a későbbi rendelés készlethiányhoz vezetne [L65].

Mivel azonos időközönként mindig azonos mennyiség beszerzésére kerül sor, a 2.a. ábrában felrajzolt készletezési mechanizmus egyidejűleg megfelel a folyamatos készletvizsgálatnak, és a periodikus készletvizsgálatnak is [L65].

Ha egy t hosszúságú periódus felhasználási igényét fedezve egy-egy alkalommal q mennyiséget szerzünk be, akkor a beszerzések száma kifejezhető az időtényezővel (2.b. ábra) [L48] [L72]:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (1)$$

Az értekezésben kiindulási feltételként rögzítem, hogy a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes Q beszerzési igény és a q rendelési tétel nagyság, azaz az egyetlen készletezési periódusra vonatkoztatott beszerzési igény egymással olyan viszonyban állnak, hogy Q természetes számú többszöröse a q -nak. Ezzel a lehatárolással a vizsgált működési mechanizmusok beszűkítés nélkül elemezhetők, ugyanakkor az összefüggések kezelése egyértelművé válik. A példák során bemutatott számítások esetében a gyakorlathoz közeli helyzetet alapul véve ezt a kötöttséget feloldom.

Ha egy-egy alkalommal q mennyiséget szerzünk be, akkor a teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség kifejezhető [L69] [L72] [L82] [L83] [L104]:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 \quad (2)$$

A készlettartási költséget levezethetjük a fűrészfog diagram által határolt függvénygörbe alatti területből (2. ábra) [L72] [L83] [L104]. A (3) képlet első összefüggésében az egyenletet lehet ugyan q mennyiséggel egyszerűsíteni, de a fűrészfog diagram által határolt függvénygörbe alatti terület meghatározása ezzel szemléltethető [L69] [L82]:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot T \cdot k_2 \quad (3)$$

A készlettartási költség megadható közvetett módon is a beszerzett tétel árának és a készlettartási rátának az ismeretében [L65] [L103] [L126]:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot v \cdot r \quad (4)$$

A (3) és (4) összefüggések átrendezésével a beszerzési ár és a készlettartási ráta ismeretében kifejezhető a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége:

$$k_2 = \frac{v \cdot r}{T} \quad (5)$$

A költségalapú készletezési modell értelmében a gazdaságos rendelési tétel nagyság meghatározásához a készletgazdálkodással kapcsolatos költségeket kell minimalizálni. A célfüggvény az alábbiak szerint írható fel [L46] [L69] [L71] [L82] [L83] [L104]:

$$K = K_1 + K_2 \rightarrow \min \quad (6)$$

A teljes T vizsgált időszakra vonatkoztatva a fenti képletekből származtatható a készlet beszerzéséből és tartásából eredő K összköltség, mely részletesen kibontva [L46] [L47] [L48] [L69] [L72] [L73] [L83] [L104]:

$$K = \frac{Q}{q} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot T \cdot k_2 \rightarrow \min \quad (7)$$

Az 1.a. ábrából látható, hogy az optimális rendelési mennyiség ott adódik, ahol a beszerzéssel és készlettartással összefüggő összköltség függvény felveszi a minimum értéket. Mivel a (7) képletben szereplő Q , k_1 , k_2 , T tényezők konstansok, ezért a K összköltség az egy-egy alkalommal megrendelt q mennyiség függvénye [L58]. A készlettartási és a beszerzési költség egymással ellentétes irányú mozgásából adódóan a minimális összköltség-szinthez tartozó rendelési mennyiséget kell meghatározni. Az összköltség görbe ott éri el a minimumát (1.a. ábra), ahol a (7) egyenlet q szerinti első differenciál hányadosának értéke nulla (1.b. ábra), képletben kifejezve [L24] [L46] [L65] [L69] [L71] [L82] [L83] [L104] [L119]:

$$\frac{dK(q)}{dq} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 + \frac{k_2 \cdot T}{2} = 0 \quad (8)$$

Az egyenletet q -ra átrendezve megadható az optimális rendelési tétel nagyság [L46] [L47] [L69] [L72] [L73] [L82] [L83] [L104] [L118] [L119] [L120] [L126], az K01 jelölés a függelék között részletezett képletlevezetés bemutatását jelenti:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad \text{K01} \quad (9)$$

Az (5) és (9) összefüggések összevonásával a beszerzési ár és a készlettartási ráta ismeretében megadható az optimális rendelési tétel nagyság:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{v \cdot r}} \quad (10)$$

Az (1) és (9) egyenletek összefüggéseiből levezethető a q optimális rendelési tétel nagyság ciklusideje, vagyis az a t periódusköz, mely alatt a rendelési tétel nagyság fedezni tudja az igényt [L48] [L65] [L71] [L82] [L83] [L104]:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad \text{K02} \quad (11)$$

Az (1) és (11) egyenletek összefüggéseiből levezethető a teljes vizsgált időszak alatt esedékes beszerzések optimális száma [L48] [L71] [L73] [L82] [L83] [L104] [L120]:

$$n = \frac{T}{t} = \frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{Q \cdot T}{2} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \quad \text{K03} \quad (12)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő minimális összköltség [L48]:

$$K = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2} \quad \text{K04} \quad (13)$$

Adott éves keresleti mennyiséget feltételezve a beszerzésre fordított pénztömeg konstansnak tekinthető, amiből következik, hogy a mennyiségtől független beszerzési ár nincs hatással a megválasztott készletezési politikára [L119]. A gazdaságos rendelési téte nagyság alapmodelljének számszerűsítése során a teljes időszak alatt beszerzett áru értéke nem került a képletekbe, mivel az a rendelt mennyiség optimalizálása szempontjából előre rögzített paraméternek tekinthető, ugyanakkor a teljes költség meghatározásakor már nem hagyható figyelmen kívül. A teljes időszak során felmerülő minimális összköltség a vásárolt készletekre kiadott pénztömeggel együtt [L65]:

$$K'' = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2} + Q \cdot v = K + Q \cdot v \quad (14)$$

A készlettartással és a beszerzéssel kapcsolatos költségek egymással ellentétes irányú mozgásából következik, hogy az optimális rendelési téte nagyságtól valamelyik irányban történő elmozdulás nem a változás mértékével arányos költségnövekedést okozza, mivel az ellentétes irányú hatás valamilyen mértékben csillapítja azt [L120]. Ez az összefüggés ad magyarázatot arra, miért alkalmazható a modell széles körűen a gyakorlatban még olyan peremfeltételek között is, ahol a számításba vett költségtényezők egy része nem pontosan adható meg. Az optimális rendelési mennyiség változása és a költségek változása közötti összefüggéseket részletesen a paraméteres hatásvizsgálat során mutatom be.

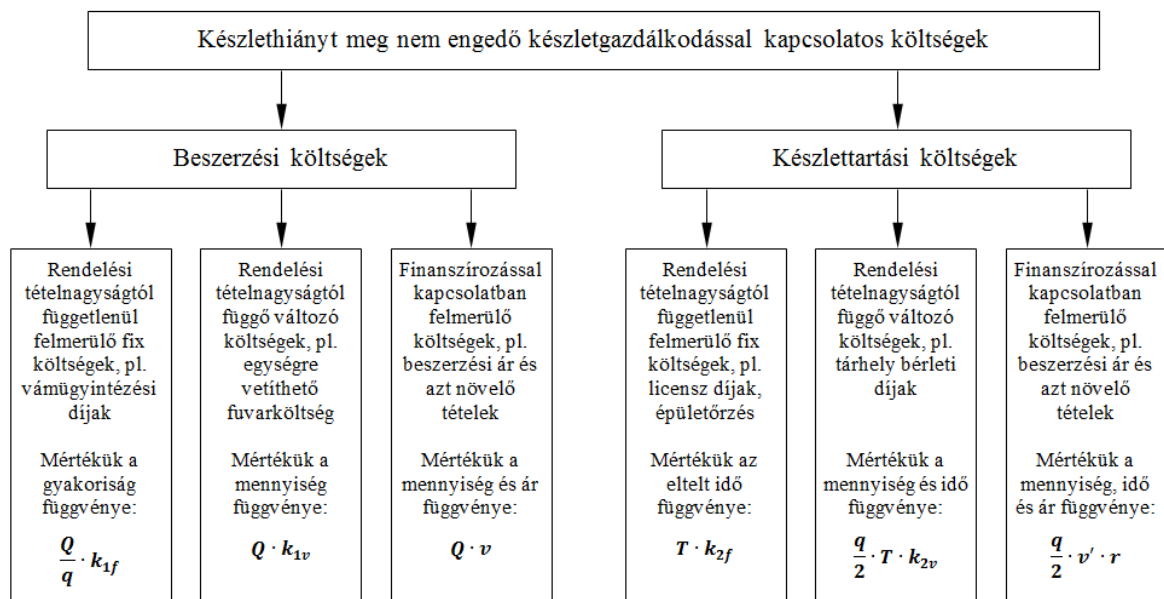
A fenti képletek a gyakorlati életből vett konkrét példa esetében is számszerűsíthetők, melynek részletezését a függelékek között az 1. példa mutatja be.

A kapott eredmények gyakorlatban történő alkalmazásakor egyéb kötöttségeket is figyelembe kell venni, mint pl. a csomagolási egység, illetve a szállítások meghatározott napokra eső ütemezése. A bemutatott példa esetében célszerű lehet az (1. példa: 2) és (1. példa: 3) eredmények helyett kerekített értékekkel tervezni, így a szállításokat négyheti gyakorisággal történő 1.500 db rendelési mennyiséggel beütemezni. Ez eltér a számított optimális rendelési mennyiségtől és szállítási gyakoriságtól, ezáltal az optimális minimum összköltségtől, mely eltérés számszerűsítését a költségek paraméteres hatásvizsgálata során mutatom be.

Az (1. példa: 4) (1. példa: 5) és (1. példa: 6) részeredményekből belátható, hogy az optimális rendelési téte nagyság ott adódik, ahol a beszerzési és készlettartási költségek megegyeznek.

3.1.1. Készlethiányt meg nem engedő gazdaságos rendelési téte nagyság változó és fix költségtényezői közötti összefüggés

A gyakorlatban különbséget kell tenni az egyes költségtényezők között aszerint, hogy a rendelési téte nagyság meghatározására hatást gyakorolnak-e. A 6. táblázat tovább részletezésével megadható, hogy mely költségek milyen módon befolyásolják a teljes költség, illetve az egy adott készletezési ciklus költség szintjét (8. táblázat). A készletgazdálkodási költség így három további alcsoport szerint bontható, melyek a rendelési téte nagyság függvényében változó és fix költségek, illetve a finanszírozással összefüggésben felmerülő költségelemek.



8. táblázat: Készlethiányt meg nem engedő készletgazdálkodással kapcsolatos költségek csoportosítása [saját szerkesztés]

A fix költségek mértéke egy adott vizsgált teljes időszak során a rendelési tétele nagyságtól független, pl. licenz díjak, vagy az épületek őrzési költsége, stb. A rendelési mennyiség függvényében változó költségek pl. a foglalt tárhelyek arányában fizetett raktárbérleti díjak. A finanszírozással összefüggő költségelemek az áru bekerülési értékétől, így közvetlenül a beszerzési ártól valamint közvetetten a beszerzés során felmerülő olyan költségtényezőktől függ, melyek az adott rendelési mennyiséghez tételeken hozzárendelhetők, pl. az egy egységre vetíthető szállítási költség. Ez utóbbit azért fontos kiemelni, mert a rendelt mennyiséggel egyenes arányban felmerülő, egy-egy adott egységre levetíthető beszerzési költség az adott tétel bekerülési értékét növeli, így ez által a készlettartás vetítési alapját is megemeli. Emiatt a (3) összefüggést módosítani kell, vagyis a beszerzéssel kapcsolatosan felmerülő költségek egy részére készlettartási költséget kell számolni. Ez egyben azt is jelenti, hogy a beszerzés során felmerülő költségelemek közül azok az elemek, amelyek a rendelési mennyiség változásával azonos mértékben és irányban változnak a vizsgált időszak teljes igényére vonatkoztatva rögzített értéket adnak, így egy adott rendelési mennyiség függvényében ugyan eltérést mutathatnak, de a teljes vizsgált időszak során előre rögzítettnek tekinthetők. Ezek a költségelemek így az adott tétel beszerzési árával azonosan viselkednek, a rendelési tétele nagyság meghatározására csak a készlettartási költség keresztül vannak hatással.

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség meghatározásakor tehát figyelembe kell venni, hogy az egyszeri beszerzési költség egy része a rendelési tétele nagyságtól független, míg egy része a rendelt mennyiség függvényében változik. A k_{1f} jelölje a fix költséget, a k_{1v} a változó költségeket, így az egyszeri beszerzési költség kifejezhető az alábbi összefüggéssel [L71]:

$$k_1 = k_{1f} + q \cdot k_{1v} \quad (15)$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség meghatározható az egyszeri beszerzési költség fix és változó értékeinek ismeretében, mely összefüggésből belátható,

hogy a rendelési tétel nagyság függvényében egyenes arányban változó egyszeri beszerzési költség a teljes vizsgált időszak során csak a teljes igény mértékétől függ, míg a rendelési tétel nagyságtól független [L71]:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_{1f} + Q \cdot k_{1v} \quad (16)$$

A beszerzési költségek közül a rendelési tétel nagyság függvényében egyenes arányban változó egyszeri beszerzési költség tényezőket tehát a bekerülési értéket növelik, így a készlet tartási költség alapját is növelik. A módosított ár az alábbiak szerint adható meg:

$$v' = v + k_{1v} \quad (17)$$

A gyakorlatban ez megfeleltethető a különböző határparitással történő szállítási teljesítés függvényében változó beszerzési áraknak. Amennyiben az adott tételt a beszállító telephelyéről a vevő a saját költségére vásárolja meg, akkor a beszerzési ár alacsonyabb lesz, ugyanakkor a szállítással összefüggésben további költségek merülnek fel. Ha a teljesítés a vevő telephelyén történik, akkor a vevő számára a szállítással összefüggően nem merülnek fel költségek, ezeket a beszállító fizeti, melyet azonban egy magasabb eladási ár formájában az árakban érvényesít. Ennek megfelelően tehát azok a költségelemek, amelyek a beszerzési árat a rendelési mennyiségtől függetlenül előre meghatározható mértékben és egy adott mennyiségre vetíthető módon növelik, a beszerzési ár részének tekinthetők.

Ebből következően a készlet tartási költség (3) (4) összefüggéseit szintén módosítani kell azokkal a költségelemekkel kiegészítve, amelyek az adott beszerzett tétel bekerülési értékét növelik:

$$K_2 = T \cdot k_{2f} + \frac{q}{2} \cdot v \cdot r + \frac{q}{2} \cdot k_{1v} \cdot r + \frac{q}{2} \cdot T \cdot k_{2v} \quad (18)$$

A beszerzett áru értékét magába foglaló, teljes időszak alatt felmerülő készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség megadható a (6) (14) (16) (17) (18) képletek behelyettesítésével:

$$\begin{aligned} K'' &= K_1 + K_2 + Q \cdot v = \\ &= \frac{Q}{q} \cdot k_{1f} + Q \cdot k_{1v} + T \cdot k_{2f} + \frac{q}{2} \cdot v \cdot r + \frac{q}{2} \cdot k_{1v} \cdot r + \frac{q}{2} \cdot T \cdot k_{2v} + Q \cdot v \end{aligned} \quad (19)$$

Az összköltség görbe ott éri el a minimumát (1.a. ábra), ahol a (19) egyenlet q szerinti első differenciál hányadosának értéke nulla (1.b. ábra):

$$\frac{dK(q)}{dq} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_{1f} + \frac{v \cdot r}{2} + \frac{k_{1v} \cdot r}{2} + \frac{T \cdot k_{2v}}{2} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_{1f} + \frac{v' \cdot r}{2} + \frac{T \cdot k_{2v}}{2} = 0 \quad (20)$$

A (20) egyenletet q -ra átrendezve megadható az optimális rendelési tétel nagyság:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot k_{1f}}{v \cdot r + k_{1v} \cdot r + T \cdot k_{2v}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot k_{1f}}{(v + k_{1v}) \cdot r + T \cdot k_{2v}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot k_{1f}}{v' \cdot r + T \cdot k_{2v}}} \quad (21)$$

A (21) összefüggésekből belátható, hogy a k_{2f} nem szerepel a képletek egyik formájában sem, ezzel igazolva, hogy az optimális rendelési tétele nagyság értékére a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos fix költsége nincsen hatással, ezek a költségek rendszerint a hosszú távú stratégiai döntések eredményei. Azt is ki kell hangsúlyozni, hogy a (6) összefüggésnél felírt $K = K_1 + K_2$ egyenlőség valamint az 1.a. ábrában bemutatott optimális rendelési tétele nagyság és minimális összköltségszint esetén fennálló $K_1 = K_2$ egyenlőség továbbra is igaz azzal a kiegészítéssel, hogy a K_1 beszerzési költség számítása során a rendelési tétele nagyságot nem befolyásoló k_{1v} csak a készlettartási költség számítása során kerül az egyenletbe. Ezt részletezik a (2. példa 3) (2. példa 4) (2. példa 5) összefüggések.

Optimális költségszint tehát csak a készletgazdálkodás szempontjából a 6. táblázatban lényeges költségek között besorolt költségelemek számításba vétele mellett, az alábbi egyenlőség esetén adódik:

$$\frac{Q}{q} \cdot k_{1f} = \frac{q}{2} \cdot v \cdot r + \frac{q}{2} \cdot k_{1v} \cdot r + \frac{q}{2} \cdot T \cdot k_{2v} \quad (22)$$

Az értekezés további részében a K_1 beszerzési és K_2 készlettartási költségek alatt – a fix és változó költségek szerinti megbontástól eltekintve – csak a készletgazdálkodás szempontjából lényeges költségeket veszem számításba.

Készlethiányt meg nem engedő gazdaságos rendelési tétele nagyság változó és fix költségtényezői közötti összefüggéseket a függelék között bemutatott 2. példán keresztül vezetem le.

A (2. példa 3) (2. példa 4) részeredményeiből belátható, hogy a gazdaságos rendelési tétele nagyság ott adódik, ahol a készletgazdálkodás szempontjából lényeges költségek számításba vételével a beszerzési és a készlettartási költségek megegyeznek.

3.2. Gazdaságos rendelési tétele nagyság időszakos készlethiány esetén

[S01] [S02] [S03] [S04] [S14] [S17]

A gyakorlati logisztikában számos esetben előfordul, hogy a mindenkori felhasználási igény azonnali kiszolgálása nem biztosítható. Az esetek egy részében az ellátási lánc valamelyik lépésénél bekövetkező zavar törli meg a kiszolgálás folyamatosságát, ezzel jelentős bonyodalmat okozva úgy a vevő, mint a beszállító számára, míg más esetekben valamilyen gazdaságossági szempontra visszavezethető tervezett készletezési stratégiáról van szó. Mindkét esetben szükséges tisztázni, hogy az igény későbbi időszakra átütemezhető-e, és ha igen, milyen peremfeltétel mellett tehető az meg.

A készletgazdálkodás feladata annak a meghatározása, hogy az igények a teljes vizsgált időszak alatt milyen mértékben kerüljenek a felmerülésükkal párhuzamosan azonnal kiszolgálásra, és az idő mekkora hányadában kerüljenek átütemezésre. Továbbá azt is meg kell határozni, hogy a beszerzés milyen mennyiségekben és milyen ütemezéssel legyen lebonyolítva, valamint hogy az igények mekkora százalékban kerüljenek kiszolgálásra, és mekkora hányaduk elvesztését célszerű betervezni. A gyakorlatban a vevői igény elvesztése meglehetősen kockázatos lehet, mivel a konkrét rendelés kiesésén túl egyben a vevői elégedettség csökkenéséhez és akár a vevők elpártolásához is vezethet [L120].

Az optimum számítás a készlethiányos modellek esetében is a költségek oldaláról kerül levezetésre. Az alapmodell kiegészül a készlethiányra visszavezethető költségekkel. A készletgazdálkodáshoz kapcsolódó teljes költség minimum pontját kell meghatározni, mely ott adódik, ahol a beszerzéshez kapcsolódó költségek, a készlettartás költségei és a készlethiány következményeinek együttes költsége a legalacsonyabb értéket veszik fel. Fontos kiemelni, hogy a készlethiány következményeinek egy része nem számszerűsíthető teljes pontossággal, azonban az optimum számítása során valamekkora becsült értékkel kell tervezni.

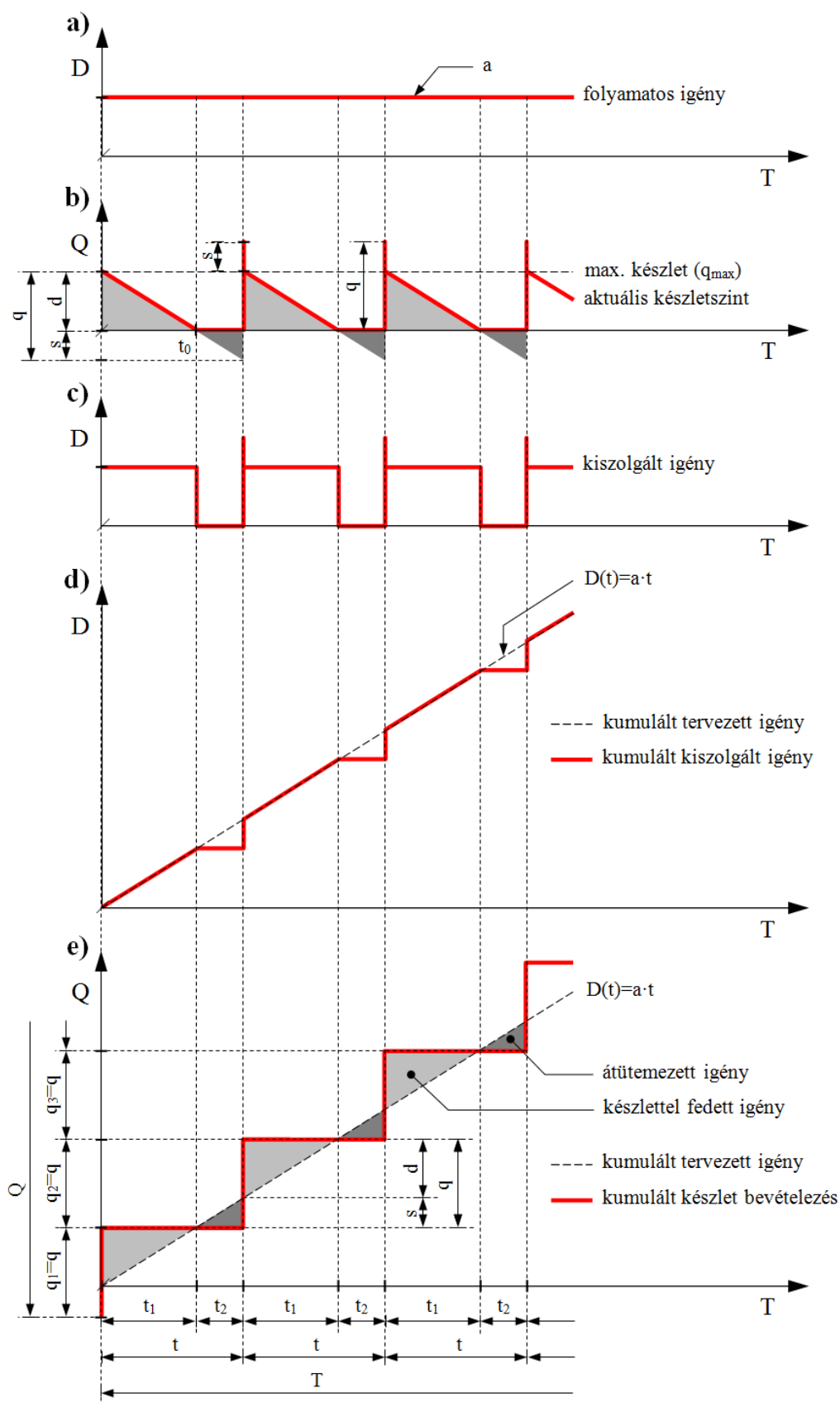
Attól függően, hogy az azonnal ki nem szolgálható igények későbbi időpontra ütemezhetők-e, avagy a nem elfogadott késedelmes szállítás miatt az igények véglegesen kiesnek, eltérő modellek vezethetők le [L120].

3.2.1. Tervezett készlethiány, a vevői igény átütemezésre és egy tételben pótlásra kerül

A bemutatott modell esetében kiindulási feltételként rögzítem, hogy a felhasználási igény a teljes vizsgált időszak során folyamatos és egyenletes intenzitású, a készlethiány következtében ki nem szolgáltat igény valamekkora meghatározott költségszint mellett átütemezhető, és egy későbbi időpontban teljes mértékig kiszolgálásra kerül. A vevő tehát a készlethiány felmerülésekor nem pártol át más beszállítóhoz. Ez úgy is értelmezhető, mintha a kereslet egy része egy későbbi időpontra ütemezve ismételt meg lenne rendelve [L119].

A 3. ábra öt egymásra épülő diagramon keresztül mutatja be a készletezési mechanizmust, a készletek és az igények alakulását az idő függvényében. Folyamatos és egyenletes intenzitású – konstans – felhasználási igény (3.a. ábra) és egyenletes periódusközü beszerzési ciklus esetén amennyiben a t periódus d szintű nyitókészlete kisebb, mint a periódus során esedékes teljes q felhasználási igény mértéke, akkor a készletek a következő periódus előtt valamelyik t_0 időpontban nullára csökkennek, majd ezt követően egy t_2 hosszúságú készlethiányos időszak következik, melynek a végén kerül sor a készletek pótlására. A t_2 időszak alatt a ki nem szolgáltat folyamatos igény s szintű elmaradáshoz vezet (3.b. ábra). A bemutatott példa azt az esetet szemlélteti, mely során az időben ki nem szolgáltat igény a készletpótlást követően azonnal egyetlen tételként kiszállításra kerül.

Ezt jeleníti meg a periódus elején a q mennyiségű beérkezéssel párhuzamosan kiugró, majd a következő időpillanatban s elmaradással a szaggatott vonalig visszacsökkent készletszint (3.b. ábra). Megállapítható az is, hogy a készletpótlás szintje q mértékű, hiszen a ki nem szolgáltat igény s mértékével megnövelt készletszint szükséges az előző periódus során felhalmozott elmaradás pótlásához, valamint az újabb igény d mértékben történő kiszolgálásához.



3. ábra: Tervezett készlethiány, a vevői igény a következő periódus elején a készletek beérkezését követően azonnal és teljes mértékben kiszolgálásra kerül [saját szerkesztés] [S01] [S02] [S04] [S14] [S17]

A 3.c. ábra az idő függvényében mutatja a ténylegesen kiszolgált igény alakulását, megjelenítve a t_1 kiszolgált igény és a t_2 készlethiányos szakaszokat, valamint a következő periódus elején az elmaradás pótlásának t_0 időpillanatát.

Az igények kumulált értékét is érdemes ábrázolni (3.d. ábra), mely esetében az egyes szakaszokban eltérő meredekségű egyenes jeleníti meg az előbbiekben felvázolt összefüggéseket. A teljes vizsgált időszakot megjelenítve látható, hogy a kumulált kiszolgált igény kisebb törésekkel követi a kumulált tervezett igény meredekségét.

A 3.e. ábra a vevő szemszögéből egyetlen diagramként foglalja össze a készletek beérkezését és az igények alakulását az idő függvényében, kumulált értékben. E kettő különbsége mutatja az időben kiszolgált és az átütemezett igények viszonyát.

Az előző fejezetben bevezetett jelölések megtartása mellett a készlethiányos modell esetében is kifejezhető a beszerzések száma az alábbi összefüggésekkel [L72]:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (23)$$

A 3. ábrában bemutatott diagramok esetében a t hosszúságú készletezési periódus felosztható egy t_1 hosszúságú készlettel fedett és egy t_2 hosszúságú készlethiányos időszakra:

$$t = t_1 + t_2 \quad (24)$$

Egyenletes felhasználási igényt feltételezve a teljes vizsgált időszak alatt megállapítható, hogy a készlettel fedett igény mértéke és a készlettel fedett időszak hossza d és t_1 befogókkal illetve egy adott készletezési periódus hossza és az esedékes igény mértéke q és t befogókkal leírható derékszögű háromszögeket zárnak be (3.b. ábra), mely aránypárookra alkalmazható a párhuzamos szelők tétele [L72]:

$$\frac{t_1}{t} = \frac{d}{q} \quad (25)$$

A (25) képlethez hasonlóan t_2 készlethiányos időszak és s elmaradás esetében is kifejezhető az alábbi aránypár (3.b. ábra) [L72]:

$$\frac{t_2}{t} = \frac{q - d}{q} = \frac{s}{q} \quad (26)$$

A teljes vizsgált időszak során felmerülő beszerzési költség megadható az egyszeri beszerzési költség és a beszerzések gyakoriságának szorzatával [L72]:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 \quad (27)$$

A készlettartás költsége kifejezhető a fűrészfog diagram t_1 időszakára esedékes szakaszainak függvénygörbe alatti területével (3.b. ábra) [L72]:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 = \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 \quad (28)$$

A készlettartási költség megadható közvetett módon is a beszerzett tétel árának és a készlettartási rátának az ismeretében:

$$K_2 = \frac{d^2}{2 \cdot q} \cdot v \cdot r \quad (29)$$

A készlethiány költségének számszerűsítésekor abból az összefüggésből kell kiindulni, hogy a folyamatos igény az elmaradás szintjét növeli, mely elmaradás kifejezhető a fűrészfog diagram t_2 időszakára esedékes szakaszainak függvénygörbe alatti területével (3.b. ábra) [L71] [L72]:

$$K_3 = \frac{1}{2} \cdot (q - d) \cdot t_2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_3 = \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_3 = \frac{(q - d)^2}{2 \cdot q} \cdot T \cdot k_3 = \frac{s^2}{2 \cdot q} \cdot T \cdot k_3 \quad (30)$$

Az összköltség függvény felírható e három költség összegeként. A célfüggvény az összköltség függvény minimumának meghatározása:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 \rightarrow \min \quad (31)$$

A (27) (28) (30) (31) képletek behelyettesítésével az összköltség kifejezhető az alábbi képlettel [L71] [L72] [L119] [L120]:

$$K(q; d) = \frac{Q}{q} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot (q - d)^2 \cdot \frac{T}{q} \cdot k_3 \rightarrow \min \quad (32)$$

Az összköltség függvény q és d szerinti parciális deriváltjainak formáját nullával egyenlővé téve képezhető az alábbi egyenletrendszer [L71] [L120]:

$$\frac{\partial K(q)}{\partial q} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 - \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q^2} \cdot k_2 + \frac{2 \cdot q \cdot (q - d) \cdot T - (q - d)^2 \cdot T}{2 \cdot q^2} \cdot k_3 = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial K(d)}{\partial d} = d \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 - (q - d) \cdot \frac{T}{q} \cdot k_3 = 0 \quad (34)$$

Az egyenletrendszer megoldásával megadható az optimális rendelési téte nagyság, vagyis a hiány mértékével növelt optimális feltöltési szint [L72] [L119] [L120]:

$$q = d \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad \begin{matrix} \text{K05} \\ (35) \end{matrix}$$

A gyakorlatban előfordul, hogy a készlettartás költsége csak közvetetten az egységár és a készlettartási ráta ismeretében adható meg. Mivel a készlettel fedett időszak csak $t_1 = t$ szélsőséges esetben fordul elő, így a $\frac{t_1}{t}$ időszak aránya nem adható meg közvetlenül. Ebben az esetben az optimális rendelési téte nagyság a (28) (29) (35) összefüggések átrendezését követően az alábbi képlettel fejezhető ki:

$$q = \sqrt{2 \cdot Q \cdot \frac{k_1}{v \cdot r}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{v \cdot r}{T} + k_3}{k_3}} \quad (36)$$

Mivel a készlettartás és a készlethiány költségei a gyakorlatban minden $t_2 > 0$ esetben pozitív értéket vesznek fel, a (35) képlet gyöktényezős szorzatából belátható, hogy a $\frac{k_2+k_3}{k_3}$ hányados 1-nél nagyobb értéke miatt a készlethiányos modellek esetében az optimális rendelési tétele nagyság mindig nagyobb értéket vesz fel, mint a készlethiányt meg nem engedő alapmodell esetében [L120]. A gyöktényezős szorzat első tagja megegyezik az alapmodellnél kapott optimális rendelési tétele nagyság képletével, míg a második gyöktényező eredménye mindig 1-nél nagyobb értéket fog adni.

Az időben kiszolgált igény tervezett szintjét kifejezhetjük az alábbi képlettel:

$$d = q \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad \text{K06} \quad (37)$$

A (37) képlet gyöktényezős szorzatából következik, hogy a kiszolgált igény mértéke nem lehet nagyobb, mint a készlethiányt megengedő esetben kapott optimális feltöltési mennyiség, hiszen a második szorzótényezőben szereplő $\frac{k_3}{k_2+k_3}$ hányados $t_2 > 0$ esetében 1-nél csak kisebb értéket vehet fel, míg az első szorzótényező megegyezik az alapmodellnél kapott optimális rendelési tétele nagyság képletével.

Az időben ki nem szolgált igény, vagyis a készlethiány optimális szintje megadható az alábbi összefüggésekkel [L120]:

$$s = q - d = q \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} \quad \text{K07} \quad (38)$$

Az igénykiesés rátája levezethető a készlettartás és a készlethiány költségeiből [L72]:

$$p = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \quad (39)$$

A (23) és (35) egyenletek összefüggéseiből levezethető az optimális rendelési tétele nagyság ciklusideje:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad \text{K08} \quad (40)$$

A teljes időszakra vonatkoztatott igény és az optimális rendelési tétele nagyság ismeretében megadható a teljes időszak alatt esedékes készletpótlások optimális száma:

$$n = \frac{T}{t} = \frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{Q \cdot T}{2} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad \text{K09} \quad (41)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő minimális összköltség megadható az alábbiak szerint:

$$K = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad \text{K10} \quad (42)$$

A teljes időszak során felmerülő minimális összköltség a vásárolt készletekre kiadott pénztömeggel együtt:

$$K'' = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} + Q \cdot v \quad (43)$$

Az összköltségfüggvény kifejezhető az időtényezők behelyettesítésével, mely összefüggésnek a későbbi elemzés során lesz szerepe:

$$K(q; d) = \frac{T}{t} \cdot k_1 + \frac{t_1^2}{t^2} \cdot \frac{T \cdot q}{2} \cdot k_2 + \frac{t_2^2}{t^2} \cdot \frac{T \cdot q}{2} \cdot k_3 \rightarrow \min \quad (44)$$

A (42) képlet levezetése során további összefüggések írhatók le, mely eredményeket az elemzés későbbi részében a számítások egyszerűsítése, illetve az optimális egyensúlyi állapotok számszerűsítése során fel lehet használni.

A teljes vizsgált időszak beszerzési költsége megadható az alábbi változatban is:

$$K_1 = \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad (45)$$

A teljes vizsgált időszak során felmerülő készlettartási költség megadható a beszerzési költség ismeretében az alábbi formában is:

$$K_2 = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = K_1 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} \quad (46)$$

A teljes vizsgált időszak során felmerülő készlethiány költsége megadható a beszerzési költség ismeretében az alábbi összefüggéssel:

$$K_3 = \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = K_1 \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \quad (47)$$

A (46) és (47) összefüggéseket behelyettesítve a (31) képletbe a teljes vizsgált időszak összköltsége szintén kifejezhető a beszerzési költség ismeretében:

$$K = K_1 + K_1 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} + K_1 \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} = K_1 \cdot \left(1 + \frac{k_3}{k_2 + k_3} + \frac{k_2}{k_2 + k_3}\right) = 2 \cdot K_1 \quad (48)$$

A (31) és (48) összefüggésekből következik, hogy optimális egyensúlyi helyzetben a beszerzési költség jelenti az összköltség felét, míg a másik felét adja a készlettartás és készlethiány költségeinek összege. Ebből levezethető az alábbi összefüggés:

$$\frac{K}{2} = K_1 = K_2 + K_3 \quad (49)$$

Optimális esetben a teljes időszak alatt a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő összköltség egyik fele megegyezik a beszerzési költséggel, míg a másik felét a készlethiány és a készlettartás együttes költsége adja, melyek arányosíthatók a beszerzési költség és a t_1 illetve t_2 időszakok ismeretében.

A (24) (25) (28) (49) összefüggések átrendezéséből adódik a készlettartási költség:

$$K_2 = K_1 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (50)$$

A (24) (26) (30) (49) összefüggések átrendezéséből adódik a készlethiánnyal kapcsolatosan felmerülő költség:

$$K_3 = K_1 \cdot \frac{t_2}{t} \quad (51)$$

Időszakos készlethiányt megengedő gazdaságos rendelési tétel nagyság összefüggéseit a függelékek között bemutatott 3. példán keresztül vezetem le.

Az (1. példa: 2) és (3. példa: 2) összefüggések eredménye tükrözi, hogy készlethiányt megengedő készletgazdálkodási politika során a bemeneti paraméterek változatlanul hagyása mellett minden esetben magasabb lesz a gazdaságos rendelési tétel nagyság, mint a készlethiányt meg nem engedő modell esetében, ami a $\sqrt{\frac{k_2+k_3}{k_3}}$ szorzótényező 1-nél nagyobb értékéből adódik.

A kapott eredmények gyakorlatban történő alkalmazásakor egyéb kötöttségeket is figyelembe kell venni, mint pl. a csomagolási egység, illetve a szállítások meghatározott napokra eső ütemezése. A fenti esetben célszerű a (3. példa: 3) és (3. példa: 6) eredmények helyett kerekített értékekkel tervezni, így a szállításokat négyheti gyakorisággal történő 1.500 db rendelési mennyiséggel beütemezni. Ez eltér a számított optimális rendelési mennyiségtől és szállítási gyakoriságtól, ezáltal az optimális minimum összköltségtől, mely eltérés számszerűsítését a költségek paraméteres hatásvizsgálatával lehet elemezni.

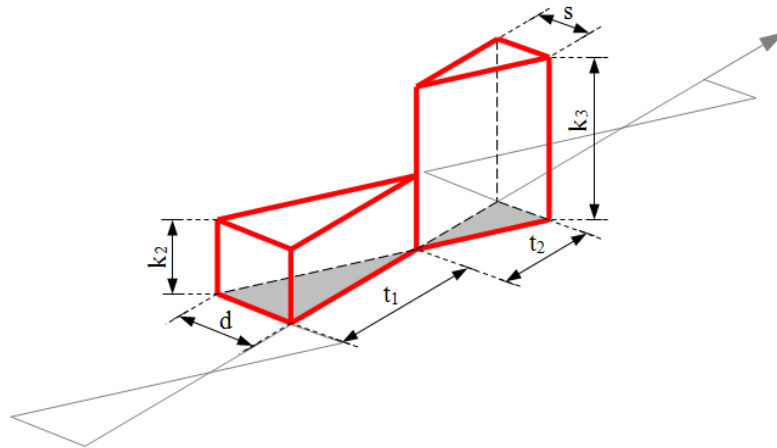
3.3. Költségtényezők és a szintvonalak közötti összefüggés

[S01] [S17]

Az elmaradást egy tételben pótolni képes készlethiányt megengedő modell esetében a teljes készletezési ciklus két időszakra, a készlettel fedett és a készlethiányos szakaszokra osztható. Az egyes szakaszok hosszát azok időegységre vetített fajlagos költségének szintje határozza meg, a teljes készletezési cikluson belüli arányát pedig a két költségcsoport egymáshoz viszonyított aránya adja. Minél nagyobb egy adott költségtényező, annál nagyobb mértékben szükséges csökkenteni a felmerülő időszakot. Ahol a két költségtényező azonos szintű, ott a felmerülésük hossza is kiegyenlítődik, vagyis azonos hosszúságú készlettel fedett és készlethiányos periódusok váltogatják egymást.

Az optimális költségszint annál az aránynál érhető el, ahol az egyes fajlagos költségek és a felmerülésük hossza együttesen a legalacsonyabb szintet tükrözi, vagyis ahol $K_2 + K_3$ összege a legalacsonyabb.

Az egyes fajlagos költségtényezők és a hozzájuk rendelhető időtartam úgy is értelmezhető, mint egy-egy háromszög alapú hasáb, amelyek alapját a készletszint, illetve az elmaradás időbeni alakulása jelentik, míg magasságát az adott időszakhoz rendelhető fajlagos költségek szorzója adja. E két test térfogatának egyensúlyi állapota ott alakul ki, ahol az együttes térfogatuk a legkisebb értéket veszi fel (4. ábra).



4. ábra: Készlettartással és készlethiánnyal kapcsolatos költségek és időtartamok összefüggése egy perióduson belül [saját szerkesztés] [S01]

Ha az egyes térfogatokat számszerűsítjük, akkor belátható, hogy az eredmény megegyezik a készlethiányos modelleknél egy-egy készletezési periódusra kapott formulával, melynek a minimumát keressük:

$$\frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot k_3 \rightarrow \min \quad (52)$$

Az egy készletezési periódusra vonatkoztatott minimális készlettartási és készlethiány megadható az alábbi egyenlettel:

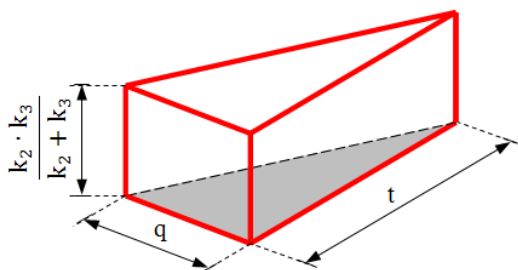
$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \left(\frac{k_3}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \left(\frac{k_2}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_3 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot k_{k_2; k_3} \quad (53)$$

Az egyenlet megoldása eredményezi azt a $k_{k_2;k_3}$ szorzót, amely a készletezési periódus során legkedvezőbb költségszintet jelenti:

$$k_{k_2;k_3} = \frac{k_2 \cdot k_3}{k_2 + k_3} \quad \text{K11} \quad (54)$$

Ennek az összefüggésnek a jelentősége abban rejlik, hogy a modellezés során a készlettartás és a készlethiány költségek kiválthatók egyetlen szorzótényezővel, így leegyszerűsíthető az elemzés egy beszerzési és egy készlettartási költségből álló alapmodellre.

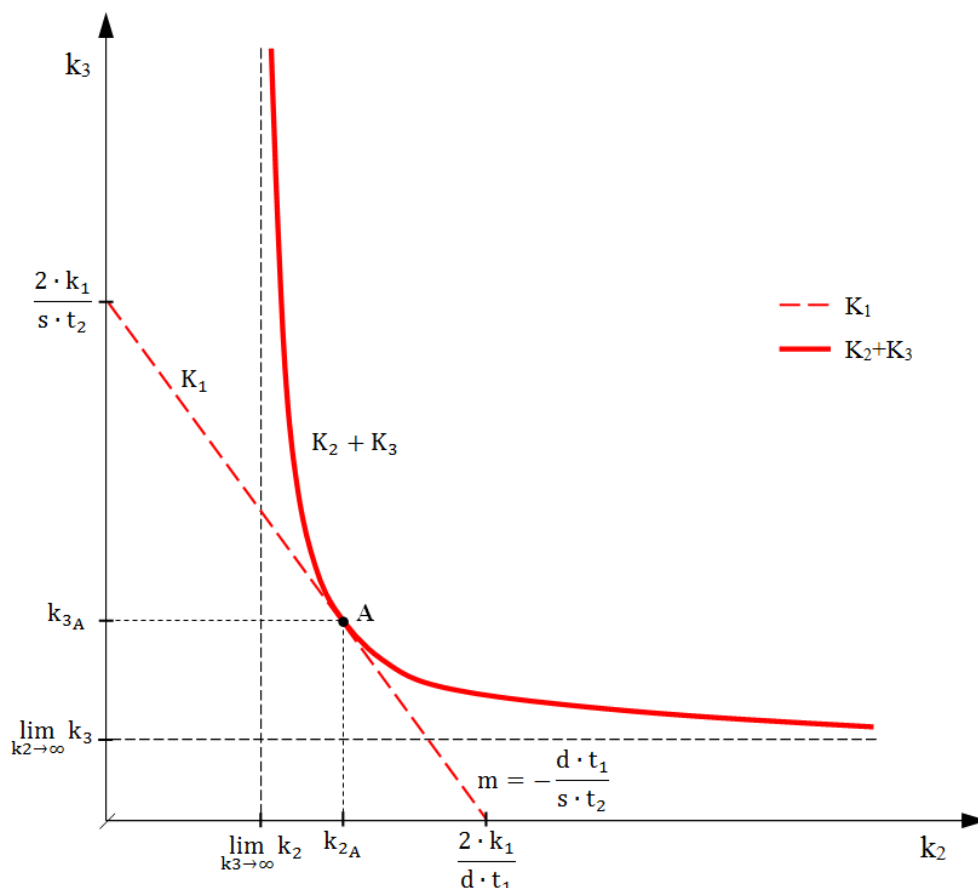
Egyenletes és folyamatos felhasználási igényt feltételezve ez úgy is értelmezhető, mintha a két időszakhoz rendelt térfogatból egyetlen térfogatot számítanánk, ahol a háromszög alapú hasáb alapját a teljes t készletezési periódus és a q mennyiség jelentik, míg magasságát a $k_{k_2;k_3}$ szorzó adja (5. ábra).



5. ábra: Készlettartással és készlethiánnyal kapcsolatos költségek kiváltása egy súlyozott fajlagos költség szorzótényezővel [saját szerkesztés] [S01]

A költségtényezőket célszerű egymás függvényében is ábrázolni. A 6. ábra mutatja a készlettartás fajlagos költségének függvényében a készlethiány fajlagos költségét. A diagramot úgy kell értelmezni, hogy megmutatja e két fajlagos költségtényező különböző aránypárjához rendelhető együttes költségszinteket. A vastag piros folyamatos vonallal rajzolt görbe jeleníti meg a készlettartásból és készlethiányból eredő költségek együttesét az adott k_2 és k_3 fajlagos költségszintek mellett. A folyamatos vonallal jelölt költség a görbe minden pontjában azonos költségszintet tükröz, amiből az következik, hogy egy adott költségszint egy magasabb készlettartási költségtényező esetén csak egy alacsonyabb készlethiányos költségtényező mellett érhető el. Ezek a negatív meredekségű konvex görbék egy-egy szintvonalat jelenítenek meg, melyek az origótól távolodva egyre magasabb értéket tükröznek (7. ábra).

Megfigyelhető, hogy a költséggörbe mindkét fajlagos költségtényező irányában a pozitív számok halmazán értelmezve alulról korlátos. A függvénynek számszerűsíthető értékei vannak a határérték alatti tartományban is, azonban az eredmény negatív értéket ad. A függvény negatív értékei kiesnek az értelmezési tartományból, hiszen ez azt jelentené, hogy negatív készlettartási vagy készlethiány költséggel kellene számolni, ami a gyakorlatban nem értelmezhető. Az alsó határértékek egyben azt is jelentik, hogy az optimalizálás csak ezen a megadott tartományon belül valósítható meg, ez az optimalizációs mozgástér. A nullánál nagyobb szintű alsó határértékek egyben azt is jelentik, hogy rögzített q mennyiséget feltételezve minden $0 < k_2 < 1$ esetén létezik valamilyen hosszúságú készlettartásos és készlethiányos időszak.



6. ábra: A költségtényezők és a szintvonal közötti összefüggés, az optimum pont és a határértékek ábrázolása [saját szerkesztés] [S01] [S17]

Kiindulva abból, hogy a piros vastag vonallal ábrázolt költségszint minden pontjában azonos értéket tükröz, az adott szintvonalhoz értelmezhető rendelési tétele nagyság is állandó. A (49) összefüggés meghatározásakor megállapítást nyert, hogy a készletgazdálkodással kapcsolatos teljes költség ott éri el a minimumát, ahol a beszerzés költsége megegyezik a készlettartás és készlethiány együttes költségével. Ebből az is következik, hogy a 6. ábrában folyamatos piros vonallal rajzolt görbe minden pontja megegyezik az adott szintvonal esetében egy meghatározott q mennyiséghez tartozó K teljes készletezési költség felével, ami abból adódik, hogy $K = K_1 + K_2 + K_3$ és $K_{2,3} = K_2 + K_3$ valamint $K_{min} \rightarrow K_{2,3} = K_1$, azaz $K_1 = K_2 + K_3$. A modell kiindulási feltétele, hogy a q , Q , T , és k_1 tényezők rögzített konstansok, amiből következően a t értéke is rögzített, így csak a k_2 , k_3 költségtényezők, a d , s szintek, valamint a t_1 , t_2 időszakok hossza változtathatók. Mivel a k_1 , Q és q értékek állandók, így az ezekből levezethető K_1 beszerzési költség is állandó, ami optimális esetben megegyezik a teljes készletezési költség felével, mely egyenlőség a (48) (49) összefüggések során bizonyításra került. Feladat az összköltség minimális szintjének meghatározása.

A diagramba berajzolható a beszerzéssel összefüggésben felmerülő költség is. A szaggatott piros vonallal rajzolt egyenes jeleníti meg a K_1 beszerzési költséget, ami rögzített q érték esetén független a k_2 és k_3 tényezőktől. Az egyenes minden pontjában azonos $\frac{K}{2}$ szintet jelenít meg. Meredekségét a készlettartás és a készlethiány időtartama alatt számszerűsíthető átlagos készletszint és átlagos elmaradás aránya eredményezi.

A beszerzési költség optimális egyensúlyi helyzetben megegyezik a készlettartás és a készlethiány költségének összegével:

$$\frac{Q}{q} \cdot k_1 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_3 \quad (55)$$

Az egyenlet átrendezésével megkaphatjuk az alábbi egyenlőséget, mely kifejezi a k_3 készlethiány költségét a k_2 készlettartás függvényében:

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} - \frac{d \cdot t_1}{s \cdot t_2} \cdot k_2 \quad \begin{matrix} \text{K12} \\ (56) \end{matrix}$$

Ebből a képletből már közvetlenül megadható a K_1 beszerzési költség egyenesének meredeksége:

$$m = -\frac{d \cdot t_1}{s \cdot t_2} \quad \begin{matrix} \text{K12} \\ (57) \end{matrix}$$

Az (56) képletből megadhatók a beszerzési költség tengelymetszéspontjai is, így a meredekség és a metszéspontok ismeretében ábrázolható a beszerzési függvény:

$$\text{függőleges tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} \quad \begin{matrix} \text{K12} \\ (58) \end{matrix}$$

$$\text{vízszintes tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{d \cdot t_1} \quad \begin{matrix} \text{K12} \\ (59) \end{matrix}$$

Az optimális összköltség megadható a (31) összefüggés szerint a $K = K_1 + K_2 + K_3$ képlettel, melyre igaz, hogy egyensúlyi helyzetben a $K_1 = K_2 + K_3$. A (49) képlet átrendezéséből következik, hogy az összköltség megegyezik a beszerzési költség kétszeresével:

$$K = 2 \cdot K_1 \quad (60)$$

Behelyettesítéssel megadható az egyenlőség az alábbi formában:

$$\sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} = 2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_1 \quad (61)$$

Pozitív értelmezési tartományon belül a (61) képletből levezethetők az egyes fajlagos költségtenyezők alsó határértékei is, melyek rögzítik a $K_2 + K_3$ görbe helyzetét, és behatárolják az optimalizációs mozgásteret:

$$\lim_{k_3 \rightarrow \infty} k_2 = \lim_{k_3 \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot k_1 \cdot k_3}{q \cdot t \cdot k_3 - 2 \cdot k_1} = \lim_{k_3 \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t - 2 \cdot \frac{k_1}{k_3}} \rightarrow \lim_{k_3 \rightarrow \infty} k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \quad \begin{matrix} \text{K13} \\ (62) \end{matrix}$$

$$\lim_{k_2 \rightarrow \infty} k_3 = \lim_{k_2 \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot k_1 \cdot k_2}{q \cdot t \cdot k_2 - 2 \cdot k_1} = \lim_{k_2 \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t - 2 \cdot \frac{k_1}{k_2}} \rightarrow \lim_{k_2 \rightarrow \infty} k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \quad \text{K13} \quad (63)$$

A diagram hasonlóan viselkedik a mikroökonómiából jól ismert közömbösségi görbéhez és költségvetési egyeneshez [L13] [L66], azonban ki kell hangsúlyozni, hogy a k_2 fajlagos készletartás költsége és a k_3 fajlagos készlethiány költsége között a gyakorlatban nincs helyettesíthetőség, hiszen az egyik költségtényező változtatása, pl. növelése miatt a másik nem fog csökkenni, egy optimalizálás során csak az adott t_1 és t_2 időtartam aránya fog valamelyik irányban eltolódni. A modell jelentősége abban mutatkozik meg, hogy jól szemlélteti a költségek szintvonalait, az egyes költségtényezők egymáshoz viszonyított mozgását és a működési mechanizmusát, így segítséget nyújt a költségek ábrázolásához és az optimalizálás irányának meghatározásához.

Megállapítható, hogy egyensúlyi helyzetben a k_2 fajlagos készletartás költség és a k_3 fajlagos készlethiány költség optimális aránya ott adódik, ahol a K_1 beszerzési költség egyenes érinti a $K_2 + K_3$ negatív meredekségű konvex görbét.

Az optimális összköltség ott adódik, ahol a fajlagos készletartási költség:

$$k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t_1} \quad \text{K13} \quad (64)$$

Az optimális összköltség ott adódik, ahol a fajlagos készlethiány költség:

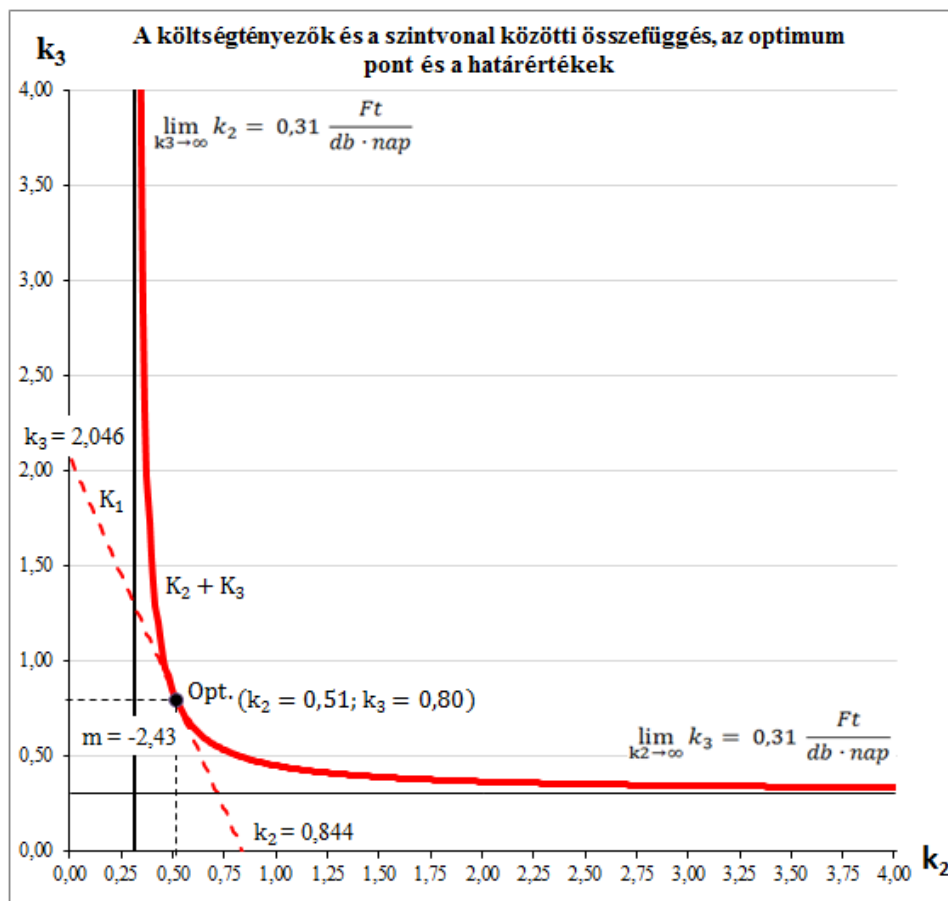
$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t_2} \quad \text{K13} \quad (65)$$

A költségtényezők és a szintvonal közötti összefüggéseket, valamint az optimum pont és a határértékek meghatározását a függelékek között bemutatott 4. példán keresztül vezetem le. A 2. diagram ábrázolja a 4. példában számszerűsített összefüggéseket a 6. ábra szerint.

A grafikus ábrázolásból és a 4. példa számolási eredményeiből kitűnik, hogy a k_2 fajlagos készletartási költség és a k_3 fajlagos készlethiány költség határértéke megegyezik az (54) összefüggésnél bevezetett k_{k_2, k_3} szorzóval, amely a készletezési periódus során legkedvezőbb költségszintet jelenti. Az összefüggés egyenlőség formájában kifejezve:

$$\frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} = \frac{k_2 \cdot k_3}{k_2 + k_3} \quad (66)$$

A (66) egyenlet q -ra történő átrendezésével megkaphatjuk a készlethiányt megengedő alapmodell gazdaságos rendelési tétel nagyságának (35) összefüggésnél leírt képletét.

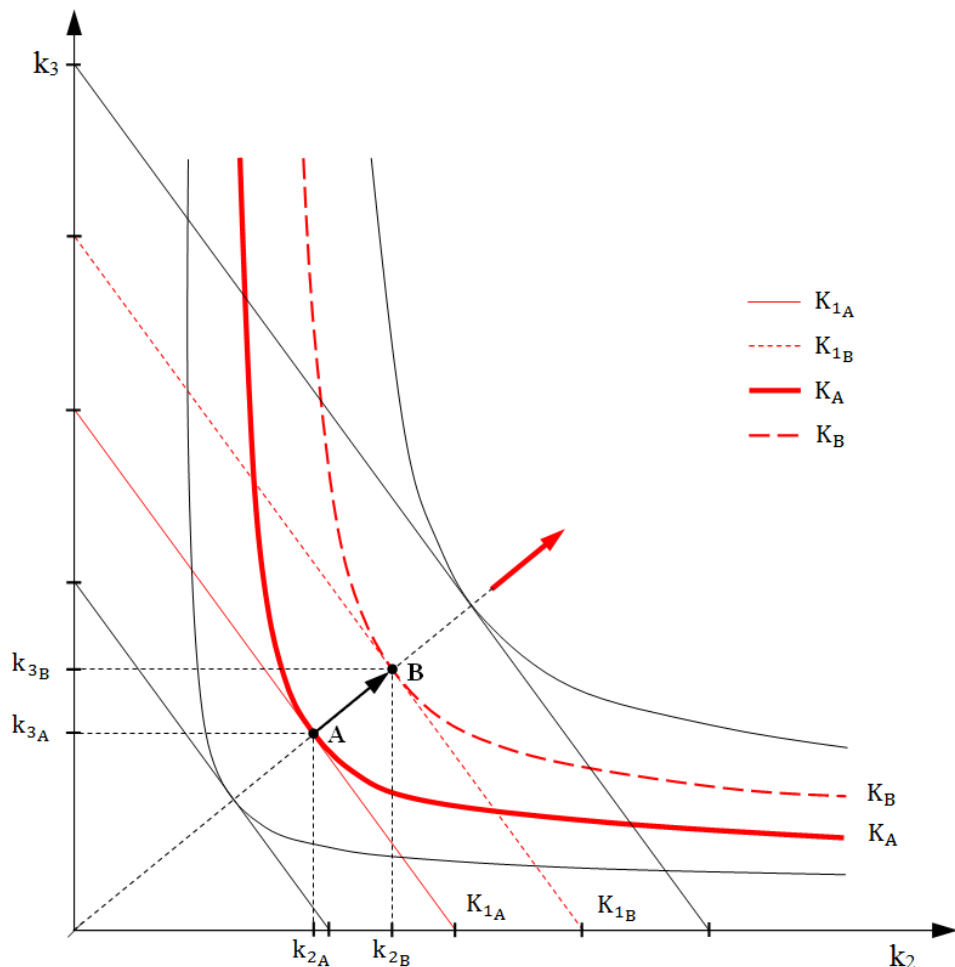


2. diagram: A költség tényezők és a szintvonal közötti összefüggés, az optimum pont és a határértékek ábrázolása [saját szerkesztés]

Abban az esetben, ha a k_2 és k_3 tényezők megtartva az eredeti arányukat $k_{2A}; k_{3A}$ pontról $k_{2B}; k_{3B}$ pontra növekednek, akkor egy magasabb $K_2 + K_3$ költség szint mellett a q értéke továbbra is változatlan maradt. A 7. ábra szemlélteti a szintvonalak közötti elmozdulást, távolodva az origótól. Az origóból húzott szaggatott egyenes vonal minden pontja egymáshoz viszonyított azonos arányú k_2 és k_3 fajlagos költségeket tükröz, a szintvonalak az origótól távolodva magasabb költség szinteket jelentenek, az egyenes és az egyes szintvonalak metszéspontjai tehát a k_2 és k_3 fajlagos költségek egymással azonos arányban történő változásait mutatja.

Egyensúlyi állapotban a magasabb szintvonalhoz is berajzolható egy K_{1B} beszerzési költség egyenes, amelynek a meredeksége a $k_2; k_3$ aránypár változatlansága miatt K_{1A} egyenes meredekségével azonos marad. Ha a két fajlagos költség tényező drágul, annak a beszerzésre gyakorolt hatása a kisebb q mennyiségek melletti gyakoribb beszerzést eredményezne. Mivel a q mennyiség a kiindulási feltételek során rögzítésre került, egy magasabb szintvonalhoz húzott beszerzési egyenes egyensúlyi állapotban csak egy magasabb értékű k_1 egyszeri beszerzési költség mellett rajzolható meg. A $k_2; k_3$ változása a gyakorlatban azonban nem hat a k_1 egyszeri beszerzési költségre, így belátható, hogy ez az egyensúlyi állapot nem tükröz optimális állapotot. Az optimális állapot eléréséhez fel kellene oldani a q rögzítettségét, aminek eredményeképpen egy új q érték mellett optimalizálható a rendelési tétele nagyság. A gyakorlatban azonban előfordulhat az a helyzet, hogy a q rögzítettsége nem oldható fel, pl. a szállítások gyakorisága nem sűrítethető. Ilyenkor a kialakult állapot nem tekinthető optimálisnak.

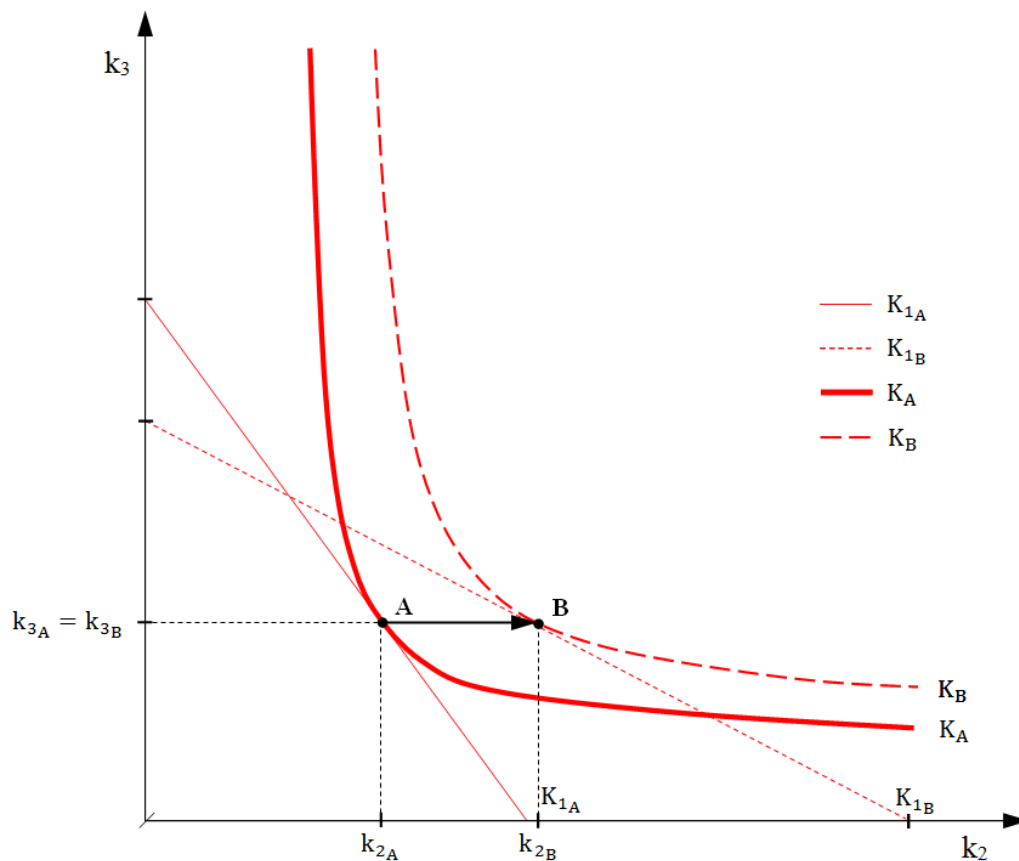
A 7. ábra értelmezhető úgy is, hogy a k_2 fajlagos készletértéktartási költség és a k_3 fajlagos készlethiány költség arányos változása helyett a k_1 egyszeri beszerzési költség változik. Abban az esetben, ha a k_1 egyszeri beszerzési költség megemelkedik, az változatlan beszerzési gyakoriság mellett egy megemelkedett K_{1B} beszerzési költséget eredményezne. Ez csökkenthető a beszerzési gyakoriságok ritkításával, ami azonban a szállítási mennyiségek növeléséhez, így a készletek átlagos szintjének növekedéséhez vezetne. Mivel a k_1 egyszeri beszerzési költsége nincs hatással a $k_2; k_3$ tényezőkre, a k_1 változása csak a q beszerzési mennyiségeken keresztül hat a $K_2 + K_3$ költségek együttes szintjére. Ha a q mennyiség rögzítésre kerül, akkor belátható, hogy a kialakult állapot nem tekinthető optimálisnak, mivel az optimalizáláshoz a beszerzések gyakoriságát kell változtatni, ami a q mennyiség rögzítettsége miatt azonban nem valósítható meg.



7. ábra: Összköltség szintvonalának elmozdulása a fajlagos készletértéktartási és készlethiány költségek arányos változása esetén [saját szerkesztés] [S01] [S17]

Ha a k_2 és k_3 fajlagos költségek közül csak az egyik változik, akkor az egyes t_1 és t_2 időtartamok aránya is megváltozik. Az azonos költség szintet megjelenítő $K_2 + K_3$ görbén való elmozdulás nem lehetséges, mivel a görbén való elmozdulást csak a másik költségtényező ellentétes irányú változtatásával lehetne elérni. Mivel azonban e két fajlagos költségtényező a gyakorlatban nem helyettesíti egymást, az egyik tényező változása nem idézi elő a másik tényező ellentétes irányú mozgását, így ebben az esetben a $K_2 + K_3$ költségek új szintvonalat fognak kirajzolni. Ha a fajlagos költségtényező értéke növekszik, akkor a szintvonal az origótól távolodik (8. ábra).

Az új szintvonal $k_{2B}; k_{3B}$ pontjaihoz is érintőként berajzolható a K_{1B} beszerzési költség egyenese. A szintvonal és az egyenes érintési pontja adja meg az új $k_{2B}; k_{3B}$ értékekhez tartozó optimumot. Ha a k_2 és k_3 tényezők közül csak az egyik változik, vagy mindkettő változik oly módon, hogy az egymáshoz viszonyított arányuk is valamilyen irányban elmozdul, akkor az új szintet jelölő görbéhez húzható K_{1B} beszerzési költség függvény meredeksége megváltozik. Ez abból következik, hogy a készlettartás és a készlethiány fajlagos költségeinek egymástól való elmozdulása miatt átrendeződik a t_1 és t_2 időszakok aránya is, így a teljes időszakra vetítve változik az optimális rendelési tétel nagyság mértéke. Az új szintvonalhoz tartozó érintő megrajzolásához a kiindulási feltételek között q rögzítettségét fel kell oldani, ennek hiányában a K_{1B} beszerzési költség változatlan maradna, amit az egyensúly érdekében egyenlővé kell tenni az új költség szinttel.



8. ábra: Összköltség szintvonalának elmozdulása a fajlagos készlettartási költség változása esetén [saját szerkesztés] [S01] [S17]

Bármelyik esetről is legyen szó, a kiindulási állapot megvizsgálásához és az optimalizálás lehetőségének feltárásához célszerű egymástól függetlenül felvázolni a beszerzési egyenest és a k_2 , k_3 költség tényezők pontszerű helyzetét. Ha ezek nem esnek egybe, akkor a kiindulási állapot nem tükröz optimumot. A leírt működési mechanizmus mentén a változtatható paraméterek ismeretében lehet elvégezni az optimalizálást. Megállapítható, hogy ha az optimalizáláshoz szükséges tényezők közül egyetlen tényező is az optimális értéktől eltérő értéken rögzített, akkor a teljes optimum nem érhető el.

3.4. Az optimális rendelési tétel nagyság és a készletgazdálkodás költségeinek paraméteres hatásvizsgálata

[S04]

Az optimális rendelési tétel nagyság számítása és gyakorlati alkalmazása széles körben elterjedt. Az összetett vállalatirányítási rendszerek többsége megoldást nyújt az optimális készlet szint és az optimális költségek számszerűsítéséhez. A széles körben történő gyakorlati alkalmazhatóság valós oka azonban arra vezethető vissza, hogy az optimális rendelési tétel nagyságtól valamelyik irányban történő eltérés esetén a teljes költség eltérése kisebb mértékben változik [L65]. Ez a készlet tartási és beszerzési költségek ellentétes irányú, egymást valamilyen mértékben ellensúlyozó hatására vezethető vissza. Ez egyben lehetőséget is ad arra, hogy a nehezen megadható költségelemek helyett közelítő értékkel számolhassunk.

3.4.1. Az optimális rendelési tétel nagyság paraméteres hatásvizsgálata

A gyakorlatban a rendelési tétel nagyság optimális értékétől való eltérés többnyire két okra vezethető vissza. Egyrészt maga az optimális rendelési tétel nagyság meghatározása során valamelyik bemeneti tényező nem pontos, így a közelítő érték miatt eltérés adódik az optimális értéktől. Másrészt az optimális rendelési tétel nagyság pontos meghatározása esetén is az eredmény jelenthet tört napokat, csomagolási egységtől való eltérést, tervezett szállítási gyakoriságtól való elmozdulást, stb., mely kötétségek figyelembe vételével a menedzsment dönthet az optimális rendelési tétel nagyságtól való eltérés mellett.

A költségekre gyakorolt hatás számítása során első lépésként meg kell határozni az optimális rendelési tétel nagyságtól való eltérés arányát:

$$z = \frac{q'}{q} - 1 \quad (67)$$

A (67) összefüggés átrendezhető a tetszőlegesen megválasztott rendelési tétel nagyságra:

$$q' = q \cdot (1 + z) \quad (68)$$

Készlethiányt meg nem engedő készletgazdálkodási politika esetében a tetszőlegesen megválasztott rendelési tétel nagysághoz rendelhető költségek az alábbiak szerint adhatók meg.

Ha egy-egy alkalommal q' mennyiséget szerzünk be, akkor a teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség a (2) összefüggés alkalmazásával kifejezhető:

$$K'_1 = \frac{Q}{q \cdot (1 + z)} \cdot k_1 = \frac{K_1}{1 + z} \quad (69)$$

Az optimálistól eltérő q' beszerzési mennyiséghez rendelhető készlet tartási költséget levezethetjük a (3) (4) összefüggések módosításával:

$$K'_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1 + z) \cdot T \cdot k_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1 + z) \cdot v \cdot r = K_2 \cdot (1 + z) \quad (70)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő összköltség a (6) (69) (70) összefüggések behelyettesítésével adható meg:

$$K' = K'_1 + K'_2 = \frac{K_1}{1+z} + K_2 \cdot (1+z) \quad (71)$$

A (71) összefüggésből belátható, hogy az optimális rendelési tétnagyságtól $1+z$ aránnyal történő eltérés esetén a beszerzési és a készlettartási költségek ellentétes irányban változnak. A teljes költségre gyakorolt együttes hatásuk aránya az alábbi képlettel vezethető le:

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1+z)} \quad \text{K14} \quad (72)$$

Az optimális rendelési tétnagyságtól való eltérés teljes készletre gyakorolt hatását a függelékek között bemutatott 5. példán keresztül vezetem le.

A két kapott eredmény összehasonlításából megállapítható, hogy az abszolút értékben vett eltérés az optimális költségtől igen kis mértékű elmozdulást mutat. Míg az optimális rendelési mennyiségtől első esetben 18%-kal lefelé, illetve második esetben 23%-kal felfelé térünk el, addig az eltérések teljes készletre gyakorolt hatása 1,9% és 2,2% növekedést mutat. Az is belátható, hogy a rendelési mennyiség mindkét irányban történő eltérése esetén a teljes költség emelkedni kezdett, ezzel igazolva az 1. ábra esetén bemutatott összefüggéseket.

A példában bemutatott két tetszőlegesen megválasztott mennyiség teljes költségre gyakorolt hatása is jelen esetben közel azonos értéket eredményezett, így a gyakorlatban további feltételek figyelembe vétele is befolyásolhatja a választást, pl. a rendelkezésre álló tárhelyek kapacitása, vagy a szállítások ütemezése.

3.4.2. Tervezett rendelkezésre állás időtartamának és a költségtényezők összköltségre gyakorolt hatásának paraméteres hatásvizsgálata

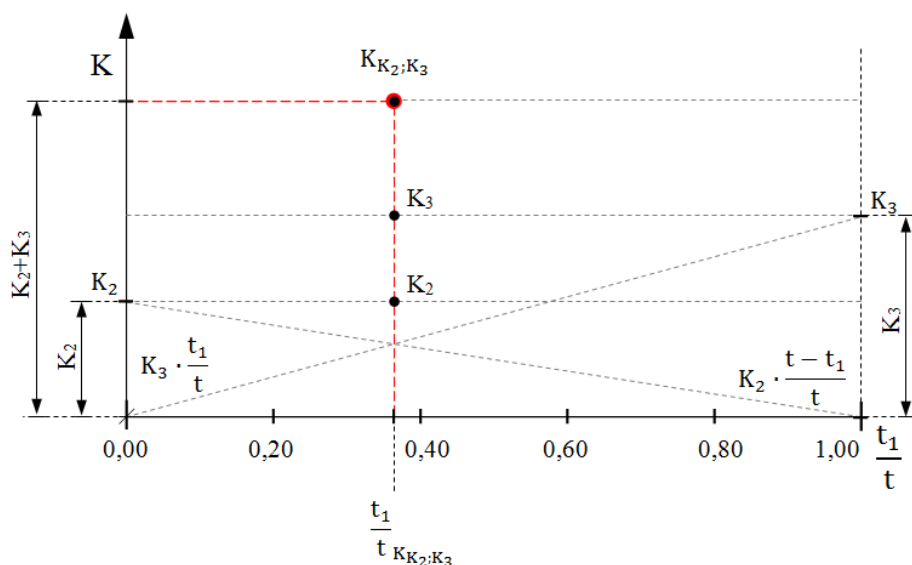
A determinisztikus modellek közül célszerű a gyakorlati élethez legközelebb álló megközelítést tovább elemezni, vagyis amikor valamilyen gazdaságossági szempontot figyelembe véve tervezett szintű készlethiány megengedett, és a készlethiányos időszakban felhalmozott elmaradás a következő készletezési periódus elején egyetlen tételként kerül teljesítésre.

Ebben az esetben tehát számolni kell valamilyen t_1 hosszúságú időszakkal, mely során az igény a felmerülés pillanatában késedelem nélkül kiszolgálásra kerül, valamint egy t_2 hosszúságú időszakkal, mely során az esedékes igényeket – a készletek t_0 időpontban történő nullára csökkenése miatt – egy későbbi időpontra szükséges átütemezni. A modell kiindulási feltételei közé sorolható, hogy az igény folyamatos és egyenletes intenzitású, melynek kiszolgálására mindkét fél elkötelezett, vagyis a vevő nem pártol át más beszállítóhoz. Ennek persze a beszállító részéről ára van, amely a k_3 fajlagos készlethiány költségtényezőben kerül kifejezésre. Hasonlóképpen az igények azonnali kiszolgálásához szükséges készletek tartásának is van k_2 fajlagos készlettartási költsége, mely az igény elmaradás következményeivel ellentétes irányban fejt ki a hatását. A k_2 és k_3 mintegy beárazzák az igények időben történő kiszolgálásának és az igények átütemezésének arányát.

A logisztikusok számára a gyakorlatban egy-egy rendeléssel kapcsolatosan a Q , k_1 , k_2 , k_3 , T értékei többnyire előre rögzítettnek tekinthetők, ezekre a tényezőkre rövid időhorizonton belül vagy egyáltalán nincs ráhatásuk, vagy csak igen kis mértékben befolyásolhatók. Amit változtatni lehet, az a $\frac{t_1}{t_2}$ időszakok hosszának, a beszerzés n gyakoriságának és ez által a rendelésenkénti q mennyiségnek a megválasztása. A cél a változtatható tényezők optimális értékeinek meghatározása.

Az elemzés kiindulási lépéseként szükséges ábrázolni az optimális rendelési tétel nagyságához hozzárendelhető $\frac{t_1}{t}$ időszak arányát, és az ahhoz tartozó költségszinteket (9. ábra).

A vízszintes tengely a $\frac{t_1}{t}$ időszakok viszonyát jeleníti meg, vagyis annak az arányát tükrözi, hogy a teljes perióduson belül mekkora időtartamban történik meg az igény késedelem nélküli kiszolgálása. A diagram a vízszintes tengelyt tekintve alsó és felső határral rendelkezik, amely a $0 \leq \frac{t_1}{t} \leq 1$ relációból következik. Értelmszerűen a $\frac{t_1}{t} = 1$ érték esetén a teljes időszak folyamán időben megtörténik a teljesítés, míg a $\frac{t_1}{t} = 0$ érték esetén a teljes időszak során késedelemmel kell számolni, azaz a tervezett igény teljes mértékben átütemezésre kerül, ami a gyakorlatban a szállítás teljes hiányát jelenti. A függőleges tengely mutatja az egyes rendelkezésre állási szintekhez, azaz a $\frac{t_1}{t}$ értékekhez kiszámítható költségek értékét.



9. ábra: Az optimális rendelési tétel nagyságához rendelhető $\frac{t_1}{t}$ arány, és költségszintek [saját szerkesztés] [S04]

Az optimális rendelési tétel nagyság ismeretében a függőleges tengelyen ábrázolhatjuk a K_2 készlettartási és a K_3 készlethiány költségeit, melyek a koordináta-rendszer teljes szélességében segédvonalként (vízszintes szaggatott vonalak) berajzolhatók. Az értelmezés során ki kell emelni, hogy az adott költségszint az optimális állapotnak megfelelő értéket tükrözi, mely csak az optimális $\frac{t_1}{t}$ pontban értelmezhető, azonban az ábrázolás során függetlenül a $\frac{t_1}{t}$ aránytól a diagram teljes szélességében megjelenítjük. Ez azért szükséges, mert így adható meg a költségek függőleges koordinátatengely szerinti elhelyezkedése

(magassága) és a tengelymetszetek, valamint ezzel megjeleníthető a k_2 és k_3 fajlagos költségtényezők egymáshoz viszonyított aránya is.

A diagram azt az esetet ábrázolja, amikor a k_2 fajlagos készlettartási költség magasabb, mint a k_3 fajlagos készlethiány költsége, melyet tükröz a $\frac{t_1}{t} < 0,5$ pontban felvett optimális érték is.

A K_3 költségshinthez berajzolt vízszintes segédvonal és a $\frac{t_1}{t} = 1$ értékhez húzott függőleges tengely metszéspontját az origóval átlósan összekötve ábrázolható a készlethiány költségének meredeksége. Hasonlóképpen a K_2 költségshinthez berajzolt vízszintes segédvonal és a $\frac{t_1}{t} = 0$ értékhez húzott függőleges tengely metszéspontját a $\frac{t_1}{t} = 1$ és $K = 0$ metszésponttal átlósan összekötve ábrázolható a készlettartás költségének meredeksége. E két átlós segédvonal metszéspontjának $\frac{t_1}{t}$ helye jelöli ki az optimális rendelési téte nagyságához megadható optimális $\frac{t_1}{t}$ arányt. Az ebben a pontban függőlegesen berajzolt segédvonal és az egyes költségshintekhez vízszintesen berajzolt segédvonalak metszéspontjai jelölik az optimális rendelési téte nagyságához számítható K_2 , K_3 és $K_2 + K_3$ költségek minimumát (K_{K_2, K_3}), amely pont a (49) összefüggés szerint megegyezik a készletgazdálkodás optimális összköltségének a felével ($\frac{K}{2}$).

A K_2 készlettartás költségének ábrázolt meredeksége:

$$K_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} \quad (73)$$

A K_3 készlethiány költségének ábrázolt meredeksége:

$$K_3 \cdot \frac{t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (74)$$

Az optimális $\frac{t_1}{t}$ arányt az a pont határozza meg, ahol e két ellentétes előjelű, adott meredekségű egyenes metszi egymást:

$$K_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = K_3 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (75)$$

Behelyettesítve a (73) és (74) összefüggéseket kifejezhető az alábbi egyenlet:

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (76)$$

Mindkét egyenlőséget leegyszerűsítve az optimális $\frac{t_1}{t}$ pont helye megadható a fajlagos költségtényezőkkel, illetve a készlettartás és készlethiány költségének összefüggéseivel:

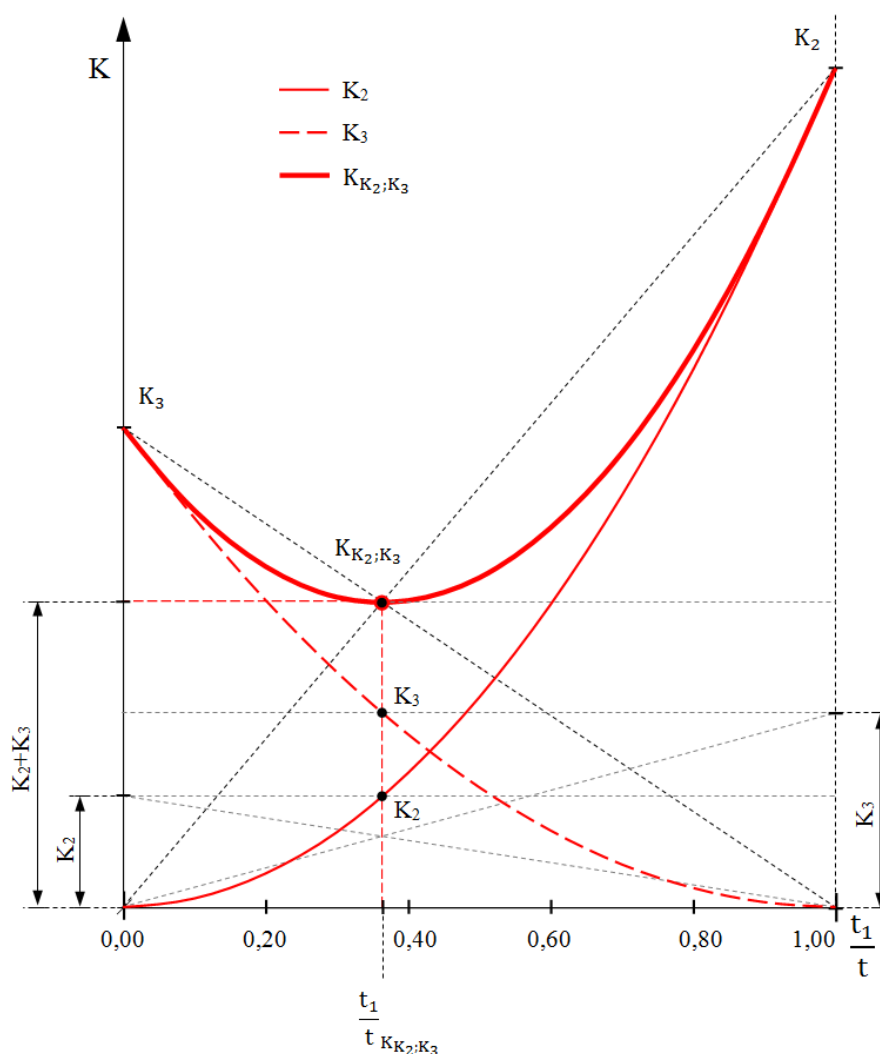
$$\frac{t_1}{t} = \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \frac{K_2}{K_2 + K_3} \quad \begin{matrix} K15 \\ (77) \end{matrix}$$

A vízszintes és függőleges tengely szerint meghatározott optimális költség és időszak ismeretében ábrázolható az optimális rendelési tételek nagyságához rendelt minimális összköltség pontszerű elhelyezkedése.

A fenti összefüggés levezetése azért indokolt, mert ezzel megadhatók az optimális állapot jellemzői. A továbbiakban az optimálistól való eltérések elemzésére kerül sor.

Az első vizsgálat során a korábban már rögzített Q , k_1 , k_2 , k_3 , T értékei mellett a q gazdaságos rendelési mennyiség is rögzítésre kerül. Ha adott q érték mellett változtatjuk a $\frac{t_1}{t}$ arányt, vagyis mindkét irányban eltérünk az optimális értéktől, akkor minden $\frac{t_1}{t}$ ponthoz megadható egy költség szint, és felrajzolhatók a készlet tartás és a készlethiány teljes görbéi.

A 10. ábra azt tükrözi, hogyan alakul a készlet tartás és készlethiány költsége, ha minden bemeneti tényező változatlanul hagyása mellett a $\frac{t_1}{t}$ optimális ponttól valamilyen irányban eltérünk, vagyis nem jól választjuk meg a készlethiányos és készlettel fedett időszakok arányát.



10. ábra: A rendelkezésre állási $\frac{t_1}{t}$ arány változtatásának költségekre gyakorolt hatása rögzített q mennyiség esetén [saját szerkesztés] [S04]

Ez az elmozdulás a gyakorlatban sűrűn megfigyelhető esetet ír le, mivel előfordulnak olyan befolyásoló paraméterek, melyek indokoltá teszik az optimális időszakoktól való

eltérést. Ilyen eset lehet pl., ha a számítás eredménye tört napot ad a legkedvezőbb költségszinthez tartozó rendelkezésre állási időnek, azonban a szervezetnek egész napokban kell gondolkoznia, így valamelyik irányban kerekíteni szükséges, ami az optimális $\frac{t_1}{t}$ aránytól való elmozdulást fogja eredményezni. Az is indokolja a modell létjogosultságát, hogy az egyes termékek, illetve vevők és beszállítók esetében az optimum számítása eltérő értékeket eredményezhet, a napi működés során azonban szükséges ezeknek az adatoknak valamilyen mértékű konszolidálása, ezzel ismételt az optimumtól való eltérést előidézve.

A tengelymetszeteket átlósan összekötve az origóval a két ellentétes irányú egyenes metszéspontja vízszintes és függőleges koordináták esetében is egybeesik a 9. ábránál levezetett optimális költségszint és időszak értékeivel, vagyis az egyenesek metszéspontja a $K_{K_2;K_3}$ pontba esik.

A 11. ábra a közös tengelyüknél összeforgatott négy diagram pozitív negyedeit tükrözi, bemutató az időben történő kiszolgálás szintjében lehetséges változás működési mechanizmusát. Az első negyed tükrözi az időben történő kiszolgálás különböző szintjeihez rendelhető költségeket. A kiindulási feltételek közé tartoznak a rögzített q , Q , k_1 , k_2 , k_3 , T bemeneti tényezők. A második negyedben jelenik meg a tervezett és ténylegesen időben kiszolgált igény mértéke. A harmadik negyed mutatja a rendelési mennyiség lehetséges változását a kiszolgált igény arányában. A negyedik negyed ábrázolja a beszerzési költséget a rendelési mennyiség függvényében. A pontszerű megjelenítés tükrözi, hogy a beszerzési költség adottnak tekinthető, mivel a q mennyiség csak egyetlen rögzített értéket vehet fel, valamint a K_1 költség bemeneti tényezői rögzítettek.

A diagram alulról és jobb oldalról korlátos, ezt mutatják a szaggatott vonalak. A jobb oldali lehatárolás a $0 \leq \frac{t_1}{t} \leq 1$ relációból adódik, míg az alsó korlátosság a kiszolgált és tervezett igények egymáshoz viszonyított arányából következik.

Fontos kiemelni a q rendelési mennyiség rögzítettségét, amit a harmadik negyedben a függőleges tengellyel párhuzamosan berajzolt egyenes is tükröz. Ha a legalacsonyabb összköltséghez rendelt optimális $\frac{t_1}{t}$ rendelkezésre állási szinttől bármilyen irányú elmozdulás történik, akkor a készlettartás és a készlethiány költsége valamilyen mértékben, de ellentétes irányban fog változni. Mivel a rögzített Q , q , k_1 tényezőkből következően a K_1 beszerzési költség változatlan marad, az összköltség alakulását a K_2 készlettartási költség és a K_3 készlethiány költségének egymáshoz viszonyított elmozdulása fogja eredményezni.

A 11. ábra első negyedéből megállapítható, hogy a rendelkezésre állási idő optimális aránytól való bármilyen irányú és mértékű eltérése az összköltség függvény növekedéséhez vezet.

A készlettartási költség az optimális $\frac{t_1}{t}$ ponttól $1 + z$ aránnyal eltérve az alábbiak szerint változik:

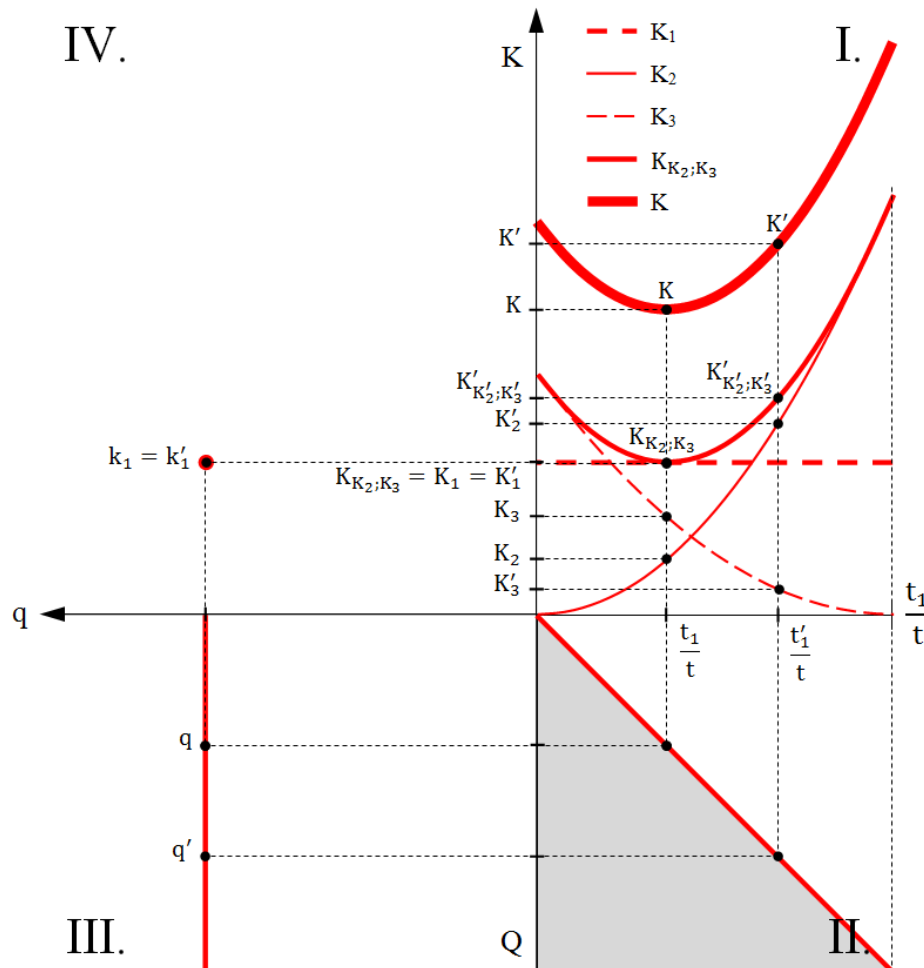
$$\frac{K'_2}{K_2} = (1 + z)^2 \quad \begin{matrix} \text{K16} \\ (78) \end{matrix}$$

Hasonlóképpen megadható a készlethiány változásának a mértéke is:

$$\frac{K'_3}{K_3} = \frac{(t - t_1 \cdot (1 + z))^2}{(t - t_1)^2} \quad \begin{array}{l} \text{K17} \\ (79) \end{array}$$

A $\frac{t_1}{t}$ ponttól való $1 + z$ arányú eltérés és rögzített q mennyiség esetén a készlettartás és készlethiány együttes költsége az alábbi összefüggés szerint fog változni:

$$\frac{K'_{K_2;K_3}}{K_{K_2;K_3}} = \frac{K'_2}{K_2} + \frac{K'_3}{K_3} = (1+z)^2 \cdot K_2 + \frac{(t-t_1 \cdot (1+z))^2}{(t-t_1)^2} \cdot K_3 \quad (80)$$



11. *ábra*: A rendelkezésre állási idő, a rendelési mennyiség és a három költségtényező közötti összefüggés rögzített q mennyiség esetén [saját szerkesztés] [S04]

Abban az esetben, ha a készlettartási és készlethiány fajlagos költségtényezők, valamint az egyszeri beszerzési költség azonos $1 + z$ mértékben változnak, akkor a költségfüggvényt ábrázoló diagram az eredeti arányokat megtartva a függőleges tengely mentén $1 + z$ mértékben változik. Ebből következően az optimális költségszint $\frac{t_1}{t}$ pontja valamint a q mennyiség változatlan marad, csak a költségek szintje fog arányosan $1 + z$ mértékben módosulni. A 12. ábra egy arányos költségnövekedést jelenít meg, ami jellemző az inflációs hatás esetén. Az inflációt követő ár- és béremelések valamilyen szintű eltérést, torzulást okozhatnak az egyes költségtényezők egymáshoz viszonyított arányos

emelkedésében, így a gyakorlatban a tökéletesen arányos változás ritka esetben képzelhető el, ugyanakkor a diagramon keresztül követhető a változások működési mechanizmusa.

A 12. ábra az áttekinthetőség érdekében az első és második negyedét kétszer jeleníti meg, egyik a változás előtti, a másik az azt követő állapotot tükrözve.

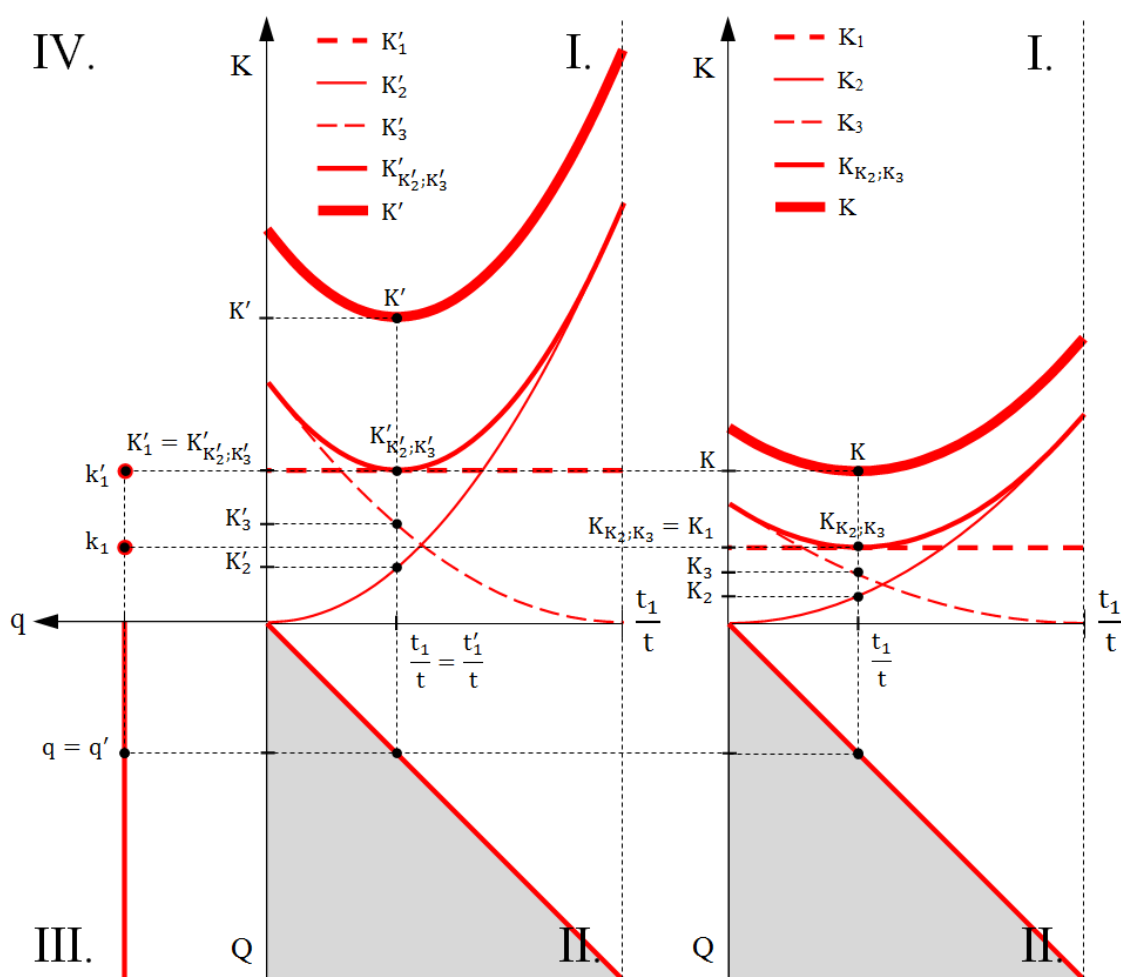
Az összefüggés képletben kifejezve:

$$k'_1 = k_1 \cdot (1 + z) \quad \text{és} \quad k'_2 = k_2 \cdot (1 + z) \quad \text{és} \quad k'_3 = k_3 \cdot (1 + z) \quad (81)$$

Az összköltség függvény változása levezethető az egyes költségek változásából:

$$K' = K \cdot (1 + z) \quad (82)$$

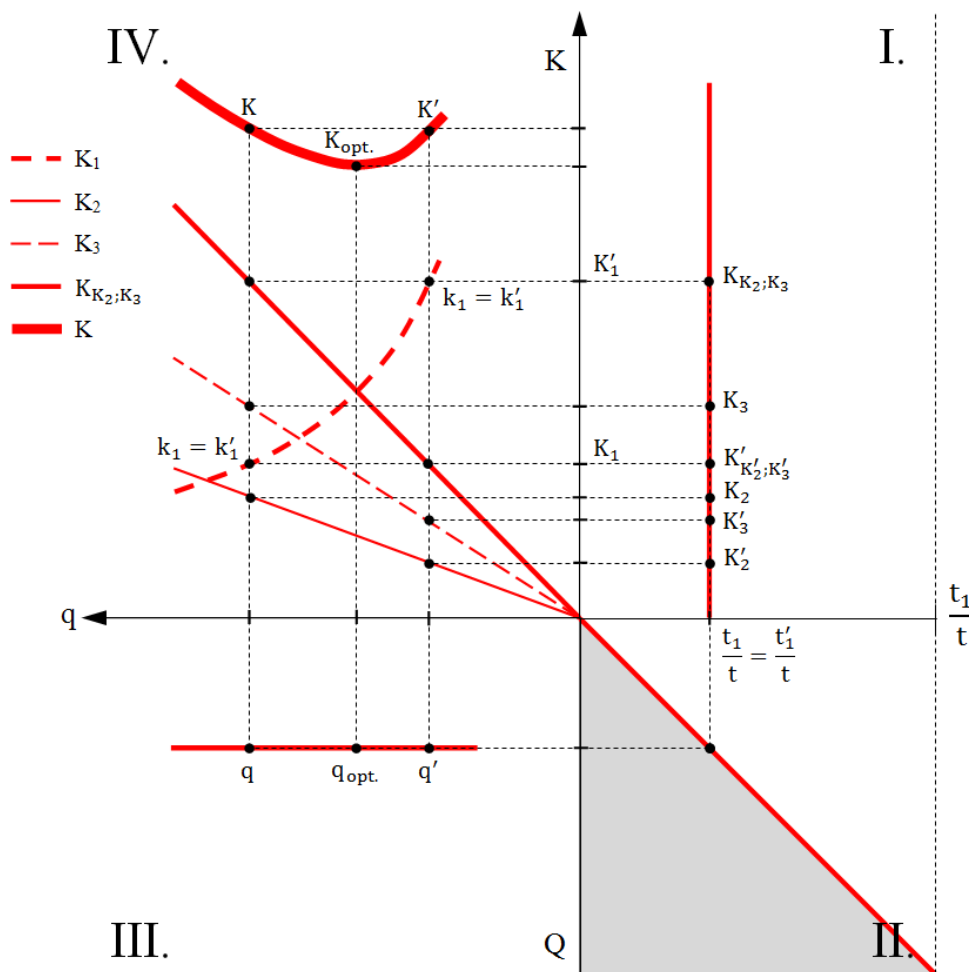
A 12. ábrában bemutatott példa a fajlagos költségtenyezők és az egyszeri beszerzés költségének arányos mértékű, kétszeres szintre történő növekedését szemlélteti.



12. ábra: A fajlagos költségtenyezők és az egyszeri beszerzési költség arányos mértékű növekedésének összköltségre gyakorolt hatása [saját szerkesztés] [S04]

A gyakorlatban sűrűn előfordul, hogy rövid időhorizontot tekintve a fajlagos költségek és az egyszeri megrendelés költsége adott, és a logisztikusok számára egyedüli mozgástér a rendelkezésre állási idő változtatása, vagy a megrendelés gyakoriságának megválasztása. Amennyiben a q mennyiség rögzítettsége feloldásra kerül, a különböző rendelési mennyiség következtében eltérő mértékű készlettartási és készlethiány költségek adódnak.

A 13. ábra a Q , T , k_1 , k_2 , k_3 tényezők rögzítettségével a q mennyiség változásainak függvényében a költségekre gyakorolt működési mechanizmust modellezi.



13. ábra: Költségek alakulása változó rendelési mennyiség függvényében, rögzített fajlagos költség tényezők és rögzített egyszeri beszerzési költség esetén [saját szerkesztés] [S04]

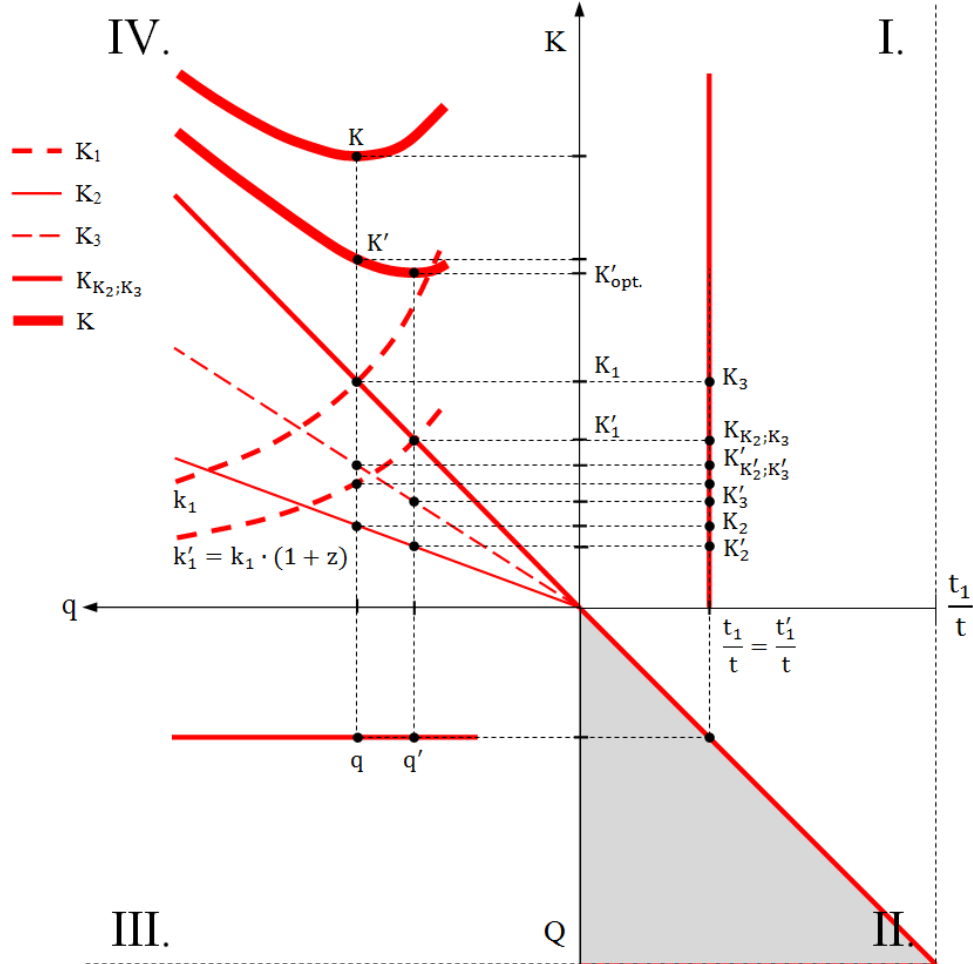
Mivel a fajlagos költségek nem változhatnak, így az egymáshoz viszonyított arányuk is adottnak tekinthető. Ebből következik, hogy a $\frac{t_1}{t}$ arány is rögzített, vagyis a K_2 készlettartás és a K_3 készlethiány, valamint ezek együttes összege is csak függőleges vonal mentén változhat. A K_1 beszerzési költség szintjét a rendelési mennyiség határozza meg, mivel a többi tényező állandónak tekinthető.

Az egyszeri megrendelt mennyiség csökkenése miatt a teljes időszak igénye csak gyakoribb beszerzéssel bonyolítható le, ami alacsonyabb átlagos készlet szintet okoz, így a készlet tartás és a készlethiány költségének szintje is csökken.

A diagramból az is leolvasható, hogy az összköltség minimuma ott van, ahol a beszerzési költség megegyezik a készlet tartás és készlethiány együttes költségével, ami az (54) képlet szerint egy súlyozott formában is kiváltható, ezzel leegyszerűsítve a modell gyakorlati alkalmazását és az optimum pontok számszerűsítését.

Az így kapott diagram negyedik negyede nem más, mint a tervezett készlethiányos alapmodell összefüggéseinek ábrázolása, a negyedik negyedben történő elhelyezés következtében értelemszerűen az alapmodell tükörképeként megjelenítve azt (13. ábra).

A 14. ábrában felvázolt modell olyan változást mutat be, mely során a q , Q , T , k_2 , k_3 tényezők rögzítettsége mellett csak a k_1 egyszeri beszerzés költsége módosul, az ábrázolt esetben kedvező irányban $1 + z$ arányú csökkenést mutatva. Ez a gyakorlatban előforduló jelenséget ír le, pl. egy fuvartender során megújított kedvezőbb díjszabás következtében érvényesíthető költség csökkenést.



14. ábra: Költségek alakulása rögzített rendelési mennyiség, rögzített fajlagos költség tényezők és változó beszerzési költség esetén [saját szerkesztés] [S04]

Az összefüggés képletben kifejezve:

$$k'_1 = k_1 \cdot (1 + z) \text{ és } k'_2 = k_2 \text{ és } k'_3 = k_3 \quad (83)$$

Az összköltség függvény változása rögzített q mennyiség esetén levezethető az egyes költségek változásából:

$$K' = K_1 \cdot (1 + z) + K_2 + K_3 = K'_1 + K_2 + K_3 \quad (84)$$

Az összefüggésből levezethető, hogy az $1 + z$ mértékben változó beszerzési költség nem tehető egyenlővé a változatlan szintű készlet tartás és készlethiány költségeinek összegével, ami viszont az egyensúlyi optimális állapot feltétele:

$$K'_1 \neq K_2 + K_3 \quad (85)$$

Az így kapott összköltség szint tehát nem jelenthet optimális állapotot (14. ábra), ami abból következik, hogy a beszerzési költség kedvezőbbé válása lehetőséget adna a gyakoribb beszerzésen keresztül alacsonyabb készletszint, így alacsonyabb készlettartási költség és készlethiány költségének eléréséhez, ehhez azonban a q mennyiség rögzítettségét fel kellene oldani.

A módosult egyszeri beszerzési költség és rögzített fajlagos készlettartás és készlethiány költségeinek felhasználásával a (35) képletből megadható a módosított optimális rendelési tétel nagyság:

$$q' = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1 \cdot (1+z)}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \cdot \sqrt{(1+z)} \quad (86)$$

A képlet leegyszerűsítésével kifejezhető az egyszeri beszerzési költség $1+z$ arányú változásának az optimális rendelési tétel nagyságára gyakorolt hatása [L65]:

$$q' = q \cdot \sqrt{(1+z)} \quad (87)$$

Az összköltség szintjében bekövetkező változás rögzített q mennyiség esetén megadható az alábbi összefüggéssel:

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{K_1 \cdot (1+z) + K_2 + K_3}{K_1 + K_2 + K_3} = 1 + \frac{z}{2} \quad (88) \quad K19$$

A q mennyiség rögzítettségének feloldása esetén a készlettartás és készlethiány költségek is változnak, így az optimális összköltség szint megadható az alábbi képlettel:

$$K' = K_1 \cdot \sqrt{1+z} + K_2 \cdot \sqrt{1+z} + K_3 \cdot \sqrt{1+z} = K \cdot \sqrt{1+z} \quad (89)$$

Abban az esetben, ha q mennyiség rögzítettsége nem oldható fel, pl. a szállítások gyakorisága a menetrendszerű járatok kötöttsége miatt nem módosítható, akkor az optimális összköltségtől való eltérés mértékét az alábbi összefüggés írja le:

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K'} = \frac{K \cdot \left(1 + \frac{z}{2}\right)}{K \cdot \sqrt{1+z}} = \frac{\left(1 + \frac{z}{2}\right)}{\sqrt{1+z}} \quad (90)$$

A gyakorlatban szintén előforduló változat a rendelési mennyiség különböző szintű megválasztása. Abban az esetben, ha a Q , T , k_1 , k_2 , k_3 tényezők rögzítettsége mellett a q rendelési mennyiséget az optimálistól $1+z$ arányban változtatjuk, a költségek változása az alábbi összefüggésekkel adható meg:

Beszerzési költség változása:

$$K'_1 = \frac{K_1}{(1+z)} \quad (91)$$

Készlettartási költség változása:

$$K'_2 = K_2 \cdot (1+z) \quad (92)$$

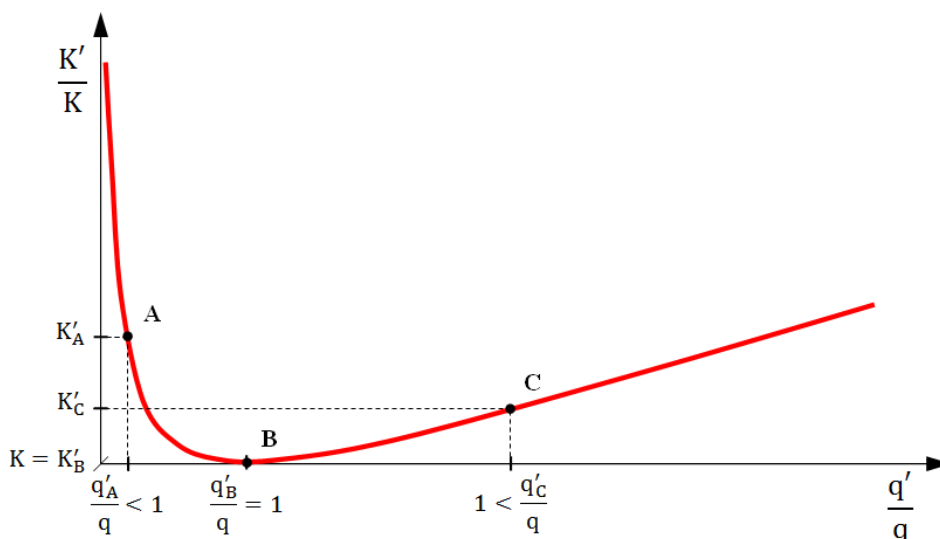
Készlethiány költségének változása:

$$K'_3 = K_3 \cdot (1 + z) \quad (93)$$

Az összköltség függvény változása levezethető a (91) (92) (93) összefüggések behelyettesítésével [L65]:

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1+z)} + K_2 \cdot (1+z) + K_3 \cdot (1+z)}{K_1 + K_2 + K_3} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1+z)} \quad \text{K20} \quad (94)$$

Az összköltség változásának mértéke ábrázolható az optimális rendelési tétel nagyságtól történő eltérés függvényében (15. ábra) [L65].



15. ábra: Összköltség alakulása a rendelési mennyiség optimális szintjétől való elmozdulás függvényében [saját szerkesztés] [S04]

A számlálóban található z^2 -ből következik, hogy bármely $0 \leq (1 + z)$ esetén az eltérés mértéke pozitív lesz, a $+1$ értékből következően az összefüggés az eredeti költséghez képest magasabb értéket eredményez, vagyis a B pont által megjelenített optimális q rendelési tétel nagyságtól egyik irányban történő elmozdulás esetén sem érhető el költségcsökkenés.

Készlethiányt megengedő készletezési politika esetében az optimális rendelési tétel nagyságtól való eltérés teljes készletre gyakorolt hatását a függelék között bemutatott 6. példán keresztül vezetem le.

A (6. példa: 1) és (6. példa: 7) eredmények összehasonlításából megállapítható, hogy míg az optimális rendelési mennyiségtől 23%-kal lefelé tértünk el, addig az eltérés teljes készletre gyakorolt hatása 3,3%-os növekedést mutat.

3.5. Determinisztikus működést befolyásoló tényezők

[S03] [S05] [S06] [S18]

Az eddigi elemzések során minden esetben determinisztikus környezeti feltételek közötti működés került vizsgálatra. Az optimális rendelési tételek nagyság modellnél alkalmazott elméletet azonban befolyásolja, hogy a külső és belső folyamatokban zavar léphet fel, melyek együttesen bizonytalanságot jelentenek a vásárolt alkatrész beérkezésének időpontjára és a készlet szint alakulására vonatkozóan. A gyakorlatban számos nem várt esemény vezethet készlethiányhoz, pl. a termelési folyamatban valamilyen okból bekövetkezett selejt miatti többlet felhasználás, készleteltérés, közlekedési akadály miatti szállítási késedelem, nem megfelelő minőségben vagy mennyiségben beszállított készletek, stb. Ezek a tényezők két főbb csoport mentén rendszerezhetők.

Az egyik tényezőcsoportot az idővel kapcsolatos bizonytalanságok képezik, azok az események, amelyek bekövetkezése a készletek időbeni rendelkezésre állását befolyásolják. A másik tényezőcsoportot a mennyiséggel összefüggő hatások jelentik, melyek előfordulása a készlet szint nem várt mértékű változását idézheti elő [L58].

Mindkét tényezőcsoportba sorolt hatások kétirányúak lehetnek, azaz az időtényező esetén pl. a késedelmes szállítás mellett a tervhez képesti korábbi szállítások is előfordulhatnak, míg a mennyiségi tényezők esetében pl. a váratlan többlet felhasználás mellett egy leltár során fellelt készlet a készlet szint növekedéséhez vezet. Ebből adódóan a hatások egy részénél a készlethiány kezelése és annak következménye, míg az ellentétes irányú hatás esetén a megemelkedett készlet szinttel összefüggő következmények jelentik a kihívásokat.

A vállalat szervezetén belül számos területen felmerülhetnek készlet szintet és az igény mértékét befolyásoló nem várt hatások, melyek közül a leggyakoribb a kezeléssel, tárolással, minőségirányítással és termelési folyamatokkal összefüggő zavarok:

- tárolás, raktározás során hiány és többlet is felmerülhet, de általánosságban véve csak azt lehet megtalálni, ami egy korábbi időpontban hiányként már le lett könyvelve, ebből adódóan hosszabb időszakokra vonatkoztatva jellemzően hiány merül fel;
- a tárolt tételek minőségi romlása, a szavatossági idő lejárat, valamint a kezelés során felmerülő sérülések szintén csökkentik a készlet szintet, ezáltal a beszerzési oldalon többletigényt generálnak;
- termelési oldalról a tervezett selejthez képes előfordulhat alacsonyabb selejtszázalék is, de a váratlanul fellépő alapanyag-minőségi, folyamatbeli, technológiára visszavezethető, vagy a gyártóeszköz meghibásodás által okozott problémák következtében jellemzően többletigény merül fel. A gyártásközi selejt egy része visszamenthető, ami megemeli a rendelkezésre álló készlet szintet.

A szervezeten belüli folyamatok mellett a partnerek működési körében is bekövetkehetnek készlet szintet és igényt befolyásoló nem várt események:

- beszállítói oldalról a tervezett és ténylegesen leszállított mennyiség között lehet eltérés. Ez az eltérés esetenként a beszállítóra jellemző karakterisztikát tükrözhet, pl. a biztonság érdekében folyamatosan több van a csomagolási egységekben. Ezek a többletek idővel összeadódnak, és egy leltár során jelentős készlet szint növekedést okozhatnak. A mennyiségi eltérés mellett a minőségi megbízhatóság is fontos szerepet játszik, hiszen további felhasználás céljából csak a minőségileg megfelelő tételek állnak szabadon rendelkezésre.

- Vevői oldalról jellemzően a mindkét irányban előforduló igényváltozás okoz kezelendő problémát. Az igényváltozás alulról korlátos, mivel a teljes igény törlésénél nagyobb mértékű csökkenés csak abban a kivételes esetben képzelhető el, ha a vevő egy már korábban leszállított mennyiségből is visszaküld valamit a szervezet számára, ezzel növelve az adott termék raktárkészletét. Az igények növekedésének csak a megállapodott kapacitás és a rugalmasság szab határt.
- A fuvarozói tevékenységet tekintve normál esetben annak nincs mennyiségre gyakorolt hatása, de a fuvarfeladat lebonyolítása során jellemzően csak hiány tud jelentkezni, pl. árukár, lopás, a termék jellegéből adódó veszteség, stb.

A rendelések ütemezésére és a készletek szintjének meghatározására a mennyiséget érintő hatások mellett az időtényezőben bekövetkező eltérések kezelése is feladatot jelent:

- a tényleges beérkezés történhet a tervezett időpont előtt és azt követően is. A készletpótlási idő jellemzően alulról korlátos, mivel csak szélsőséges esetben fordulhat elő, hogy már a megrendelés leadását megelőzően beérkezik az adott tétel. Ez olyan esetben merülhet fel, amikor nem egyedi megrendelés, hanem keretrendelés keretében történik a készletpótlás, és a beszállító tévedésből automatikusan küld bizonyos mennyiséget egy adott tételből akkor is, amikor nincs érvényben aktuális ütemezés. A készletpótlási idő felső korlátját a szerződő felek toleranciahatára szabja meg, vagyis annak függvénye, hogy milyen időintervallumon belül hajlandó a vevő még fogadni a szállítmányt, avagy mikortól tekinti le nem szállítottnak, esetleg eltűnt szállítmánynak.
- A fuvarozási feladat lebonyolítása a készletpótlási időhöz hasonlóan mindkét irányban mutathat eltérést a tervezett időponthoz képest. Alulról korlátos, mivel az adott tétel nem fuvarozható hamarabb, mint a fizikai létrejötte. A felső korlátot szintén a partnerek toleranciaszintje és rugalmassága határozza meg.
- Az ellátási lánc összetettsége is lényeges hatással van az időtényezőben rejlő megbízhatóságra. Minél összetettebb és hosszabb az adott ellátási lánc, annál több pontján merülhet fel valamilyen mértékű bizonytalanság, befolyásolva a teljesítés tényleges időpontját.
- Az időhorizontok szerepe is említésre méltó. Minél távolabbi időpontokról van szó, annál több bizonytalanságot hordoz magában az időtényező.

A készletgazdálkodás során tartalékot lehet képezni a nem várt események hatásának a kivédésére, de mivel a felmerülésük teljes bizonyossággal és pontossággal nem adható meg, így mértékük is csak valamilyen becslőfüggvénnyel, egy adott megbízhatósági szint mellett számszerűsíthető, mely részletes bemutatása a sztochasztikus működési környezet vizsgálatának részét képezi.

4. SZTOCHASZTIKUS KÖRNYEZET

[S02] [S03] [S05] [S06] [S08] [S12]

Amikor a jövőbeni vevői igények pontosan számszerűsíthetők, akkor a nyitókészlet, a termelési igény és a készletpótlás időszükségletének ismeretében egyértelműen meghatározható a zárókészlet szintje, a rendelési mennyiség és maga a rendelés feladásának időpontja is. Ez a kiindulási feltétel azonban a gyakorlatban csak nagyon ritkán fordul elő. Számos olyan előre nem jelezhető tényező befolyásolja a készletszintet, melyek hatással vannak a termelő vállalat működésére. A logisztikai menedzsment célja, hogy ezeket a hatásokat számításba véve biztosítsa a termelés megfelelő kiszolgálásához szükséges készletszintet, a lehető legalacsonyabb felmerülő költségszint mellett. A szolgáltatás szintjének meghatározása lehetőséget ad a különböző hatások miatt felmerülő igényingadozások, illetve a szállítási időben történő változások előre meghatározott biztonsággal történő kezelésére, valamint a működést biztosító készletszint számszerűsítésére [L58].

A sztochasztikus működési környezet vizsgálata során két tényezőcsoport mentén folytatom az elemzést, azaz először a mennyiségi változás majd az időbeli tényező változásának készletekre gyakorolt hatását vizsgálom.

Készletgazdálkodási stratégiánk meghatározása során két alapvető modell között választhatunk, így különbséget kell tennünk a folyamatos és a periodikus készletvizsgálati rendszerek között. Folyamatos készletvizsgálat esetén a rendelési tétel nagyság állandó, így a bizonytalanságnak a periódusok végi zárókészletek szintjére van hatása, míg a periodikus készletvizsgálat esetén a periódus időközök állandók, így a bizonytalanság a rendelési mennyiséget befolyásolja [L82] [L69] [L65] [L126]. A gyakorlatban előfordulhat a mennyiségi és időbeli tényezők egyidejű változása is.

A kutatásom során a bemeneti paraméterek változásának modellezésére azért választottam a normális eloszlást, mert a véletlen folyamatok jelentős része a normális eloszlással írható le, illetve közelíthető.

4.1. Az igényváltozások hatása a vásárolt alkatrész készletekre és a költségekre

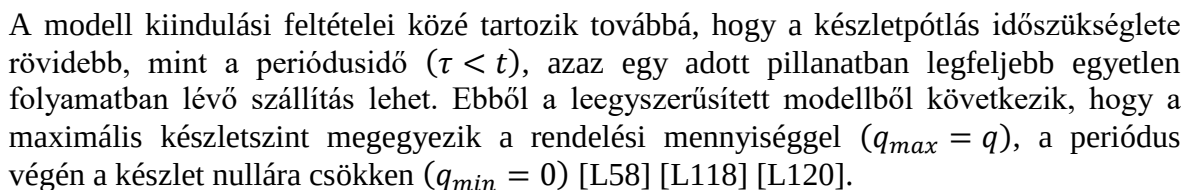
[S02] [S03] [S05] [S06] [S08] [S12] [S18]

A gazdaságos rendelési tétel nagyság modellnél alkalmazott elméleteinket befolyásolja, hogy a vevői igények nem teljes mértékben ismertek, illetve a folyamatainkban zavar léphet fel, melyek együttesen bizonytalanságot jelentenek a vásárolt alkatrész igények intenzitására és a készletszint alakulására vonatkozóan.

4.1.1. Determinisztikus és sztochasztikus igényváltozások és a készletszint közötti összefüggés

Előre jelezhető, determinisztikus jellegű szükséglet és készletpótlás esetén leegyszerűsített modellként a 16. ábra szemlélteti a készletezési mechanizmust és a készletek alakulását [L69] [L83] [L126]. A modell kiindulási feltételei közé sorolható az egyenletes ütemű folytonos felhasználás (stacioner) [L25], az egyenletes t periódusonkénti beszállítás, a nem megengedett készlethiányból és a nulla biztonsági készletből kiinduló q_{min}

16. *ábra*: Készletszint elvi alakulása a szükséglet és a készletpótlási idő determinisztikus jellege esetén [saját szerkesztés] [S05] [S06] [S08] [S12]



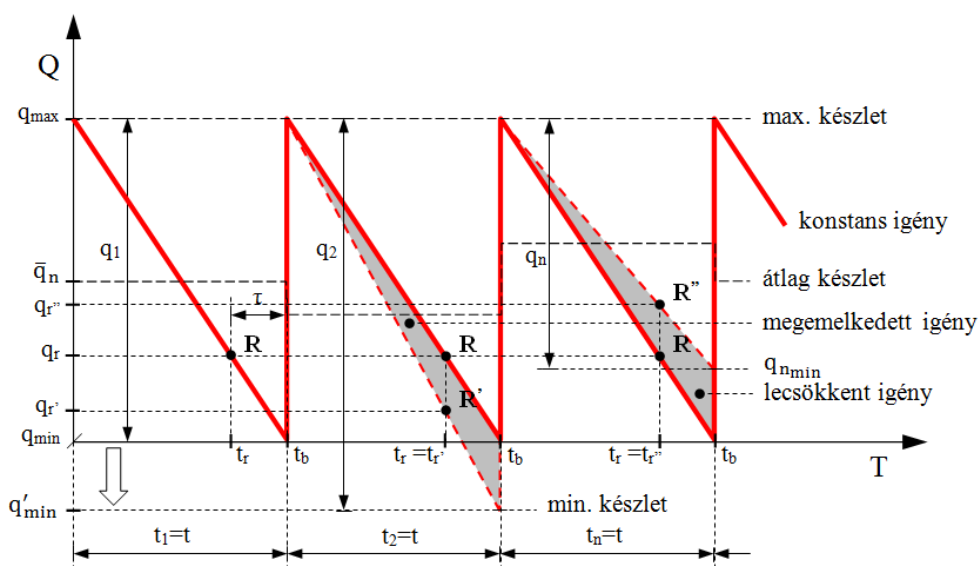
17. ábra: A konstans igény és a kétirányú, tervezett változás összefüggése [saját szerkesztés] [S08]



A 17. ábra az idő függvényében ábrázolja az igény alakulását, $\bar{d}$ jelöli a konstans igény szintjét és $\pm\Delta d$ tükrözi a kétirányú változás értékét. A feltételrendszer ilyen irányú változtatását a modell gyakorlati felhasználhatósága indokolja, hiszen a termelő tevékenységet végző szervezetek működésére nehezen elképzelhető a folyamatos és egyenletes szintű felhasználás. Ez az igényváltozás továbbra is azt feltételezi, hogy a tervezett igény kerül ténylegesen leszállításra, azaz a modell csak az igények tervszerű változását tükrözi, és nem a tervtől való eltéréseket.

Az azonos periódusidejű, változó mértékű felhasználási igényeket megjelenítve a 18. ábrában kitűnik, hogy a 16. ábrához képest a készletszint egy megemelkedett igény esetén a korábbi $q_{min} = 0$ szint alá is csökkenhet. Készlethiányt nem megengedő készletezési stratégiát feltételezve ez a gyakorlatban a q_{min} szint $q'_{min} = 0$ értékre történő elmozdulását jelenti. A modell leegyszerűsítése érdekében ismét ceteris paribus elvet alkalmazva a q_{max} értékkel jelölt maximális feltöltési szint változatlan, így a periódusonként eltérő mértékű zárókészletek maximális készletszintre történő feltöltése eltérő mértékű, az n -edik periódus esetében q_n újrafeltöltési mennyiséget feltételez.

A rendelés leadásának időpontjában rendelkezésre álló készletszintet jelölik az R , R' , R'' pontok. A t_2 periódus során megemelkedett igény következtében a készletek gyorsabb ütemben fogynak, így ha a rendelés időpontjában nem következik be az igények átütemezése ($t_r = t_{r'}$), akkor a készletek a periódus vége előtt elfogynának. A változatlan $t_{r'}$ rendelési időpont és a t_2 periódus során megemelkedett igény jelöli ki az R' pontnak megfelelő $q_{r'}$ rendelési igényt jelző készletszintet.



18. ábra: Változó mértékű felhasználási igények és a készletszintek közötti összefüggés [saját szerkesztés] [S08] [S12]

Amennyiben a q_{max} készletszint a modellezés során minden periódus esetében azonos valamint készlethiányt továbbra sem engedünk, akkor a q'_{min} szintet a legnagyobb intenzitású felhasználáshoz igazodva a fűrészfog diagram legmélyebb pontjához kell rajzolni (18. ábra). Azon periódusok esetében, amelyeknél a periódus végén a zárókészlet szintje nem éri el a teljes vizsgált időszakra megállapított legalacsonyabb q'_{min} szintet, a készletezési periódus végén $q_{max} - q'_{min} - q_n = q_{n_{min}} - q'_{min}$ mértékű készlet fog maradni. Az adott periódus átlagkészlete meghatározható az alábbi képletekkel:

$$\bar{q}_n = \frac{q_{max} + q_{n_{min}}}{2} - q'_{min} = \frac{q_n}{2} + q_{n_{min}} - q'_{min} \quad (95)$$

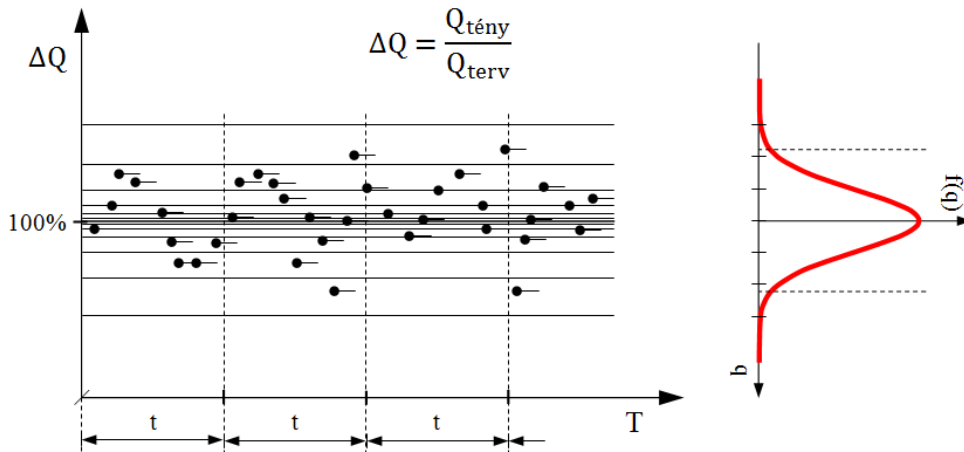
Az átlagkészlet a teljes vizsgált időszakra kiterjesztve:

$$\bar{q} = \sum_{n=1}^m \frac{\bar{q}_n}{n} \quad (96)$$

Az igények változása ebben az esetben tervezett, azaz determinisztikus jellemzőket mutat. A gyakorlatban azonban sűrűn előforduló jelenség, hogy a következő periódus vagy periódusok igénye rövid határidőn belül, akár a perióduson belül valamilyen mértékben és irányban eltér a tervezett szinttől. A modell egyszerűsítése érdekében az adott perióduson belüli igényváltozást ugyan számításba vesszük, de a periódus teljes időtartama alatt konstans igénnyel kalkulálunk, azaz a változás lekövetésekor csak azt vesszük figyelembe, hogy mekkora volt a nyitó- és zárókészlet, ugyanakkor a perióduson belül egyenletes intenzitású felhasználást feltételezünk.

A tervtől való eltérés a gyakorlatban számos gyökérokra vezethető vissza, pl. váratlan vevői igényváltozás, selejt miatti többlet felhasználás a termelésben, készleteltérés az ellátási lánc valamelyik pontján, minőségi kifogás miatti készletzárolás, stb.

Kiindulási feltételként rögzítettük, hogy a készletpótlás átfutási ideje előre adott és a rendelést a legkésőbbi lehetséges időpontban rögzítettük. Amennyiben az eredeti rendelési jelzőkészlet szintjének elérésekor rendelnénk, úgy az esetek egy részében túl korán történne meg a rendelés és a készletek beérkezése, míg az esetek egy része késéshez vezetne. Az előre megadott átfutási időből következően a jelzőkészlet szintje periódusonként fog változni, igazodva az adott periódus tényleges felhasználási intenzitásához.

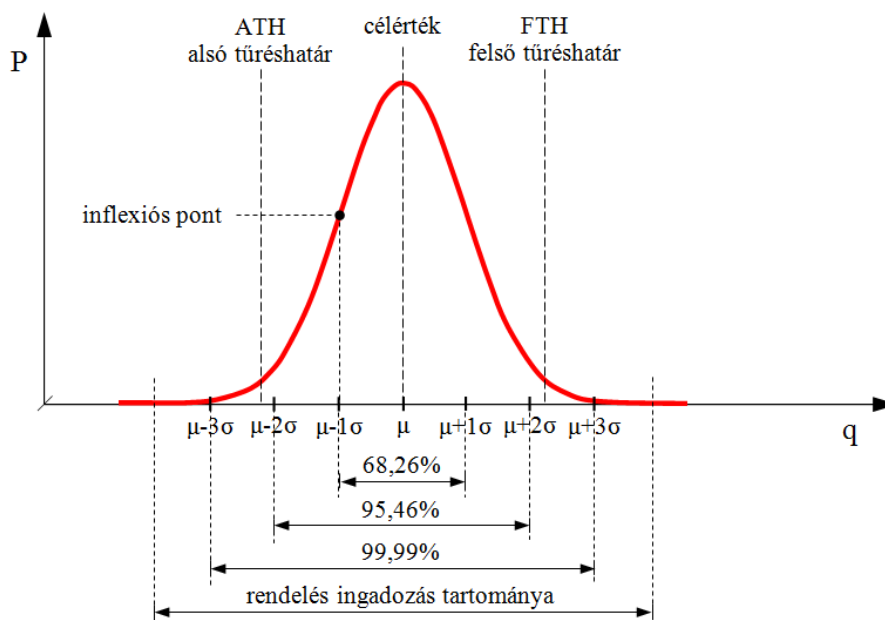


19. ábra: A tervhez viszonyított tényleges igények gyakorisági sora [saját szerkesztés] [S08]

A változások irányát és mértékét vizsgálva kiindulhatunk egyetlen termék hosszabb távú elemzéséből is, de vizsgálhatunk termékcsoportokat, beszállítókhöz vagy vevőkhöz hozzárendelt termékköröket, termelési területek szerinti osztályozásokat, de akár a teljes készletportfóliót egyben is. Amennyiben az elemzés nem egyetlen termék figyelésére korlátozódik, úgy az összehasonlíthatóság és összevonhatóság érdekében a céltól való eltéréseket nem abszolút értékben, hanem a tervezett és tényleges értékek egymáshoz

viszonyított arányaiban kell vizsgálni. Az egyes eltéréseket egy diagramban megjelenítve ábrázolható a célértéktől való eltérésük, illetve a gyakoriságok figyelembe vételével megrajzolható az eloszlásukra vonatkozó sűrűségfüggvényük (19. ábra).

Megfelelően magas számú minta vizsgálatakor az eltérések jellemzően a normális eloszlás sűrűségfüggvénye mentén fognak elhelyezkedni (20. ábra). Amennyiben a partnerek között az eltérések megengedett maximális mértékére vonatkozóan van megállapodás, úgy az adott elfogadási tartomány ábrázolható alsó és felső tűréshatár formájában.



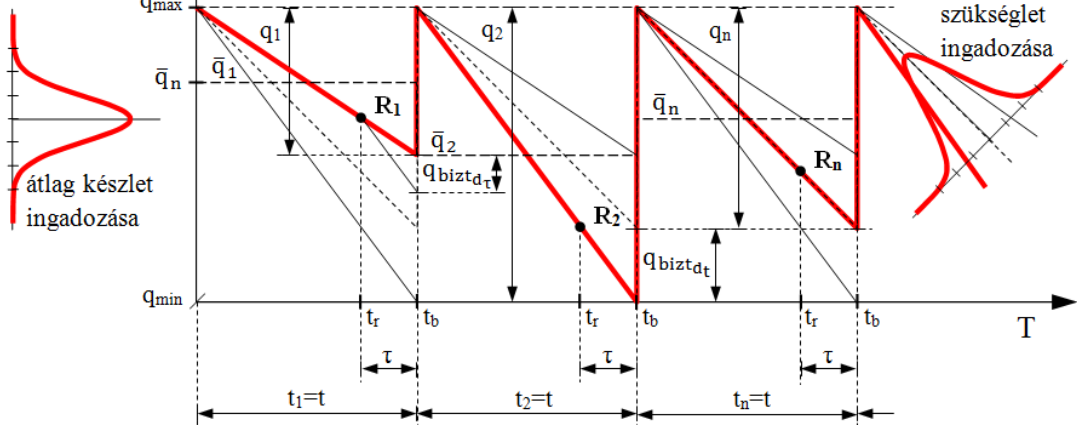
20. ábra: A normális eloszlás sűrűségfüggvénye és jellemzői [saját szerkesztés] [S06] [S08] [S12]

A 20. ábrában az alsó tűréshatárt jelenítik meg az ATH, a felső tűréshatárt az FTH függőleges szaggatott vonalak. A termelés-menedzsment és a minőség-menedzsment körében az egyes gyártott termékek minőségi jellemzőinek ábrázolásából széles körben ismert eloszlás- és sűrűségfüggvény a logisztika területén is alkalmazható [L57] [L70] [L120]. Segítségükkel megjeleníthető a tervtől eltérő tényleges felhasználásra jellemző szórás, az eltérések célértékhez viszonyított helyzete, az eltérések eloszlása, a beavatkozási pontok, azaz tűréshatárok, valamint a felhasználási igény ingadozásának különböző mértékű szóráshoz megfeleltethető tartománya [L105]. Mivel a determinisztikus készletezési modellekkel ellentétben a sztochasztikus modellek esetében a felhasználást véletlen hatások is befolyásolják, így az anyagszükséglet csak valószínűségi változókkal adható meg [L58].

4.1.2. Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén

A modell leegyszerűsítése érdekében a továbbiakban középérték eltolódástól mentes normális eloszlású igényváltozásokat feltételezünk. A 16. ábrában bemutatott determinisztikus készletpótlási idővel és egyenletes intenzitású felhasználással jellemezhető egyszerűsített készletezési modell kiegészíthető az igényváltozás mindkét irányban lehetséges maximális mértékével, így a 21. ábra a tervezett felhasználáshoz képest bekövetkező eltéréseket modellezi [L65]. Mivel a tervhez képesti eltérés iránya és mértéke sztochasztikus, azaz előre pontosan nem megadható, így a tényleges felhasználási igény és a készletek alakulása is csak valószínűségi változókkal határozható meg, melyeket az ábrában a normális eloszlás sűrűségfüggvényei jelenítenek meg.

biztonsági készletet $(q_{birt_d} = q_{birt_{d_{\tau}}} + q_{birt_{d_f}})$ szükséges tartani.



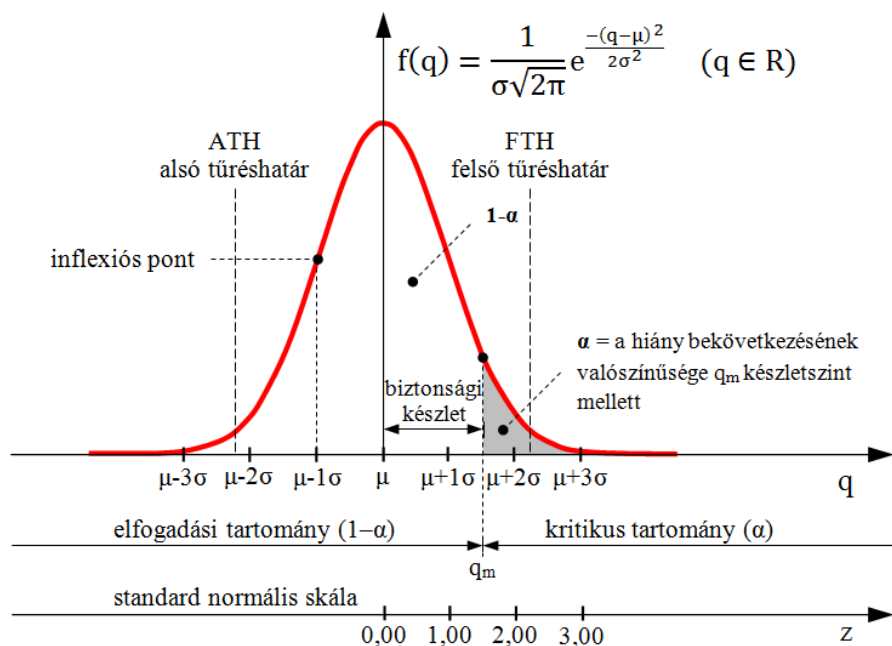
21. *ábra*: Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén [saját szerkesztés] [S02] [S03] [S05] [S08] [S12]

Mivel az igények ingadozása sztochasztikus jellegű, a lehetséges kimenetek a normális eloszlásnak megfeleltethető valószínűségi változók [L58]. A 21. ábrából kitűnik, hogy ha az igény valószínűségi változó, akkor igen csekély valószínűség mellett akár szélsőséges mértékű igények is előfordulhatnak, így a készlethiány teljes valószínűséggel csak végtelen magas szintű biztonsági készlet mellett kerülhető el. A gyakorlatban azonban ez különböző gazdaságossági okokra visszavezethetően nem kivitelezhető, így racionálisan mérlegelve kompromisszumot kell hozni a készlethiány felmerüléséből adódó következmények és az elkerülésük érdekében hozott áldozatok között.

A 22. ábrában részletezett sűrűségfüggvény a tényleges mennyiségek bekövetkezésének valószínűségét jeleníti meg, melyből kitűnik, hogy a várható érték körül az előfordulások gyakorisága jellemzőbb, míg a függvény két végpontja felé közelítve azok valószínűsége csökken [L120] [L57]. A 22. ábrában megjelenített sűrűségfüggvény a normális eloszlásnak azt a speciális esetét ábrázolja, ahol $\mu = 0$ és $\sigma = 1$. A feltüntetett Z skála mutatja a standard normális eloszlásfüggvény adott valószínűségi szintekhez tartozó, a standard normális eloszlás táblázatból kivehető értékeit [L27] [L72] [L73] [L105].

A 22. ábrából az is kiolvasható, hogy bármilyen tetszőlegesen megválasztott q_m készletszintre és a várható igényre vonatkozóan megadható, hogy az adott készletszint milyen mértékben fedi az igényt és annak ingadozását. A várható igényen felüli tetszőlegesen megválasztott q_m készletszint jelenti azt a biztonságot, amely az igényingadozás lefedését részben vagy teljes mértékben szolgálja. A tetszőlegesen megválasztott q_m készletszintre visszavezethető biztonsági készlet szintje az alábbi képlettel számszerűsíthető:

$$q_{bizt} = q_m - \mu \quad (97)$$



22. ábra: Biztonsági készlet hatása a készlethiány bekövetkezésének valószínűségére [saját szerkesztés] [S02] [S03] [S05] [S06] [S08] [S12]

A fenti képletből az is következik, hogy a biztonsági készlet szintje negatív is lehet, ha a készletezési stratégiánk során olyan mértékben engedjük meg a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét, hogy a periódusok egy részében már a tervezett igények lefedéséhez sem tartunk elegendő készletet:

$$q_m < \mu \text{ esetén } q_{birt} < 0 \quad (98)$$

A szórás és a várható érték ismeretében bármely felhasználási igény és készletszint esetén megadható a hiány bekövetkezésének valószínűsége. Amennyiben a készleteket csak a tervezett igény szintjéhez igazítjuk, azaz nem tartunk biztonsági készletet ($q_m = \mu$), akkor középérték eltolódástól mentes normális eloszlású igény esetén a hiány bekövetkezésének valószínűsége megegyezik a hiány be nem következésének valószínűségével (23. ábra). Mivel a két lehetséges kimenet együttes valószínűsége $P = 1$, adódik az alábbi összefüggés [L27]:

$$P_{\text{készlethiány}} = P_{\text{készletfedezet}} = 0,5 \quad (99)$$

A 23. ábrában felvázolt eloszlásfüggvény a készletszint változásának függvényében mutatja az igényingadozások lefedettségének valószínűségét [L27]. A biztonsági készletek növelésével arányosan ugyan csökken a hiány bekövetkezésének valószínűsége, azonban a teljes biztonság csak végtelen szintű készlet mellett érhető el. Az eloszlásfüggvény bevezetését az teszi indokolttá, hogy a függvény jól tükrözi minden készletszinthez tartozóan a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét. A valószínűséget kifejezhetjük kockázatként is, melyhez konkrét költségeket rendelhetünk [L105].

vonatkozóan h alkalommal engedünk meg készlettel nem fedett periódust, akkor heti periódus mellett az elfogadott hiány mértéke:

$$H = \frac{h \cdot t}{T} \quad (100)$$

Az elfogadott hiány mértékének ismeretében a szolgáltatási szint az alábbiak szerint adható meg:

$$SL = 1 - H = 1 - \frac{h \cdot t}{T} \quad (101)$$

Abban az esetben, ha a rendelkezésünkre álló minta, azaz a vizsgált periódusok száma viszonylag nagy ($n \geq 30$), a vizsgált igény normális eloszlású és az igény szórása ismert, akkor a Z konfidencia intervallum becslést és az egymintás Z -próbát alkalmazhatjuk [L68] [L74] [L105]. A normális eloszlás táblázatból megkaphatjuk az adott valószínűséghez legközelebb álló Z_{SL} értéket. Ha azonban a vizsgált periódusok száma viszonylag kevés, és a vizsgált igény szórása sem ismert, akkor t konfidencia intervallum becslést és egymintás t -próbát kell végezni. Mivel a gyakorlatban rendszerint nagy minta áll rendelkezésünkre, és feltételezzük, hogy a vizsgált igény szórása normális eloszlású, a továbbiakban az egymintás z -próbafüggvényt használjuk.

Másik módja a szolgáltatási szint megadásának, ha közvetlenül a készlethiány bekövetkezés valószínűségének megengedett maximális szintjét adjuk meg, ebből a (101) képlet szerint kiszámoljuk a szolgáltatási szintet, mely valószínűséghez a normális eloszlás táblázatból megkeressük a megfelelő értéket. Bármely módon is határoztuk meg a szolgáltatás elvárt szintjét, a továbbiakban azonos módon alkalmazzuk a kapott értéket.

4.1.4. Sztochasztikus igényváltozás miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározása periodikus készletvizsgálat esetén

Periodikus készletvizsgálat esetében a rendelés leadásakor nem csupán a következő periódus igényét, valamint a valószínűsíthető igényváltozást kell kalkulálni, hanem figyelembe kell venni a rendeltést követően az adott periódus végéig hátralévő τ időtartamra várható igényváltozás mértékét is (24. ábra).

Első lépésként meg kell határozni a következő periódus várható felhasználási igényét:

$$d_t = \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_t \quad (102)$$

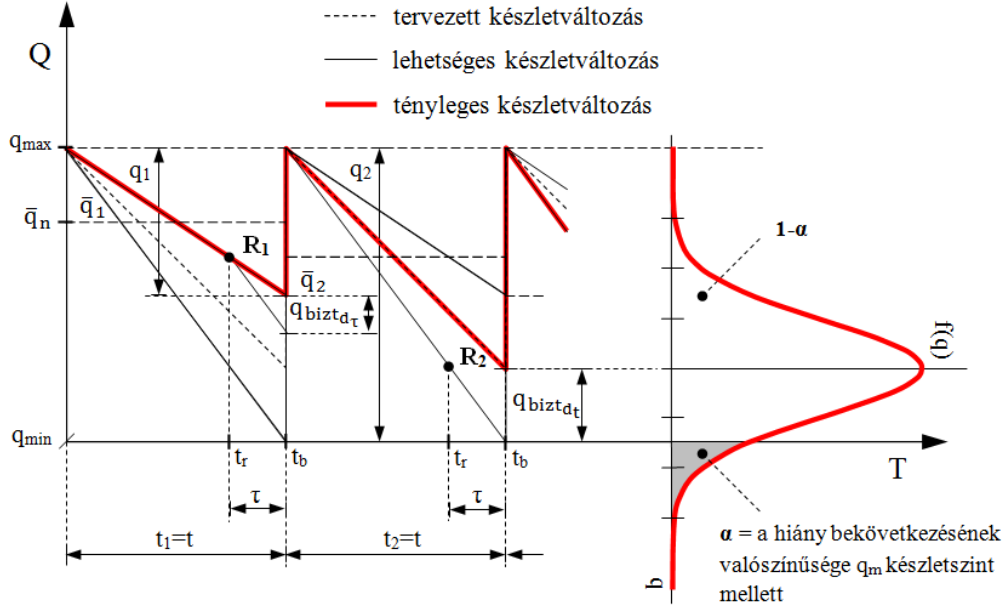
Ezt követően meg kell határozni a rendelési pont és a rendelésfeladás periódusának végéig, vagyis a következő periódus elejéig esedékes igény várható mértékét, mely a (102) képlethez hasonlóan számszerűsíthető:

$$d_\tau = \frac{\tau}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_\tau \quad (103)$$

Periodikus készletvizsgálat esetében a rendelés leadásakor a valószínűsíthető igényváltozás mértékét a következő periódusra várható igény és a rendelés periódusának hátralévő τ

időtartamára várható igény összegére kell kalkulálni. Ehhez meg kell határozni a készletpótlási idő és a következő periódus igényének együttesen várható értékét:

$$d_{\tau+t} = d_{\tau} + d_t = \frac{\tau}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_{\tau} + \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_t \quad (104)$$



24. ábra: Periodikus készletvizsgálat összefüggései [saját szerkesztés] [S02] [S03] [S05] [S08] [S12] [S18]

Amennyiben a jövőben várható igény nem ismert, vagy a rendelkezésre álló adat megbízhatósága jelentős mértékben megkérdőjelezhető, akkor a következő periódusra várható igény és a rendelést követően az adott periódus végéig hátralévő τ időtartamra várható igény összegét a múltbeli tényadatok ismeretében is lehet számszerűsíteni:

$$d_{\tau+t} = \frac{\tau}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} + \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} = \frac{\tau+t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} \quad (105)$$

A (103) összefüggésben számításba vett, a vizsgált időszak igényének átlagos szintje meghatározható az egyes időszakok igényeinek ismeretében:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (106)$$

Az elmúlt készletezési periódusok tényleges igényeinek ingadozásából meghatározható az igény szórásának mértéke:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n}} \quad (107)$$

A múltbeli időszakokra jellemző igény szórásának ismeretében kiszámítható a teljes tervezési horizontra vonatkoztatott igény szórása, vagyis a készletpótlási idő és a következő készletezési periódus együttes hosszára várható igény szórása:

$$\sigma_{d_{\tau+t}} = \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} \quad (108)$$

Célunk a költségek optimalizálása mellett az igények lehetséges ingadozásának a figyelembe vételével a zavartalan működéshez és a vevői igények mindenkor kiszolgálásához szükséges készletszint biztosítása. Az előre meghatározott mértékű szolgáltatási szint eléréséhez szükséges biztonsági készlet megadható az alábbi összefüggésekkel:

$$q_{bizt_d} = Z_{SL} \cdot \sigma_{d_{\tau+t}} = Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} \quad (109)$$

Periodikus készletvizsgálat esetében a tervezett maximális feltöltési szint az adott periódus alatt esedékes igény és annak szórása alapján egy meghatározott szolgáltatási szintre az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$q_{max} = d_t + Z_{SL} \cdot \sigma_{d_t} = \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_t + Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{t}{t_{egys.}}} \quad (110)$$

Periodikus készletvizsgálat során az előre meghatározott maximális készletszintig történő készletfeltöltés periódusonként eltérő újrafeltöltési mennyiséget feltételez attól függően, hogy a rendelés pillanatában mekkora az aktuális készletszint. A lehetséges maximális készletszint annak függvénye, hogy a rendelés leadása és a rendelt mennyiség beérkezése közötti időtartam alatt az igény hogyan változik. Az előre meghatározott szolgáltatási szint biztosítása mellett a készletszint lehetséges maximális értéke megadható a készletpótlási idő alatt esedékes igény, valamint az igény szórásának ismeretében:

$$q'_{max} = q_{max} + Z_{SL} \cdot \sigma_{d_\tau} = q_{max} + Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau}{t_{egys.}}} \quad (111)$$

Mivel a felhasználási igény várható értéke és a felhasználás ingadozása is a jövőben bekövetkező nem előre megjósolható kimenetelű események hatása miatt valószínűségi változók, így a q'_{max} készletszint alakulása is valószínűségi változó lesz.

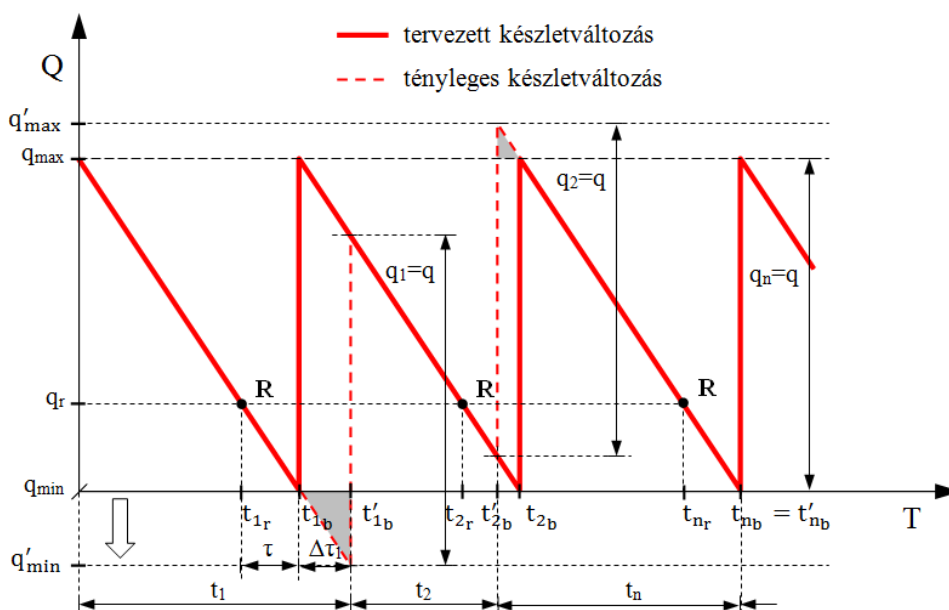
A sztochasztikus igényváltozás miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározását a függelékek között bemutatott 7. példán keresztül vezetem le.

4.2. A szállítási pontosság hatása a vásárolt alkatrész készletekre

[S02] [S03] [S05] [S06] [S18]

Minden termelő vállalatnak a működéséhez szüksége van külső forrásból származó tételek beszerzésére, és azok határidőre történő beérkeztetésére. Amikor a jövőbeni ütemezések határidőre teljesíthetők, akkor a nyitókészlet, a termelési igény és a készletpótlás időszükségletének ismeretében egyértelműen meghatározható a zárókészlet szintje, a rendelési mennyiség és maga a rendelés feladásának időpontja is. Ez a kiindulási feltétel azonban a gyakorlatban csak nagyon ritkán teljesül. Számos olyan előre nem jelezhető tényező befolyásolja a beszállítás határidőre történő teljesítésének pontosságát, melyek hatással lesznek a termelő vállalat működésére [L58].

A továbbiakban ceteris paribus elven a modell kiindulási feltételei közül egyetlen tényezőt – az árubeérkezés tényleges időbeni alakulását – kiemelve végezzük az elemzést. A modell így annyiban változik, hogy az egyes periódusok időtartama között bármilyen irányú és mértékű eltérést engedünk, továbbra is feltételként kikötve, hogy az adott periódus igénye folyamatos és a perióduson belül egyenletes (kvázi stacioner) [L25]. A feltételrendszer ilyen irányú változtatását a modell gyakorlati használhatósága indokolja, hiszen a termelő tevékenységet végző szervezetek működésére nehezen elképzelhető a minden pillanatban teljes pontossággal határidőre történő szállítás. Ez a változás továbbra is azt feltételezi, hogy a tervezett igény kerül ténylegesen leszállításra, azaz a modell csak a készletpótlás időbeli változását tükrözi, és nem a tervtől való mennyiségi eltéréseket [L46].

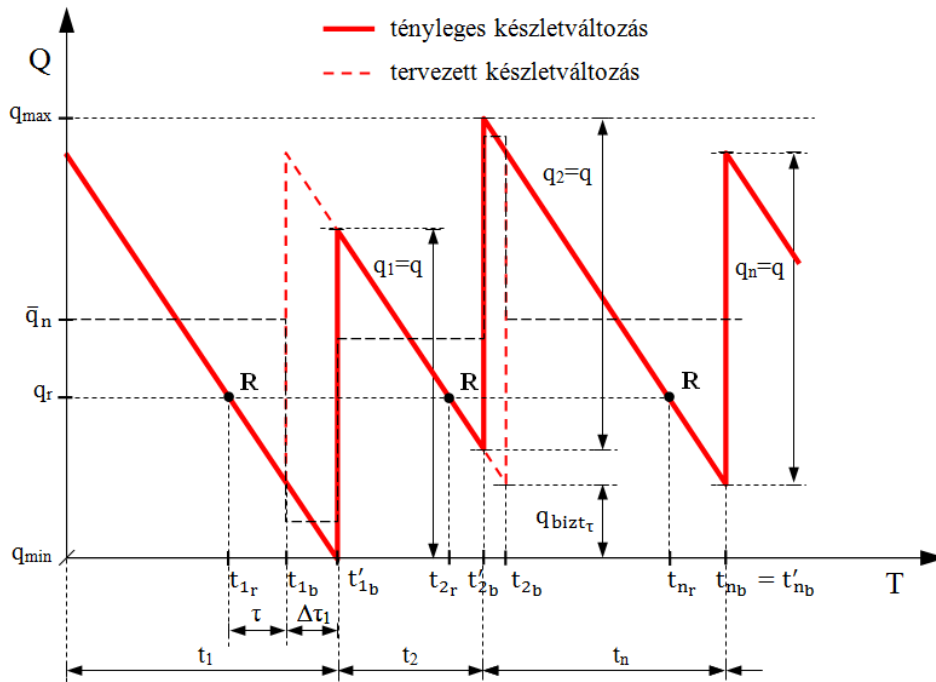


25. ábra: Változó mértékű szállítási pontosság és a készletszintek közötti összefüggés [saját szerkesztés] [S06]

Amennyiben az ellátási lánc bármelyik szereplőjénél a folyamatban zavar lép fel, előfordulhat, hogy a tényleges árubeérkezés időpontja el fog térni a tervezett időponttól. Folyamatos felhasználás mellett az árubeérkezés késedelme a készletek hiányához vezetne, a 25. ábrában kitűnik, hogy a 16. ábrában bemutatott alapesethez képest a készletszint késedelmes árubeérkezés esetén a korábbi $q_{min} = 0$ szint alá is csökkenhet. Készlethiányt

nem megengedő készletezési stratégiát feltételezve ez a gyakorlatban a q_{min} minimális készletszint $q'_{min} = 0$ értékre történő elmozdulását jelenti.

A modell leegyszerűsítése érdekében ismét ceteris paribus elvet alkalmazva a q -val jelölt készletpótlási mennyiség minden rendelés során változatlan, így ez a beérkezések tényleges időpontjának függvényében periódusonként eltérő mértékű q'_{max} maximális készletszinthez vezethet. A 25. ábrában szürkével kiemelt területek szemléltetik a késedelmes árubeérkezés által generált $q_{min} - q'_{min}$ készlethiányt, illetve a korai beérkezés miatt a tervezett q_{max} maximális készletszinthez képest kialakult $q'_{max} - q_{max}$ mértékű többletkészletet.



26. ábra: Az átlagkészlet alakulása különböző hosszúságú időtartamok esetén [saját szerkesztés] [S06]

Az átlagkészlet meghatározásakor a teljes vizsgált időszakot a tervezett és a tényleges árubeérkezés időpontjainak figyelembe vételével rövidebb időtartamokra bontjuk. Egy-egy rövidebb időszak átlagkészlete külön-külön számszerűsíthető, majd a teljes vizsgált időszak átlagkészlete meghatározható a felbontott időszakok átlagkészleteinek az adott időtartamok hosszával történő súlyozott átlagával (26. ábra):

$$\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \cdot \bar{q}_i}{T} \quad \text{ahol} \quad T = \sum_{i=1}^n t_i \quad (112)$$

A tervezett beérkezési időponttól való eltérés a gyakorlatban számos gyökérokra vezethető vissza, pl. váratlan közlekedési akadály, beszállító folyamataiban bekövetkezett zavarok, kapacitáshiány miatti szállítási elmaradás, figyelmetlenségből adódó késedelmes vagy korai szállítás, stb.

Az igények mennyiségében bekövetkező változásához hasonlóan a tervezett beérkezési határidőtől való eltérés irányát és mértékét vizsgálva is kiindulhatunk egyetlen termék hosszabb távú elemzéséből is, de vizsgálhatunk termékcsoportokat, beszállítókhöz hozzárendelt termékköröket, de akár a teljes készletportfóliót is. Amennyiben az elemzés

nem egyetlen termék figyelésére korlátozódik, úgy az összehasonlíthatóság és összevonhatóság érdekében a céltól való eltéréseket nem abszolút értékben, hanem a tervezett és tényleges értékek egymáshoz viszonyított arányaiban kell vizsgálni.

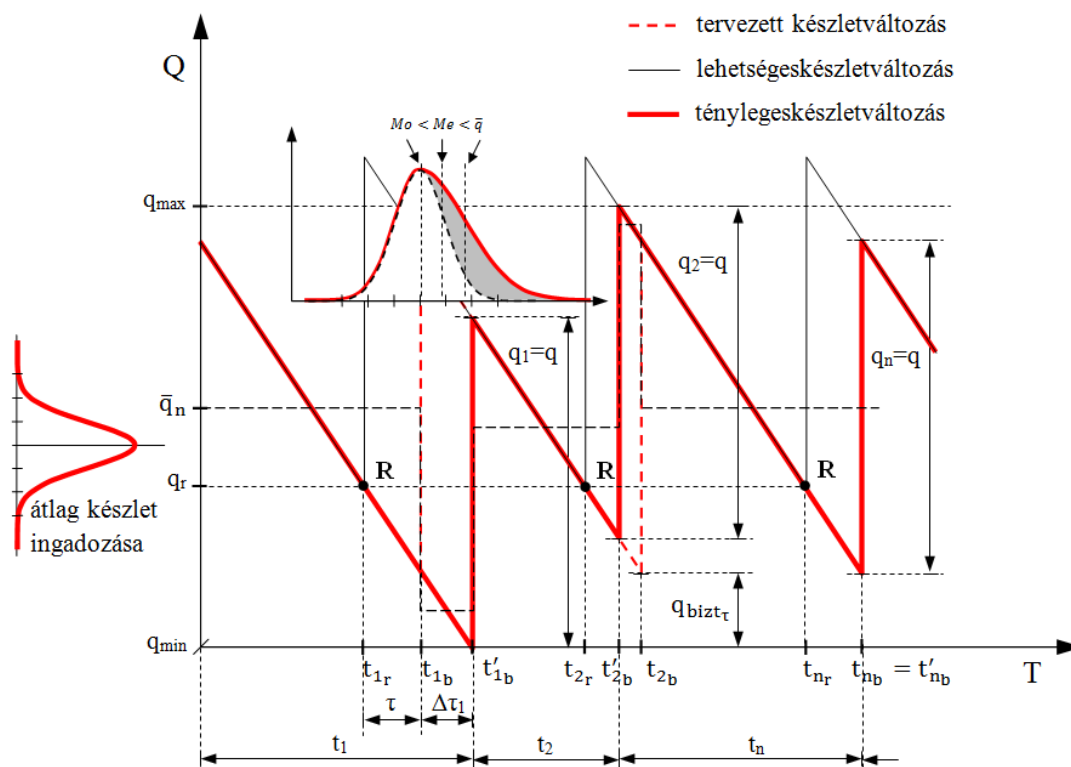
Megfelelően magas számú minta vizsgálatokor a készletpótlási időben mutatkozó eltérések jellemzően a normális eloszlás sűrűségfüggvénye mentén fognak elhelyezkedni, mely összefüggés az igényváltozás vizsgálata során részletezve a 22. ábrában bemutatásra került. Amennyiben a partnerek között a megengedett maximális eltérések mértékére vonatkozóan van megállapodás, úgy az adott elfogadási tartomány ebben az esetben is ábrázolható alsó és felső tűréshatár formájában. Mivel a rendelés leadásától a tényleges árubeérkezésig lezajló folyamatokat véletlen hatások is befolyásolják, így a beérkezések tényleges időpontja csak valószínűségi változókkal adható meg. A normális eloszlásra és sűrűségfüggvényre vonatkozóan az igényingadozás vizsgálata során bemutatott összefüggések a készletpótlási idő változásának vizsgálatokor is alkalmazhatók.

A 22. ábrában részletezett sűrűségfüggvény a tényleges készletpótlási idő alatt esedékes felhasználási mennyiségek bekövetkezésének valószínűségét jeleníti meg, melyből kitűnik, hogy a várható érték körül az előfordulások gyakorisága jellemzőbb, míg a függvény két végpontja felé közelítve azok valószínűsége csökken. Mivel a kiindulási feltételek között az igényt folytonosnak és egyenletesnek rögzítettük, az átlagtól való eltérés a készletpótlási időben bekövetkező ingadozásokra vezethető vissza.

A 22. ábrából kiolvasható, hogy bármely tetszőleges q_m készletszintre és a tényleges készletpótlási idő alatt esedékes felhasználásra vonatkozóan megadható, hogy az adott készletszint milyen mértékben fedi a készletpótlási idő alatt esedékes igényt. A tényleges készletpótlási idő alatt esedékes igényen felüli készletszint jelenti azt a biztonságot, amely a szállítási idő ingadozásának lefedését szolgálja. A biztonsági készletek növelésével ugyan csökken a hiány bekövetkezésének valószínűsége, azonban a teljes biztonság csak végtelen szintű készlet mellett érhető el.

A szállítási pontosság szórásának és a várható értéknek ismeretében bármely készletpótlási idő és készletszint esetén megadható a hiány bekövetkezésének valószínűsége. Amennyiben a készleteket csak a tervezett árubeérkezésig esedékes igény szintjéhez igazítjuk, azaz nem tartunk biztonsági készletet, akkor (99) összefüggésnél feltárt megállapításokhoz hasonlóan középérték eltolódástól mentes normális eloszlású szállítási pontosság esetén a hiány bekövetkezésének valószínűsége megegyezik a hiány be nem következésének valószínűségével (22. ábra) [L27].

A 16. ábrában bemutatott determinisztikus készletpótlási idővel és egyenletes intenzitású felhasználással jellemezhető egyszerűsített készletezési modell kiegészíthető a beérkezések eltéréseinek mindkét irányban lehetséges maximális mértékével, így a 27. ábra a tervezett szállítási időpontokhoz képest bekövetkező eltéréseket modellezi [L65]. Mivel a tervezett beérkezéshez képesti eltérés iránya és mértéke sztochasztikus, azaz előre pontosan nem megadható, így a tényleges árubeérkezés időpontja és a készletek alakulása is csak valószínűségi változókkal határozhatók meg, melyeket az ábrában a normális eloszlás sűrűségfüggvényei jelenítenek meg.



27. ábra: Folyamatos készletvizsgálat sztochasztikus készletpótlási idő esetén [saját szerkesztés] [S02] [S03] [S05] [S06]

A megrendelt termék beérkezésének időpontja elméletileg alulról korlátos, azaz a t_{nr} időpontban rendelt termék nem érkezik meg hamarabb, mint a rendelésfeladás t_{nr} időpontja ($t_{nr} \leq t_{nb}$), illetve általánosságban megállapítható, hogy a tényleges beérkezés időpontjában eltérő valószínűség mellett bármilyen mértékű késés előfordulhat [L47]. Az alulról korlátos és egyben bal oldali aszimmetriával jellemezhető gyakorisági sorok alakja hasonlít az F -eloszlás illetve a χ^2 eloszlás sűrűségfüggvényéhez. A gyakorlatban azonban – még ha igen kis valószínűség mellett is – előfordulhat, hogy a t_{nr} időpontban rendelt tétel valamilyen hibára visszavezethetően már a rendelés feladását megelőzően beérkezik, pl. azonos termék minden periódus során történő szállításakor a beszállító akkor is küld egy bizonyos mennyiséget, ha az adott periódusban éppen nem is történt rendelésfeladás. Ebből következik, hogy a gyakorlatban a beérkezések időpontjára vonatkozóan a rendelés leadásának időpontja nem jelent alsó korlátot, mely indokolja a normális eloszlás sűrűségfüggvényének alkalmazását.

A 27. ábrában a sűrűségfüggvény helyzete és alakja is ezt a két megállapítást szemlélteti. A sűrűségfüggvény baloldaltól csekély mértékben túlnyúlik a t_{1r} megrendelési időpontra, ezzel megjelenítve azt az alacsony szintű valószínűséget, amely esetében a rendelést megelőzően beérkezik az adott tétel. A sűrűségfüggvény szürkével rajzolt bal oldali aszimmetriája tükrözi a késés és a korábbi beérkezés valószínűségének a késések irányában történő eltorzulását.

Megállapítható, hogy minél hosszabb a τ készletpótlási idő, és minél magasabb a beszállítóval szemben elvárt teljesítési pontosság (szolgáltatási szint), annál kisebb mértékű a normális eloszlás sűrűségfüggvényének bármilyen irányú eltolódása, így a

modell leegyszerűsítése érdekében a továbbiakban középérték eltolódástól mentes függvényt használunk.

Amennyiben a készletezési stratégiánk szerint készleteket csak a tervezett hosszúságú periódus igényének biztosítására tartunk, úgy az a késedelmes szállítás esetén a készletek t'_{nb} tényleges beérkezési időpont előtti nullára csökkenését eredményezné. Készlethiányt nem megengedő stratégiából kiindulva azonban ez nem elfogadható, így a késedelmes szállításból eredő kockázatok és költségek elkerülése érdekében valamilyen mértékű biztonsági készletet (q_{bizt_τ}) kell tartani.

Mivel a szállítási pontosság ingadozása sztochasztikus jellegű, a lehetséges kimenetek is normális eloszlásnak megfeleltethető valószínűségi változók. A 27. ábrából kitűnik, hogy ha a tényleges árubeérkezés időpontja valószínűségi változó, akkor igen csekély valószínűség mellett akár szélsőséges mértékű eltérések is előfordulhatnak, így a készlethiány teljes valószínűséggel csak végtelen magas szintű biztonsági készlet mellett kerülhető el. A gyakorlatban azonban ez különböző gazdaságossági okokra visszavezethetően nem kivitelezhető, így racionálisan mérlegelve kompromisszumot kell hozni a készlethiány felmerüléséből adódó következmények és az elkerülés érdekében hozott áldozatok között.

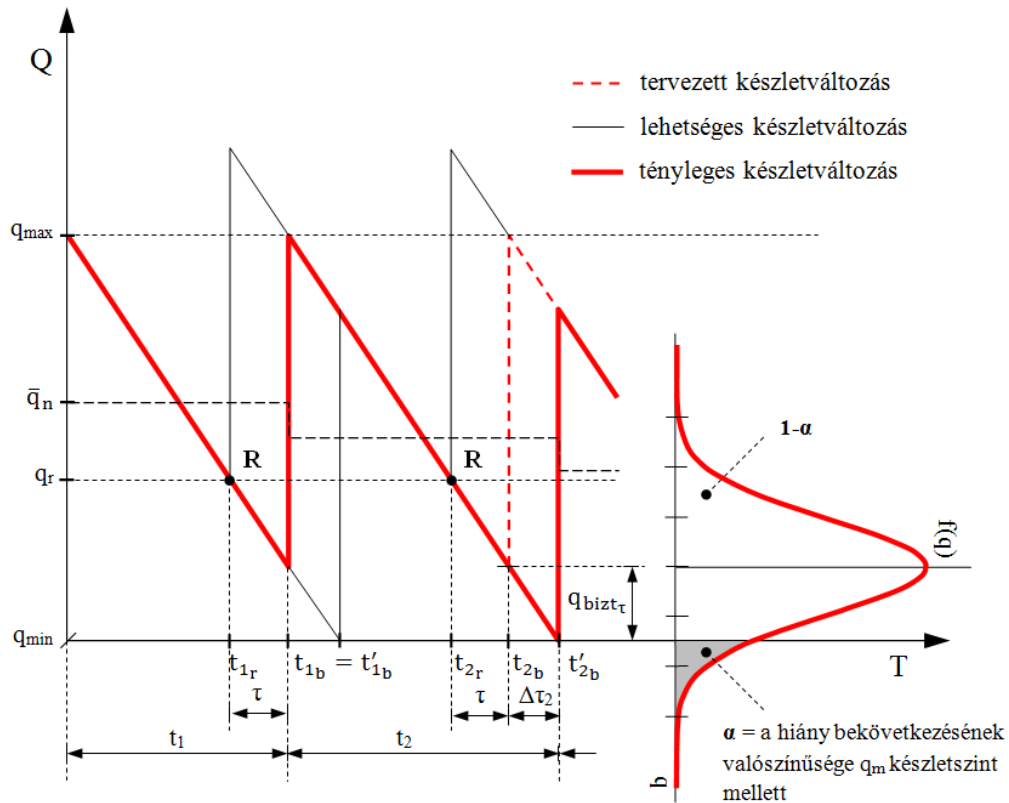
A folyamatos működést biztosító készletszint meghatározásakor az alábbi feladatokat kell elvégezni:

- meg kell határozni a készletgazdálkodási stratégiánk szolgáltatási szintjét, azaz az igény kiszolgálásának tervezett mértékét;
- meg kell határozni a készletpótlás tervezett átlagos időtartamát;
- meg kell adni a készletpótlási idő alatt esedékes felhasználási mennyiséget;
- meg kell határozni a készletpótlási idő várható ingadozásának mértékét;
- meg kell adni a készletpótlási idő szórása alatt esedékes felhasználási mennyiséget;
- meg kell határozni azt a készletszintet, amely a hiány bekövetkezésének elkerülése mellett biztosítja az adott szolgáltatási szinten elfogadható készletpótlás várható időtartama és szórása alatt esedékes felhasználási igényt;
- meg kell vizsgálni, hogy a rendelés pillanatában rendelkezésre álló készlet fedezi-e a szolgáltatási szint és a készletpótlási idő várható ingadozásának figyelembe vételével meghatározott felhasználási szükségletet.

A szolgáltatási szint meghatározása az igényingadozás vizsgálatánál leírt módon történik, a (100) (101) összefüggések a készletpótlási idő ingadozásának elemzésekor is alkalmazhatók.

4.2.1. Sztochasztikus készletpótlási idő miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározása folyamatos készletvizsgálat esetén

A biztonsági készletek számszerűsítésekor nem elégséges a rendelés periódusának hátralévő τ időtartamára várható felhasználási igények lefedése, számolni kell a készletpótlás során bekövetkező időbeli eltérésekkel is (28. ábra) [L65].



28. ábra: A folyamatos készletvizsgálat összefüggései [saját szerkesztés] [S02] [S03] [S06] [S18]

Első lépésként meg kell határozni a vizsgált időszakra jellemző átlagos készletpótlási idő hosszát, mely levezethető az egyes periódusok készletpótlási idejéből:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} \quad (113)$$

Ahhoz, hogy meg tudjuk adni a szállítási pontosság és a szükséges biztonsági készlet közötti összefüggést, szükség van a készletpótlási időnek a felhasználási mennyiségre történő átszámítására. Mivel a korábban leírtak során a szállítási pontosságot nem mennyiségben, hanem időben mértük, így számszerűsíteni kell, hogy a tervezett készletpótlási idő és a határidőhöz képesti eltérés alatt mekkora mennyiség kerül felhasználásra. Egyenletes $\bar{d}$ intenzitású felhasználást feltételezve a $\bar{\tau}$ tervezett átlagos készletpótlás alatt esedékes felhasználási mennyiség:

$$d_{\bar{\tau}} = \bar{d} \cdot \frac{\bar{\tau}}{t_{egys.}} \quad (114)$$

Az átlagos készletpótlási idő várható ingadozásának mértéke:

$$\sigma_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2}{n}} \quad (115)$$

Az átlagos készletpótlási idő szórására számított igény mértéke:

$$d_{\sigma_{\bar{\tau}}} = \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} \quad (116)$$

Célunk a költségek optimalizálása mellett a készletpótlási idő lehetséges ingadozásának a figyelembe vételével a zavartalan működéshez és a vevői igények mindenkor kiszolgálásához szükséges készletszint biztosítása. Az előre meghatározott mértékű szolgáltatási szint eléréséhez szükséges biztonsági készlet sztochasztikus készletpótlási idő esetében megadható az alábbi összefüggésekkel:

$$q_{bizzt_{\tau}} = Z_{SL} \cdot d_{\sigma_{\bar{\tau}}} = Z_{SL} \cdot \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} \quad (117)$$

Adott szolgáltatási szint mellett a rendelési jelzőkészlet szintje megegyezik az átlagos készletpótlási időnek a szórással megnövelt hosszára esedékes igény mértékével:

$$q_r = d_{\bar{\tau}} + q_{bizzt_{\tau}} = \bar{d} \cdot \frac{\bar{\tau}}{t_{egys.}} + Z_{SL} \cdot \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} \quad (118)$$

Az előre meghatározott szolgáltatási szint biztosítása mellett a készletszint lehetséges maximális értéke megadható az átlagos készletpótlási idő és annak szórása alatt esedékes igény, valamint a periódusonként azonos mértékű rendelési tétel nagyság ismeretében:

$$q_{max} = q_r + q = d_{\bar{\tau}} + q_{bizzt_{\tau}} + q = \bar{d} \cdot \frac{\bar{\tau}}{t_{egys.}} + Z_{SL} \cdot \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} + q \quad (119)$$

Az átlagos készletpótlási idő várható ingadozásának figyelembe vételével meghatározható az adott szolgáltatási szint mellett elfogadható készletpótlás várható időtartama, vagyis megadhatók az alsó és felső tűréshatárok.

A sztochasztikus készletpótlási idő miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározását a függelék között bemutatott 8. példán keresztül vezetem le.

4.3. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejűleg történő előfordulása

[S02] [S03] [S05] [S18]

A gyakorlatban gyakran előfordul, hogy egyidejűleg az igények is sztochasztikusan változnak, és a készletpótlási idő hosszában is van a tervezetthez képest eltérés. Attól függően, hogy e két jelenség között fennáll-e kapcsolat, eltérő módon kell számítani a hatásuk mérséklésére irányuló biztonsági készletet [L58] [L64].

A teljes függőség és a két változó közötti függetlenség szélső esetei között különböző erősségű kapcsolat lehetséges. A kapcsolat erőssége kifejezhető az $r_{d;\tau}$ korrelációs együtthatóval, mely a két változó függetlensége esetén 0, míg az azonos irányú teljes függőség esetén $r_{d;\tau} = 1$ értéket vesz fel, illetve ellentétes irányú teljes együttmozgás esetén $r_{d;\tau} = -1$ értéket ad. A két szélső eset közötti kapcsolat erőssége a $-1 \leq r_{d;\tau} \leq 1$ közötti értékekkel fejezhető ki. Megállapítható, hogy minél közelebb van a korrelációs együttható értéke az 1-hez, annál szorosabb kapcsolat figyelhető meg a két valószínűségi változó között.

Ha mind a két valószínűségi változó normális eloszlású, akkor a két valószínűségi változóból képzett együttes eloszlás szintén normális eloszlású lesz [L58]. A kapcsolat erőssége és iránya meghatározza a biztonsági készlet szükséges mértékét, mely a két tényező ingadozásának ellensúlyozására irányul:

$$q_{bize} = \sqrt{q_{bize_d}^2 + q_{bize_\tau}^2 + 2 \cdot q_{bize_d} \cdot q_{bize_\tau} \cdot r_{d;\tau}} \quad (120)$$

Az adott vizsgált periódusokra vonatkozó igények és készletpótlási idők, valamint ezek szórásainak ismeretében megadható a két valószínűségi változó múltbeli értékeire vonatkoztatott korrelációs együttható, mely megmutatja a két változó közötti kapcsolat erősségét és irányát:

$$r_{d;\tau} = \frac{C_{d;\tau}}{\sigma_d \cdot \sigma_\tau} \quad (121)$$

Az igény és a készletpótlási idő kovarianciája kifejezhető az alábbi összefüggéssel:

$$C_{d;\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d}) \cdot (\tau_i - \bar{\tau})}{n} \quad (122)$$

A (121) és (122) összefüggések behelyettesítésével megadható az igény és a készletpótlási idő múltbeli értékeire vonatkoztatott korrelációs együttható:

$$r_{d;\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d}) \cdot (\tau_i - \bar{\tau})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2}} \quad (123)$$

4.3.1. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között nincs kapcsolat

Abban az esetben, ha egyidejűleg mind a készletpótlási idő ingadozik, mind az igények sztochasztikusan változnak, de ezek a változások egymástól függetlenül mennek végbe, akkor az $r_{d;\tau}$ korrelációs együttható 0 értékéből adódóan a (120) összefüggésből elhagyható a két változó szorzata. A biztonsági készlet így alacsonyabb lesz, mint a két hatásra külön-külön számolt biztonsági készletek összege, képletben kifejezve a (109) és (117) összefüggések behelyettesítésével:

$$q_{bikt} = \sqrt{q_{bikt_d}^2 + q_{bikt_\tau}^2} = Z_{SL} \cdot \sqrt{\sigma_d^2 \cdot \frac{\tau + t}{t_{egys.}} + \bar{d}^2 \cdot \frac{\sigma_\tau^2}{t_{egys.}}} \quad (124)$$

4.3.2. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között egyértelmű kapcsolat van

Amennyiben a készletpótlási idő ingadozása és az igények sztochasztikus változása egyidejűleg következik be, és a két változás között szoros kapcsolat figyelhető meg, akkor az $r_{d;\tau}$ korrelációs együttható 1 értékéből adódóan a (120) összefüggés kifejezhető a két változó összegével. A biztonsági készlet így a két hatásra külön-külön számolt biztonsági készletek összegével lesz egyenlő, képletben kifejezve a (109) és (117) összefüggések behelyettesítésével:

$$q_{bikt} = q_{bikt_d} + q_{bikt_\tau} = Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} + Z_{SL} \cdot \frac{\bar{d} \cdot \sigma_\tau}{t_{egys.}} = Z_{SL} \cdot (\sigma_{d_{\tau+t}} + d_{\sigma_\tau}) \quad (125)$$

4.3.3. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások egyidejű előfordulása, a két jelenség között ellentétes irányú kapcsolat van

Abban az esetben, ha a készletpótlási idő ingadozása és az igények sztochasztikus változása egyidejűleg következik be, és a két változás között szoros, de ellentétes irányú kapcsolat figyelhető meg, vagyis a két valószínűségi változó egymással ellentétesen hat, akkor az $r_{d;\tau}$ korrelációs együttható -1 értékéből adódóan a (120) összefüggés kifejezhető a két változó különbségével. A biztonsági készlet így a két hatásra külön-külön számolt biztonsági készletek különbségének abszolút értékével lesz egyenlő, képletben kifejezve a (109) és (117) összefüggések behelyettesítésével:

$$\begin{aligned} q_{bikt} &= \sqrt{(q_{bikt_d} - q_{bikt_\tau})^2} = |q_{bikt_d} - q_{bikt_\tau}| = \\ &= \left| Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} - Z_{SL} \cdot \frac{\bar{d} \cdot \sigma_\tau}{t_{egys.}} \right| = Z_{SL} \cdot |\sigma_{d_{\tau+t}} - d_{\sigma_\tau}| \end{aligned} \quad (126)$$

4.3.4. Sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások készletre gyakorolt hatásának csökkentése

Készletgazdálkodási stratégiánkban minél szigorúbb elvárást fogalmazunk meg a készlethiány gyakoriságával szemben, annál nagyobb mértékű lesz a készlethiány elkerülése érdekében felmerülő ráfordítás.

Sztochasztikus felhasználási igény esetén alapvetően két irányban biztosíthatjuk a célul kitűzött szolgáltatási szint teljesülését:

- pontosabb előrejelzéssel csökkenthetjük az igényingadozás bizonytalanságát;
- az ingadozó igények lefedése céljából növelhetjük a biztonsági készleteinket.

Sztochasztikus szállítási pontosság esetén szintén két irányban tehetünk intézkedéseket a bizonytalanságból eredő következmények elfogadható szintre csökkentése érdekében:

- szigorúbb beszállítói minősítéssel csökkenthetjük a beszállítások bizonytalanságát;
- a bizonytalanságok lefedése céljából növelhetjük a biztonsági készleteinket.

A teljes pontossággal előre meg nem jósolható mértékű mennyiségi és időbeli változások kezelése kompromisszumra kényszeríti a termelő vállalatok vezetését. A készletek hiánya jelentős zavarokat okozhat a termelésellátás és a vevőkiszolgálás területén, melynek költségvonzata gyakran nem is számszerűsíthető. Minden szervezet számára fontos célkitűzés a készlethiányok elkerülése, azonban az igények és készletpótlási idők sztochasztikus jellege miatt teljes bizonyossággal csak végtelen készletszint tartása mellett lenne lehetséges. A készlettartásnak viszont szintén vannak költség vonzatai, így a vállalkozás számára feladatként merül fel az optimális készletszint meghatározása, ahol a beszerzési, a készlettartásból eredő és a készlethiányra visszavezethető költségek összege a lehető legalacsonyabb szintet mutatja.

Az egyidejűleg fennálló sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások okozta bizonytalanság ellensúlyozható biztonsági készletek tartásával, melynek számítását részletesen a függelékek között bemutatott 9. példán keresztül vezetem le.

A (9. példa: 3) eredményéből belátható, hogy $r_{d,\tau} = 0,30$ korrelációs együttható esetén a két tényezőre együttesen számolt biztonsági készlet értéke magasabb lesz az egyes tényezőkre külön-külön számolt biztonsági készletek értékénél, és kevesebb lesz azok összegénél.

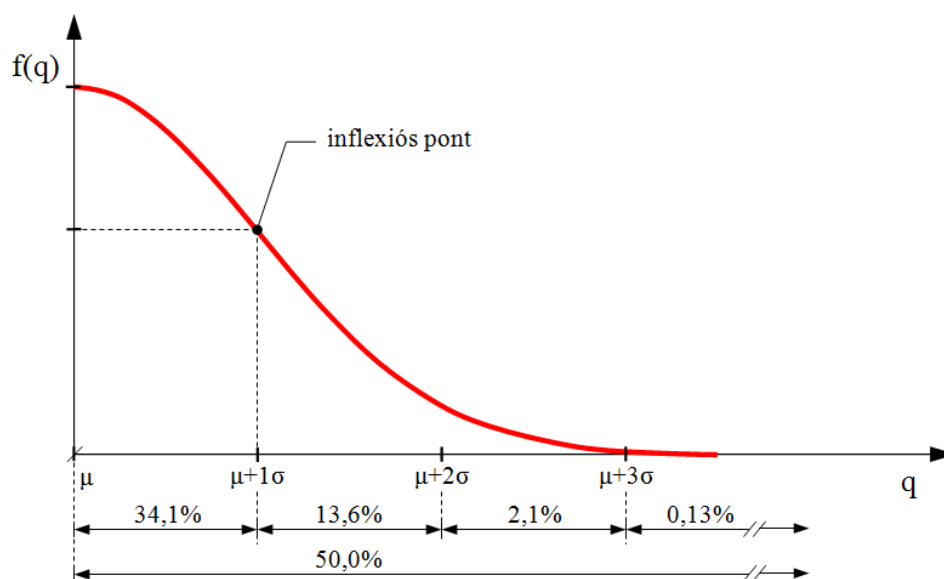
4.4. Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében

[S05] [S08]

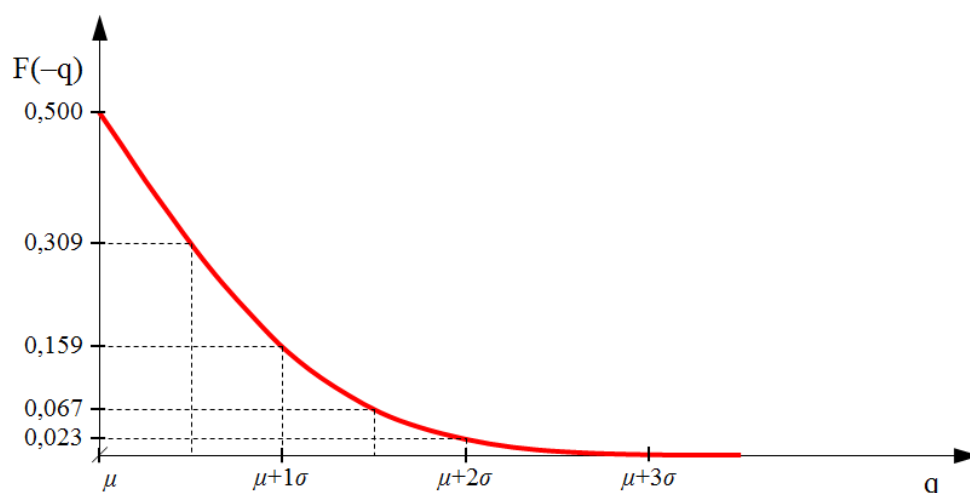
A készletszinttel kapcsolatosan felvázolt összefüggések a költségek meghatározása során is alkalmazhatók. A készlethiány elkerülésével kapcsolatban felmerülő költségek modellezése során az egyszerűsítés érdekében beszerzési költséggel nem kalkulálunk. Ezt az is indokolja, hogy a beszerzési költség, a készlettartás és a készlethiány költségének felhasználása már szükséges volt ahhoz, hogy a kiindulási feltételként megfogalmazott egyenletes periódus közöket és a (35) képlettel kifejezett gazdaságos rendelési tétel nagyságot meghatározzuk. A beszerzési költségek figyelmen kívül hagyása másrészt azért is indokolt, mert a modell során abból indultunk ki, hogy a teljes vizsgált időszak alatt jelentkező összes igényt és ingadozásokat lefedjük készlettel, ugyanakkor az igények összes mennyisége nem változik, csak az ingadozások miatt az egyes periódusok közötti igények mértékében lesz eltérés. Ebből adódóan az egyik periódusban az alacsonyabb igényhez igazodva kevesebb készletet kell rendelni, míg a másik periódusban többet. Hasonlóképpen a beszerzéssel összefüggő költségek is ingadoznak, de a teljes vizsgált időszak alatt ezek az ingadozások kiegyenlítődnek.

A költségek vizsgálata során így csak a készlettartás és a készlethiány közötti összefüggéseket számszerűsítjük. A 29. ábra sűrűségfüggvénye és a 30. ábra inverz eloszlásfüggvénye mutatja a készletezés azon szakaszát, amely esetekben a készletszintek az igények várható értékénél nagyobb, vagy azzal megegyező szintet vehetnek fel. A 29. ábrából kitűnik, hogy pl. amennyiben a készletszint az igények várható értékénél 1σ szórásnyival nagyobb értéket vesz fel, úgy a készlethiány valószínűsége már 34,1%-kal csökken. Összefüggésként az is megállapítható, hogy középérték eltolódástól mentes normális eloszlás függvényekből kiindulva az igények ingadozása a (99) összefüggésben megállapított módon a kimenetek 50%-a esetében a tervhez képest kevesebb felhasználást tükröznek, így az igények várható értékénél 1σ szórásnyival nagyobb készletszint összességében már 84,1%-kal csökkenti a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét.

A különböző készletszinthez rendelhető készlethiány várható bekövetkezésének valószínűségét egy folytonos monoton csökkenő inverz eloszlásfüggvénnyel ábrázolhatjuk (30. ábra). Minél magasabb a készletszint, annál kisebb a készlethiány bekövetkezésének a valószínűsége, és ez által a készlethiányból eredő költség, ugyanakkor annál nagyobbak a készlettartással összefüggésben felmerülő költségek [L47] [L58].

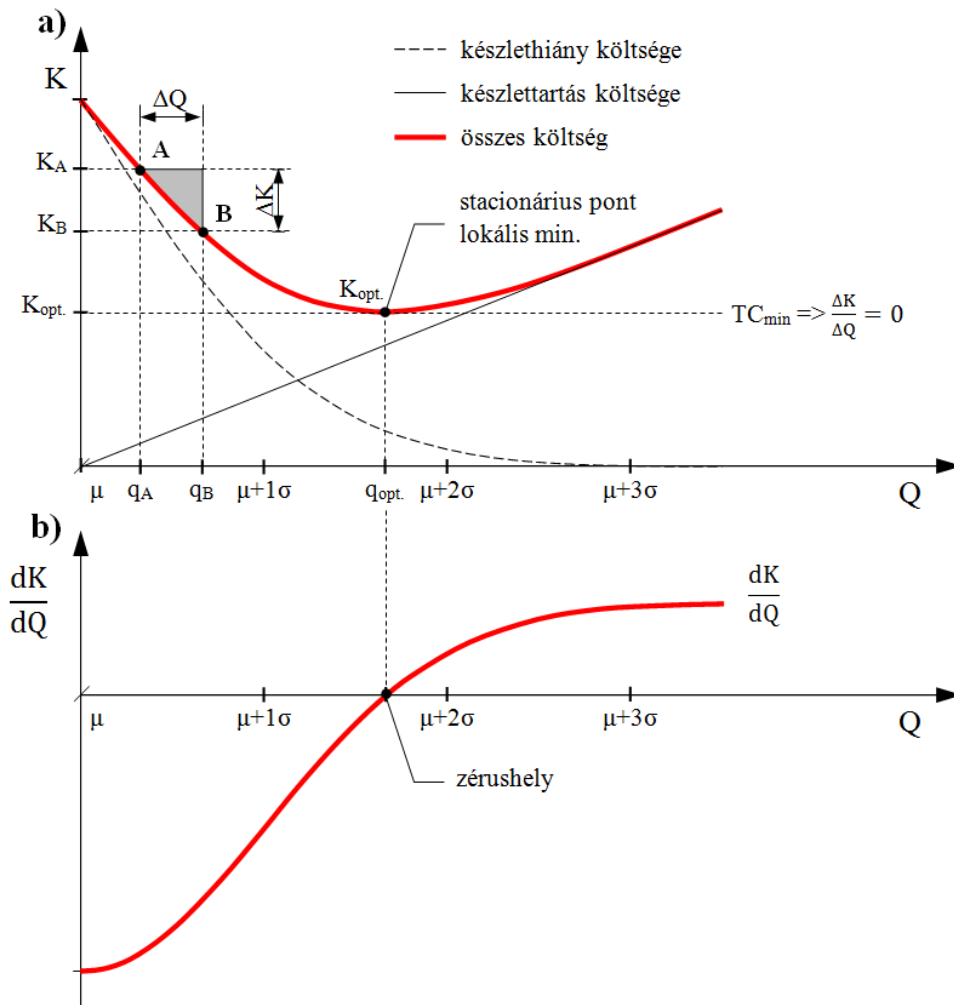


29. ábra: Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén (sűrűségfüggvény) [saját szerkesztés] [S05] [S08]



30. ábra: Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén (inverz eloszlásfüggvény) [saját szerkesztés] [S05] [S08]

Az optimális készlet szint számszerűsítése érdekében készletgazdálkodási stratégiánk során meghatározhatjuk, hogy egy adott mértékű készlethiány milyen szintű költséget eredményez. Az egyes készletszintekhez eltérő mértékű valószínűség rendelhető, mely valószínűségeket a normális eloszlás táblázatok segítségével tetszőlegesen ábrázolhatjuk. Ha a készlethiány eseményének bekövetkezése valószínűségi változó, akkor a hozzárendelt költségek szintje is valamekkora szorzótényezővel növelt valószínűségi változó lesz, ez a szorzótényező mintegy beárazza a hiány valószínűségéből adódó költségeket. A 31. ábra így már a költségeket ábrázolja az egyes készletszintek függvényében [L73]. A függőleges tengelyen jelölt K mutatja a költségek szintjét, így a q_A és q_B mennyiségekhez megfeleltethető K_A és K_B költségszinteket, valamint a $q_{opt.}$ optimális mennyiséghez tartozó $K_{opt.}$ optimális költség értékét.



31. ábra: Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében [saját szerkesztés] [S05] [S08]

A készlettartás költségét berajzolva a diagramba meghatározható a két költség egymáshoz viszonyított mozgása. Költségminimalizáló racionális döntést feltételezve azt a készletszintet célszerű megcélozni, amely szintnél a készlethiány és a készlettartás együttes költsége a minimális (31.a. ábra). A függvények ábrázolásakor érdemes kihangsúlyozni, hogy mivel a készlethiány költségét az eloszlásfüggvény értékeiből vezettük le, így a teljes költség optimális pontja nem feltétlenül a készlettartás és készlethiány függvények metszéspontjában adódik.

A teljes költség optimális pontját szélsőérték számítással a függvény deriválását követően határozhatjuk meg. Az optimális összköltséghez tartozó készletszint ott adódik, ahol az egyváltozós folytonos derivált függvény zérushelye egyben monoton növekvő (31.b. ábra) [L74].

4.5. Az átlagos felhasználási igény eltolódása és a vásárolt alkatrészek biztonsági készlete közötti összefüggés

[S10]

Számos iparágtól eltérően az autóiipari környezetre jellemző, hogy az ellátási láncban az autógyárral közvetlen kapcsolatban álló beszállítók számára az igények jól tervezhetők, vagyis az autógyárak a beszállítóik felé hosszú időszakra adnak előrejelzést, illetve az igények rövid távon csak az előre megállapodott mértékig változhatnak. Ezek az igények azonban nem képezik le teljes mértékben a piaci mechanizmusokat, a kiszámíthatóság és tervezhetőség sok esetben az autógyárak kapacitásaival állnak valamilyen összefüggésben, így az igények sztochasztikus jellemzőket hordoznak magukban. Az igényingadozás kihat a beszállító termelési igényére és áttételesen a vásárolt alkatrész készleteire is.

Egy vállalat vásárolt alkatrészeinek készletszintje számos tényező együttes hatásának következménye. Befolyással van rá az ellátási lánc minden egyes lépésének mennyiségi és időbeli kiszámíthatósága, a termelés és a beszállítás folytonosságának jellemzői, de nagymértékben függ a beszerzések gyakoriságától és az alkalmanként megrendelt mennyiségtől is. A logisztikai menedzsment célja, hogy ezeket a hatásokat számításba véve biztosítsa a termelés megfelelő szintű kiszolgálásához szükséges készletszintet, a lehető legalacsonyabb felmerülő költségszint mellett.

A készletgazdálkodási költségek optimalizálása érdekében az autógyárak beszállítói az igények ingadozásából eredő bizonytalanságok elkerülésére, illetve a hatásuk csökkentésére különböző mértékű biztonsági készletek felépítésével válaszolnak. A biztonsági készlet számítása többek között a múltbeli igények szórását, az előre jelzett igényeket és a beszállítókkal megállapodott hosszúságú készletpótlási időt veszi figyelembe. Mind a periodikus mind a folyamatos készletvizsgálati modelleknél az összefüggések abból a feltételrendszerből indulnak ki, hogy az előre jelzett igények átlagos szintje az idő előre haladtával nem változik. A gyakorlatban azonban megfigyelhető valamilyen irányú eltolódás, pl. ha a vevői igények alul vannak tervezve, avagy a termelési folyamatban a tervezett selejtszázalékhoz képest jelentős mértékű eltérés következik be. Ezek a hatások azt eredményezhetik, hogy a múltbeli felhasználás és a jövőbeni igények nem értelmezhetők egyetlen folytonos adatsorként, így a biztonsági készletek meghatározásakor valamint a vásárolt alkatrészek rendelésekor a múltbeli adatokat csak az eltolódás irányának és mértékének ismeretében lehet felhasználni. Az elemzés során megvizsgálom az eltolódás különböző irányú és mértékű eseteinek a vásárolt alkatrész készletekre gyakorolt hatását, valamint bemutatok egy olyan modellt, mely előrejelzi a nem tervezett mértékű készlethiány illetve a túlkészletezés előfordulásának esetét.

4.5.1. A tervezés megbízhatóságának vizsgálata a múltbeli időszakra vonatkozóan betervezett és tényleges rendelés összehasonlításával

A múltbeli adatok ismeretében lehetőségünk adódik az adatsorban megfigyelhető törvényszerűségek leírására és a jelenség jövőbeli alakulásának előrejelzésére. Egy idősor jövőbeli értékeinek alakulása rendszerint számos tényező együttes hatásának eredménye, így a lehetséges kimenetek valószínűségi változókkal adatok meg, melyek közül azonban csak egyetlen érték realizálódik.

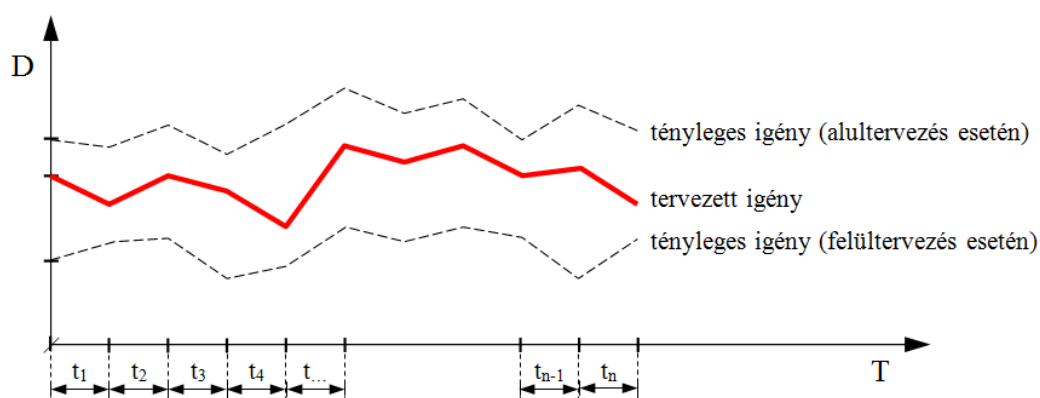
Az autóiiparban jellemző, hogy az igények előre jól jelezhetők, rövid távon a nagyobb mértékű változások csak az ellátási lánc valamelyik szereplőjénél váratlanul felmerült

zavarok hatására következnek be. Ennek ellenére előforduló jelenség, hogy az előre jelzett igény folyamatosan eltér a tényleges felhasználástól, mely a termelési igényen keresztül továbbgyűrűzik a beszállító felé a kiadott rendelés és az előrejelzés tartalmában. A vásárolt alkatrész beszerzési igényét nem csak a vevőtől eredeztethető eltérés befolyásolja, hatással vannak rá többek között a szervezeten belül a termelési folyamatokban megfigyelhető eltérések is. Ezek a külső és belső hatások – pl. a termelési selejtszázalék valamilyen irányban történő eltérése, illetve a vevőtől kapott konzervatív rendelés előrejelzés – együttesen eltérést generálhatnak a beszállító felé előre jelzett igény és a tényleges rendelés között. Az eltérés kétirányú lehet, így előfordulhat különböző mértékű alultervezés és felültervezés is.

A gyakorlatban az is megfigyelhető, hogy az előre jelzett vevői igény az idő függvényében három egymást követő időszakra bontható:

- rövid távú ütemezés;
- középtávú előjelzés;
- hosszú távú előrejelzés.

Felmerülhet a kérdés, hogy a tervezett és a tényleges felhasználás összehasonlításakor melyik időszakokat és melyik időponthoz tartozó előrejelzést célszerű összehasonlítani, hiszen ugyanarra az időszakra vonatkozóan több előrejelzés is érvényes volt, vagyis a kérdés az, hogy mit tekinthetünk a viszonyítás alapjának. Kiindulva abból a tényből, hogy a rendelés leadását követően felmerülő igényváltozás lekövetése már csak az árubeérkezés tervezett idejének átütemezésével, avagy a rendelt mennyiség módosításával történhet, az elemzés középpontjában a megrendelés leadásától a beérkezésig eltelt készletpótlási idő vizsgálata áll. A tervezett és tényleges felhasználások összehasonlításának alapját tehát a készletpótlási idő figyelembe vételével a rendelés leadásakor és annak beérkezésekor érvényes igények képezik.



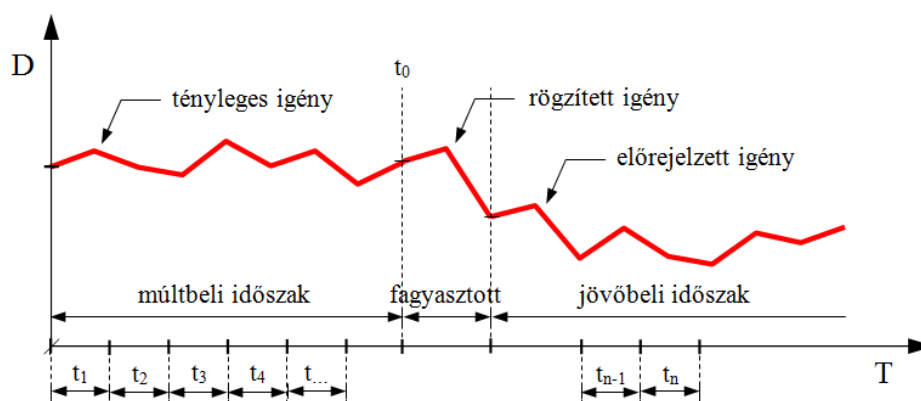
32. ábra: Igényváltozások, tervezett és tényleges igény alakulása az idő függvényében [saját szerkesztés] [S10]

Kiindulásképpen meg kell határozni az előrejelzés és a tényleges felhasználás közötti összefüggést, vagyis az előrejelzés megbízhatóságát. Felvázolva az adott termék esetében az egyes rendelési időpontokhoz a készletpótlási időre előre jelzett igényt, majd azonos időponthoz hozzárendelve a tényleges felhasználást, kirajzolódik egy minta (32. ábra). Ez a minta hosszabb időszakot figyelembe véve tükrözheti a rendszeres alultervezést és a felültervezést, valamint a kvázistacioner és instacioner ingadozásokat. Az eseti jellegű előjelváltások kisimíthatók a tervezett és tényleges felhasználási igény kumulált értéksorainak összehasonlításával, így ábrázolhatók a valós tendenciák, számszerűsíthetők

az összességében felül- és alultervezett időszakok aránya. Az elemzésben arra az esetre keressük a biztonságos tervezést garantáló megoldást, amikor a tényleges felhasználás rendszeresen meghaladja az előre jelzett igényt.

Abban az esetben, amikor az igény felül van tervezve, vagyis a vásárolt alkatrész beszerzési igényének meghatározását és a rendelés leadását követően a tényleges felhasználás lecsökken, a tényleges igénynél nagyobb mértékű készletbeszerzésre kerül sor. Amennyiben a rendelés leadását követően bekövetkezett igénycsökkenéssel párhuzamosan nem történik meg a rendelt mennyiség lecsökkentése, avagy a tervezett árubeérkezés átütemezése, akkor a készletszint a periódus végén megemelkedik, így a termelés ellátása biztosított. Az elemzés tárgya azoknak az eseteknek a vizsgálata, mely során a termelés vagy a vevő kiszolgálása veszélybe kerülne, így a felültervezett igény esete nem képezi a vizsgálat részét.

Miután összehasonlításra került az elmúlt időszakokra vonatkoztatott tervezett és tényleges felhasználás, célszerű az elemzést a múltbeli és jövőbeli adatsorok ábrázolásával folytatni. A 33. ábra tükrözi a múltbeli tényleges felhasználást és a jövőbeni várható igényt, mely tervezett felhasználás további két szakaszként jeleníthető meg. Az időben előre tekintve a tervezési időponthoz közelebb eső időszak során a felhasználási igény már rögzítettnek, befagyasztottnak tekinthető, majd ezt követően az igény különböző mértékben változhat. A befagyasztott periódus időtartama a gyakorlatban eltérő hosszúságú lehet, ugyanakkor az elemzés szempontjából két változatot különböztethetünk meg.



33. ábra: A múltbeli tényleges felhasználás és a jövőbeni várható igény alakulása az idő függvényében [saját szerkesztés] [S10]

Az első esetben a befagyasztott periódus a készletpótlási időnél hosszabb vagy azzal azonos hosszúságú, melyből az következik, hogy a vásárolt alkatrész beszerzési mennyiségének meghatározásakor már teljes mértékig determinisztikus adatokkal számolhatunk, így a készletezési ciklus teljes időtartamában biztosított a készlettel történő lefedettség. Amennyiben azonban a befagyasztott időszak rövidebb, mint a készletpótlási idő, akkor a készletezési mechanizmus bizonytalanságot hordoz magában. Ez a bizonytalanság abból ered, hogy a tervezési periódus egy részében, vagyis a befagyasztott időszakot meghaladó időtartam alatt az igény várhatóan alul van tervezve. Ha az alultervezés ténylegesen fennáll, akkor az igény valós szintre történő megemelkedésének következtében a készletek még a készletezési ciklus vége előtt, vagyis a megrendelt mennyiség beérkezését megelőzően nullára futnak.

4.5.2. Múltbeli és tervezett igény idősoraira vonatkozó trendértékek meghatározása különböző típusú regressziós függvények alkalmazásával

Több múltbeli készletezési periódust felölelő időszakot és a tervezett igényeket ábrázolva a két idősorban előfordulhatnak kvázistacioner és instacioner ingadozások, így annak megállapításához, hogy mekkora mértékű alultervezéssel kell számolni az idősorokból összehasonlítható értékeket kell képezni. Az idősorok legegyszerűbb jellemzői lehetnek az átlag és a szórás, így megadható a vizsgált múltbeli időszak tényleges felhasználásának átlagos értéke és szórása, hasonlóképpen a várható igény átlaga és szórása, ugyanakkor ezek a jellemzők önmagukban nem hordoznak semmilyen információt az idősorokban rejlő trendről. Egy hosszabb időszak során előfordulhat folyamatos emelkedés, csökkenés illetve rejtett trend is, így ha az idősort csak az átlaggal és szórással jellemezzük hibás következtetéseket vonhatunk le.

Az idősor jellemzőinek pontosabb leírása érdekében meg kell határozni az idősorok alapirányzatát. A trendszámítás célja az alapirányzat kimutatása az idősor kiegyenlítésével, illetve a periodikus ingadozások és a véletlen hatások kiküszöbölésével. Az idősorok kiegyenlítését végezhetjük többek között mozgóátlagolással, analitikus trendszámítás módszerével, illetve grafikus ábrázolással. Mivel a mozgóátlag számítás eredményeképpen a vizsgált idősor megrövidül, valamint a grafikus ábrázolás több termék esetében történő alkalmazása időigényes és csak hozzávetőleges tájékoztatást nyújt, így az elemzés középpontjába az analitikus trendszámítást helyezzük.

Trends számítás során első lépésként el kell dönteni, hogy a vizsgált idősor irányzatának becslésére milyen típusú függvényt alkalmazunk. Az idősor fejlődési tendenciáját legjobban leíró regressziós függvényt meghatározhatjuk a grafikus ábrázolás eredményeképpen, ugyanakkor a jelentős időszükséglet miatt több termék esetében a gyakorlatban ez nem járható út, így a múltbeli adatsorokra jellemző alapirányzatot egyetlen típus alkalmazása helyett különböző típusú függvényekkel elemezzük, majd a legjobb becslést adó függvény típusát az egyes függvényekre végrehajtott illeszkedésvizsgálat eredményéből levezetve határozzuk meg. Trends számítás során leggyakrabban alkalmazott függvény típusok a lineáris, az exponenciális illetve a parabolikus trendfüggvények, melyek közül az első két típus bemutatásával foglalkozom.

A lineáris trendfüggvény egyenlete az alábbi képlettel határozható meg:

$$\hat{y}_{t_\lambda} = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot t \quad (127)$$

Az alapirányzat kezdőértékének és a trendfüggvény meredekségének meghatározásához szükséges normálegyenletek megadhatók az alábbi összefüggésekkel:

$$\sum_{t=1}^n y_t = n \cdot \lambda_0 + \lambda_1 \cdot \sum_{t=1}^n t \quad (128)$$

$$\sum_{t=1}^n t \cdot y_t = \lambda_0 \cdot \sum_{t=1}^n t + \lambda_1 \cdot \sum_{t=1}^n t^2 \quad (129)$$

Mivel az egyenletrendszerben leírt tényezők közül ismerjük az $y_1, y_2, \dots, y_n$ értékeket, valamint t időpontokat és n értékét, az egyenletrendszert egy elsőfokú két-ismeretlenes egyenletrendszerként megoldva kifejezhetők az λ_0 és λ_1 ismeretlenek.

Lineáris trendfüggvény meredeksége, azaz időegység alatt egy időszakra jutó átlagos növekedés mértéke az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{t=1}^n y_t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t \cdot y_t}{\sum_{t=1}^n t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t^2} \quad (130)$$

Lineáris trendfüggvény esetén az alapirányzat értéke a t_0 időpontban:

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{t=1}^n y_t - \lambda_1 \cdot \sum_{t=1}^n t}{n} \quad (131)$$

Az exponenciális trendfüggvény egyenlete az alábbi képlettel határozható meg:

$$\hat{y}_{t_\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1^t \quad (132)$$

Exponenciális trendfüggvény esetében a normálegyenletek megadhatók az alábbi összefüggésekkel:

$$\sum_{t=1}^n \log y_t = n \cdot \log \varepsilon_0 + \log \varepsilon_1 \cdot \sum_{t=1}^n t \quad (133)$$

$$\sum_{t=1}^n t \cdot \log y_t = \log \varepsilon_0 \cdot \sum_{t=1}^n t + \log \varepsilon_1 \cdot \sum_{t=1}^n t^2 \quad (134)$$

Az egyenletrendszert szintén egy elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerként megoldva kifejezhetők az ε_0 és ε_1 ismeretlenek.

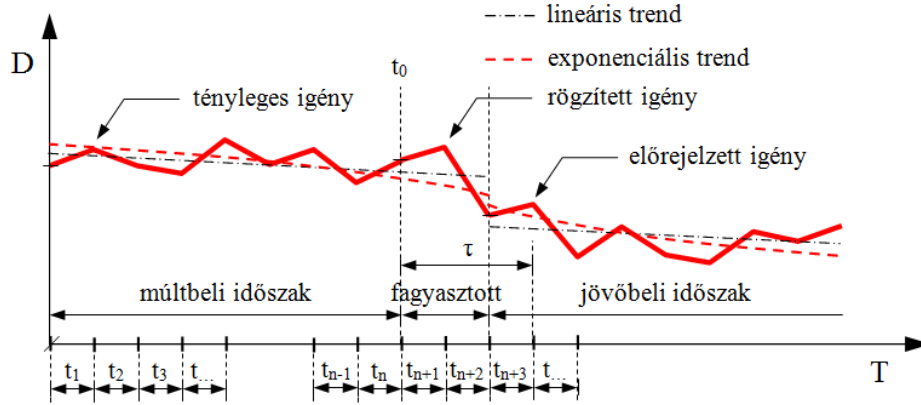
Az exponenciális trendfüggvény időegységnyi átlagos relatív változása az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$\log \varepsilon_1 = \frac{\sum_{t=1}^n \log y_t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t \cdot \log y_t}{(\sum_{t=1}^n t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t^2)} \quad (135)$$

Exponenciális trendfüggvény esetén az alapirányzat értéke a t_0 időpontban:

$$\log \varepsilon_0 = \frac{\sum_{t=1}^n \log y_t - \log \varepsilon_1 \cdot \sum_{t=1}^n t}{n} \quad (136)$$

A múltbeli tényleges felhasználások és a jövőbeni várható igények idősoraira külön-külön végrehajtva a trendszámítást meg kell határozni, hogy melyik típusú regressziós függvény írja le pontosabban a vizsgált cikk igényének az idő függvényében történő változását. Tényleges felhasználásnak lehet tekinteni a már előre rögzített igényként kalkulálható, befagyasztott periódus alatt esedékes igényt, így a múltbeli adatok számszerűsítésekor az idősort a befagyasztott periódus végéig ki lehet terjeszteni (34. ábra).



34. ábra: A múltbeli tényleges felhasználás és a jövőbeni várható igény alakulása lineáris és exponenciális trendek ábrázolásával az idő függvényében [saját szerkesztés] [S10]

A felvett trendtől való eltérések meghatározásakor mindkét regressziós függvénytípus esetében számszerűsíteni kell a reziduális szórást és a relatív reziduális szórást. A reziduális szórás megmutatja az idősor értékek trend szerinti értékektől vett eltéréseinek négyzetes összegét:

$$s_{e_\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t_\lambda})^2}{n}} \quad (137)$$

A relatív reziduális szórás megmutatja, hogy a meghatározott trendfüggvénnyel becsült érték átlagosan mennyivel tér el a valós értéktől. Több függvénytípus alkalmazásával számszerűsített mutatók összehasonlításával eldönthető, hogy a vizsgált idősor milyen típusú trendfüggvénnyel írható le a legpontosabban:

$$V_{e_\lambda} = \frac{s_{e_\lambda}}{\bar{y}_t} \quad (138)$$

A reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén megadható az alábbi összefüggéssel:

$$s_{e_\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t_\varepsilon})^2}{n}} \quad (139)$$

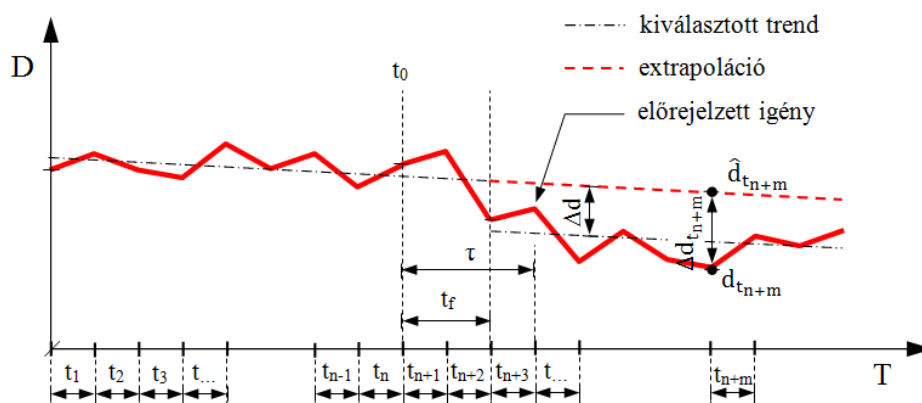
A relatív reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén kifejezhető:

$$V_{e_\varepsilon} = \frac{s_{e_\varepsilon}}{\bar{y}_t} \quad (140)$$

A kapott értékek közül az a függvénytípus illeszkedik pontosabban a vizsgált idősorhoz, amelyik esetében kisebb a reziduális szórás, vagyis az idősor értékeinek a trend szerinti értékektől vett eltéréseinek négyzetes átlaga kedvezőbb értéket tükröz. Hasonlóképpen vizsgálható az illeszkedés a relatív reziduális szórással, mely esetében szintén az alacsonyabb értéket tükröző trendfüggvény a pontosabb.

4.5.3. A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján, a biztonsági készlet meghatározása

Miután az idősor és a felvett trend illeszkedésvizsgálatának eredményeképpen kiválasztásra került a függvénytípus, a továbbiakban megadható az idősor minden egyes periódusához rendelt trendérték valamint a kiválasztott függvény egyenletrendszer. A vizsgálat során célunk az alultervezés mértékének meghatározása, vagyis annak az igénynek a számszerűsítése, amely a vásárolt alkatrész megrendelésének pillanatában előre nem jelzett, ugyanakkor a múltbeli adatok ismeretében várhatóan be fog következni. Ehhez szükséges a tényleges felhasználási igényből számított trendnek az időben előre vetítése, vagyis annak a várható adatsornak a meghatározása, amely a feltárt törvényszerűségek jövőben történő folytatását feltételezi. Az extrapoláció során a jövőbeni időszakokhoz is kiszámítjuk a várható trendértékeket (35. ábra).



35. ábra: A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján a legpontosabban illeszkedő trendfüggvény alkalmazásával [saját szerkesztés] [S10]

Az előre vetített trendértékek illetve a tervezett igényből számított trendértékek ismeretében már felvázolható az alultervezés mértéke. Az extrapoláció eredményeképpen kapott trendértékeket össze lehet hasonlítani az egyes időszakhoz tartozó konkrét tervezett igényvel, valamint a tervezett igényekre számított trendértékekkel. A 35. ábra tükrözi mindkét változatot, Δd -vel jelölve a trendek összehasonlítását, $\Delta d_{t_{n+m}}$ -mel jelölve egy adott t_{n+m} időszakhoz tartozó trendértékek különbségét.

A képletek konkrét igényekkel behelyettesíthetők:

$$y_t = d_t \text{ és } \hat{y}_t = \hat{d}_t \quad (141)$$

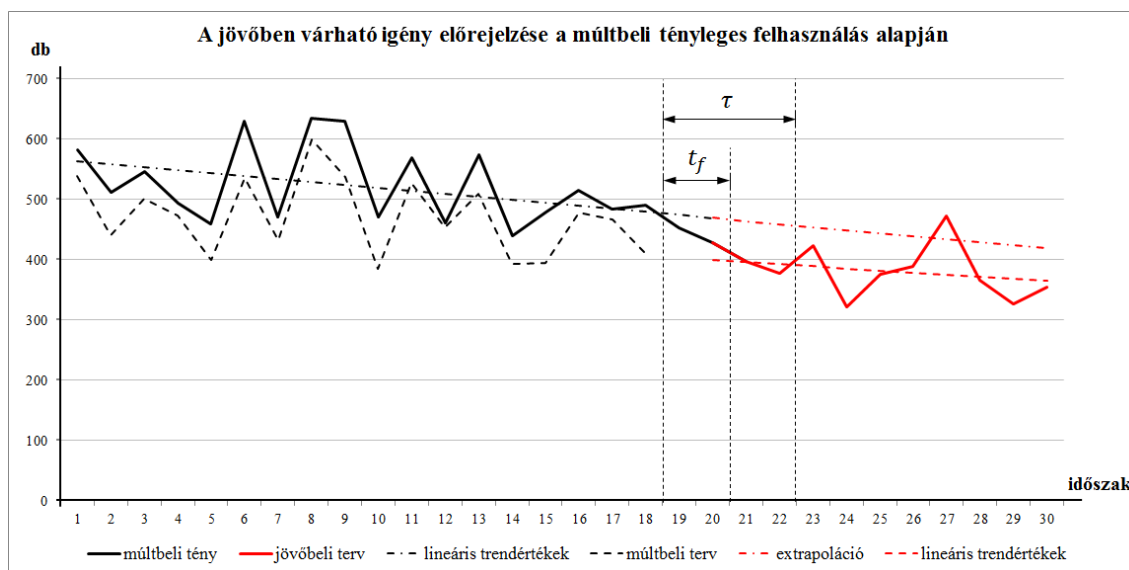
A gyakorlatban megfigyelhető, hogy mivel a befagyasztott periódus igényét a beszállító hátrányára egyoldalúan nem lehet módosítani, a befagyasztott periódus során felmerülő igényváltozást a vevő az azt követő periódusokban érvényesíti, ezért mint kockázatot továbbra is célszerű a befagyasztott időszakra várható igényváltozást betervezni. Ebből következően bár maga az igény erre az időszakra vonatkozóan már tényként kezelhető, a felmerülő igényváltozás várható mértékét a múltbeli adatsorból számított trendértékek alapján lehet meghatározni.

Figyelembe véve a befagyasztott időszak hosszát (t_f) és az arra eső determinisztikus igény mértékét (d_{t_f}) meghatározható a τ készletpótlási időre eső igény alultervezésének mértéke:

$$\Delta d_\tau = \hat{d}_\tau - d_{t_f} - d_{\tau-t_f} \quad (142)$$

A fenti képletek konkrét példa esetében is számszerűsíthetők, melynek részletezését a függelék között bemutatott 10. példán keresztül vezetem le.

A 10. példa adatait a 35. ábra mintájára a 4. diagram szemlélteti, megjelenítve a múltbeli terv és tényadatokat, a jövőbeli időszakokra tervezett igényt és a múltbeli adatsor alapján történő előrejelzést, a teljes időszakra vonatkoztatott trendértékeket, valamint a készletpótlási és a befagyasztott időszakok hosszát.



4. diagram: A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján [saját szerkesztés]

Az igények eltolódásának elemzésekor fontos kihangsúlyozni, hogy nem a múltbeli tervezett és tényleges adatok átlagos értékének, avagy az értékösszegeinek az összehasonlítása a feladat, hanem az egyes időszakokra jellemző terv és tényadatok összevetése, melyből megállapítható, hogy az igények milyen gyakorisággal és mértékkel tolódnak el. Önmagukban az átlag és az értékösszeg összehasonlítása téves eredményhez vezethet, hiszen előfordulhat, hogy az igény kis mértékben folyamatosan felfelé tolódik néhány időszak kivételével, melyek során viszont jelentősebb mértékben tolódik lefelé. Ilyen esetben ugyan a felfelé tolódás a jellemző, azonban az átlagok összehasonlítása ezzel ellentétes eredményre vezetne a kevés számú periódus során bekövetkező jelentősebb mértékű, ellentétes irányú változás következtében. A tervhez viszonyított tényleges igények eltolódását a 19. ábrának megfelelően ebben az esetben is felvázolhatjuk. Az eltérések relatív viszonzyszámként történő meghatározásakor az egyes időszakok igényeinek tervhez viszonyított elmozdulása valamilyen eloszlást fog kirajzolni. Ennek az eloszlásnak a figyelembe vételével szabad csak következtetéseket levonni az igények eltolódásának irányáról és mértékéről.

4.5.4. Az alultervezésből eredő kockázat csökkentésének lehetséges iránya és lépései

Az alultervezésből eredő kockázat csökkentésének két lehetséges iránya van:

- az előrevetített trend ismeretében a megnövelt mennyiséget rendelni;
- a tervezett mennyiséget egy korábbi beérkezési időpontra átütemezni.

Tekintettel arra, hogy az előrejelzésből történő következtetés valamilyen mértékű bizonytalanságot hordoz magában, a gyakorlatban előfordulhat, hogy az alultervezett igény ténylegesen alacsony szinten is marad, így egy esetlegesen megnövelt rendelési mennyiség a készletek szintjének tartós emelkedéséhez, vagy akár elfekvő készletek kialakulásához is vezethet. Ezért ez a választás a gyakorlatban nem javasolt, ugyanakkor ki kell emelni az előnyét is, miszerint a rendelt mennyiség beérkezésének időpontja nem változik, így a szállítás tervezhetőbb.

Ezzel szemben a trendértékek figyelembevételével meghatározott kockázat elkerülhető a tervezett mennyiség beérkezési idejének átütemezésével. Amennyiben az előre jelzett igény ténylegesen alacsonyabb szinten realizálódik, abban az esetben a megrendelt mennyiség beérkezési idejének korábbi időpontra történő átütemezése összességében csak átmeneti készletszint emelkedést jelent, vagyis az eredetileg tervezett mennyiség korábbi beérkezése miatt a készlet korábban áll rendelkezésre. Az átütemezés előnye, hogy az előre jelzett igény nem lett megemelve, így a készletszint tartós emelkedése illetve az elfekvő készletek keletkezése elkerülhető. Ugyanakkor a modell hátrányaként említhető, hogy egy korábbra időzített árubeérkezés a gyakorlatban egyrészt jelentheti a beszállítói lánc sürgetését, az igények átütemezését, másrészt a menetrendszerű szállítási gyakoriságtól eltérő pótlólagos szállítási igényt, ezáltal többlet költségek generálását.

Az alultervezésből eredő kockázat ellátási problémákat okozhat a termelés kiszolgálásában. A gyakorlatban a termelési igény készlettel történő lefedése az alábbi lépéseken keresztül biztosítható:

- múltbeli időszakra vonatkozóan betervezett és tényleges rendelés összehasonlításával a tervezés megbízhatóságának vizsgálata;
- bizonytalan tervezés esetén a vizsgált cikk múltbeli és tervezett igényeinek illetve a befagyasztott időszaknak és a készletpótlási időnek az ábrázolása;
- múltbeli és tervezett igény idősoraira vonatkozó trendértékek meghatározása különböző típusú regressziós függvények alkalmazásával;
- illeszkedésvizsgálattal a legpontosabb becslést adó trendfüggvény típusának meghatározása;
- a kiválasztott trendfüggvénnyel a múltbeli idősor jövőbeni időszakra történő előrejelzése;
- az extrapolációval előrevetített igény és a tervezett igény közötti mennyiség számszerűsítése a készletpótlási időre vonatkozóan, számításba véve a befagyasztott időszak felhasználási igényét;
- a rendelési időpont és a beérkezési időpont átütemezése annak érdekében, hogy a készlet még a megemelkedett szinten realizálódó igényt is időben fedezni tudja.

A modell alkalmazhatóságával kapcsolatosan ki kell hangsúlyozni, hogy csak a vizsgált termék életgörbéjének érettségi szakaszában használható. Felfutási és kifuttatási szakaszokban a múltbeli adatok alapján a jövőre vonatkozóan előrevetített értékek jelentősen eltérhetnek a tervezett igénytől.

5. EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA

5.1. Összefoglalás

Kutatómunkám kitűzött célja volt a beszerzési logisztika készlet- és költséggazdálkodási vonatkozású összefüggéseinek elemzése, logisztikai-matematika modellek megalkotása, melyek során számszerűsíthető a külső és belső vevők igényeinek előre meghatározott szolgáltatási szinten történő kiszolgálásához szükséges készletszintek és azok költségvonzatai, valamint a készletgazdálkodást érintő bemeneti tényezők változásainak költségre és készletre gyakorolt hatása.

A kutatás során a klasszikus készletgazdálkodási elveket követve a készletszint optimalizálását a költségek oldaláról közelítettem meg, vagyis az optimális készletszintnek a legalacsonyabb összköltségből levezetett készletet tekintettem.

Munkám első fejezetében ismertettem a logisztika, a beszerzés és a beszerzési logisztika szerepét és főbb feladatait, szakirodalmi kutatásokra támaszkodva bemutattam a gazdaságos rendelési téteknagyság klasszikus modelljének mintegy egy évszázadot átívelő fejlődését, részletezve a főbb elemzési irányokat és lehetséges változatukat, lehatárolva az általam vizsgált területet. Bemutattam a készletgazdálkodás szempontjából releváns költségtényezők közötti összefüggéseket, majd részletesen ismertettem a kutatási terület alapkövének tekinthető gazdaságos rendelési téteknagyság alapmodelljének determinisztikus környezetben történő működését és a modell kiindulási feltételrendszerét.

A kutatás során az alapmodell kiindulási feltételei közül lépésenként elemezve egy-egy bemeneti tényező változtatásának a készletekre és költségekre gyakorolt hatását vizsgáltam, eljutva a determinisztikus környezetet befolyásoló tényezőkön át a sztochasztikus működési környezet elemzéséig.

Bemutattam a determinisztikus működési környezetben a gazdaságos rendelési téteknagyság modell készlethiányt meg nem engedő és készlethiányt megengedő változatai közötti különbséget.

Készlethiányt meg nem engedő gazdaságos rendelési téteknagyság modell esetében a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő egyes költségtényezőket csoportosítottam aszerint, hogy a rendelési téteknagyság meghatározására hatást gyakorolnak-e. Attól függően, hogy az adott költségtényezők milyen módon befolyásolják egy adott készletezési ciklus költség szintjét illetve a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő teljes költséget, a költségelemeket három csoportba soroltam, melyek a rendelési téteknagyság függvényében változó és fix költségek, illetve a finanszírozással összefüggő költségelemek. A költségek csoportosításának megfelelően módosítottam az adott készletezési ciklusra és a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott beszerzési, készlettartási és teljes költség képleteit.

A készlethiányt megengedő determinisztikus modell esetét tovább elemezve bemutattam a fajlagos készlethiány és a fajlagos készlettartási költségek közötti összefüggéseket, bevezettem egy modellt egyszerűsítő feltételt, mely alkalmazásával a készlethiányt megengedő modell leegyszerűsíthető egy beszerzési és egy készlettartási költségből álló alapmodellre. A fajlagos készlethiány és a fajlagos készlettartási költségeket a mikroökonómia tudományából ismert fogyasztói preferenciát leíró közömbösségi görbékhez hasonlóan egymás függvényében ábrázoltam, költségvetési egyenesként a beszerzési költséget jelenítve meg. A modell segítségével ábrázolható az összköltség

különböző szintvonalon felvett optimális értéke, és az optimális állapothoz rendelhető költségtényezők egymáshoz viszonyított helyzete. Bevezettem az optimalizációs mozgástér fogalmát, mely az optimumtól való eltérés esetén a fajlagos költségtényezők határértékei közötti teret jelöli ki, lehatárolva a költségtényezők felvehető értékeit.

Továbbra is determinisztikus működési környezetet elemezve egy-egy bemeneti tényező változtatásával elvégeztem a tervezett rendelkezésre állás időtartamának és a költségtényezők összköltségre gyakorolt hatásának paraméteres hatásvizsgálatát. Megalkottam az időben történő kiszolgálás szintjében lehetséges változás működési mechanizmusát leíró modellt egy átfogó ábrán keresztül, mely ábra a közös tengelyűknél összeforgatott négy diagram pozitív negyedeit tükrözi.

Sorra vettem a determinisztikus működési környezetet befolyásoló fontosabb tényezőket csoportosítva az időtényező és mennyiségi tényezők mentén, bemutattva a lehetséges felmerülésük okát és helyét.

A kutatómunkát a sztochasztikus működési környezetben folytatva két irányban végeztem az elemzést. Első lépésként a mennyiségi tényező mentén vizsgáltam az igényváltozások hatását a vásárolt alkatrész készletekre és a költségekre, bevezetve a normális eloszlás sűrűségfüggvényét és jellemzőit. Periodikus készletvizsgálatot végeztem sztochasztikus igényváltozás esetén, meghatároztam az elfogadható hiány mértékét és a szolgáltatási szintet, majd elvégeztem az elvárt szolgáltatási szint biztosításához szükséges mértékű biztonsági készlet számszerűsítését.

Az elemzést az időtényező mentén folyamatos készletvizsgálatot folytatva megvizsgálom a szállítási pontosság vásárolt alkatrész készletekre gyakorolt hatását, végül kitérek azokra az esetekre, mely során egyidejűleg az igények is sztochasztikusan változnak, és a készletpótlási idő hosszában is bekövetkezik a tervezetthez képest eltérés.

Bemutattam a készletszint függvényében a készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggéseit, ábrázoltam a különböző szolgáltatási szintekhez megfeleltethető költségszinteket, valamint a sűrűségfüggvény és inverz eloszlás függvény segítségével bemutattam a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét.

Kutatásom utolsó lépéseként megvizsgáltam az átlagos felhasználási igény eltolódása és a vásárolt alkatrészek biztonsági készlete közötti összefüggéseket. A múltbeli időszakból a jövőre előre vetítve trendszámítással meghatároztam az igények várható értékét, összehasonlítva a vevőtől előre jelzett igénnyel, majd meghatároztam az alultervezésből eredő kockázat elkerüléséhez szükséges készlet számszerűsítését és bemutattam a kockázat csökkentésének lépéseit.

5.2. Summary

The purpose of my research work was to analyze the inventory and cost management relationships of purchasing logistics, to create logistic-mathematical models that can quantify the inventory levels and their cost implications for the demands of external and internal customers at a predetermined service level and that can quantify the changes in input factors affecting inventory management and its impact on costs and inventory level.

In the course of the research, following the classic inventory management principles, I approached the optimization of inventory level from the cost point of view, so I considered the inventory derived from the lowest total cost of the optimal inventory level.

In the first chapter of my work I described the role and main tasks of logistics, procurement and purchasing logistics, based on literature researches I presented the development of a classical model of economic order quantity and the relation between the cost factors relevant to inventory management, and I explained in detail the economic order quantity basic model in a deterministic environment and the model's initial conditions.

In the course of the research, I analyzed the baseline conditions of the basic model by analyzing the effect of changing input factors on inventories and costs.

In the deterministic operating environment, I presented the difference between the variants of the economic order quantity model that allow and does not allow inventory shortage.

In the case of an economic order quantity model that does not allow inventory shortages, I grouped certain cost factors related to inventory management according to whether there is an effect on determining the order quantity. Depending on how the cost factors influence the cost level of a given inventory cycle or the total cost of inventory management, I categorized cost elements into three groups, which are variable and fixed costs, or finance related cost elements depending on order quantity. I adjusted the purchasing, inventory, and total cost formulas for the inventory cycle and the entire period under review to group the costs.

I further analyzed the case of a deterministic model with planned shortages, and I presented the relationship between the specific inventory shortage cost and the specific inventory holding costs, and I introduced a simplification for the model that can simplify the inventory shortage model for a basic model of purchasing and inventory holding cost. Specific inventory shortage cost and specific inventory holding cost were presented as a function of the indifference curves describing consumer preferences from the science of microeconomics, showing the purchasing cost as the budget cost. The model can be used to represent the optimal value of the total cost on different levels of the line and the relative position of the cost factors that can be assigned to the optimal state. I introduced the concept of optimization space, which, in case of deviation from the optimum, specifies the space between the specific cost factor limits, restricting the available values of the cost factors.

Analyzing a deterministic operating environment, I performed a parametric impact assessment of the estimated availability time and the impact on the total cost of the cost factors by changing one input factor. I developed a new model describing the operation mechanism of a possible change in the level of timely service through a comprehensive graph, which reflects the positive quarters of four diagrams rotated together by their common axis.

I took into account the most important factors influencing the deterministic operating environment along the time factor and quantitative factors, showing the cause and place of their possible appearance.

Continuing the research in the stochastic operating environment, I conducted the analysis in two directions. As a first step, I examined the effect of changes in demand on inventories and costs of purchased components along the quantitative factor, introducing the normal distribution density function and characteristics. Periodic inventory review was performed in case of stochastic change of demand, I determined the acceptable level of shortages and the level of service, and then quantified the safety stock level required to provide the predetermined service level.

I extended the analysis along the timeframe, examined the impact of the delivery accuracy on purchased parts inventory level, and finally, I presented the cases in which the demands are stochastic and there is also a deviation over the planned replenishment time.

I presented the correlations of inventory shortages and inventory costs depending on inventory level, depicting the cost levels corresponding to the different service levels, and the probability of inventory shortage as a function of the density function and inverse distribution function.

As a last step in my research, I examined the relationship between the shifts of average demand and the safety stock of purchased parts. From the past period I predicted the expected value of the demand by computing the expected value compared to the anticipated demand of the customer, and then I quantified the inventory to avoid the risk of underplanning and presented the steps to reduce the risk.

5.3. Az értekezés tudományos eredményeinek gyakorlati hasznosíthatósága, továbbfejlesztés lehetőségei

Felgyorsult műszaki- és információtechnológiai világunkban a piaci mechanizmusok világméretűvé válása új kihívások elé állítja a termelési illetve összeszerelési tevékenységgel foglalkozó vállalkozásokat. A kiélezett versenyben a vállalkozások csak a működésükre hatást gyakorló tényezők folyamatos nyomon követésével, a negatív hatások minimalizálásával, a versenyelőnyök azonnali kihasználásával tudnak hosszú távon sikeresen fennmaradni. A siker többek között mérhető a haszonnal, ugyanakkor a profitmaximalizálás nem csak a piaci részesedés és az eladási értékek növelésével, hanem a működési költségek egyidejű csökkentésével érhető el. Napjainkban fontos versenytényezőt jelent a beszerzési logisztika folyamatainak minél hatékonyabb működtetése, melynek eredményeképpen optimalizálható a készletszint, minimalizálható a beszerzéssel, készlettartással és a készletek hiányával összefüggésben felmerülő összköltség szintje és biztosítható a belső vevő (termelés) és a vevő egy előre meghatározott szinten történő kiszolgálása.

Az értekezés első felében bemutatott gazdaságos rendelési tétele nagyság modell széles körben történő gyakorlati alkalmazhatósága arra vezethető vissza, hogy az optimális rendelési tétele nagyságtól valamilyen irányban történő eltérés esetén a teljes költség kisebb mértékben változik, köszönhetően a készlettartási és beszerzési költségek ellentétes irányú, egymást valamilyen mértékben ellensúlyozó hatásának. Ez az összefüggés lehetőséget ad arra, hogy a gyakorlatban nehezen megadható költségelemek helyett közelítő értékkel számolhassunk, így a rendelési tétele nagyságok és a rendelések gyakoriságának optimalizálásával a megfelelően megválasztott beszerzési stratégiára visszavezethetően viszonylag kis időráfordítással jelentős költségeket tudjunk megtakarítani. Ehhez szükséges a vállalat működését leginkább jellemző kiindulási feltételeknek megfelelő modell kiválasztása, a költségek körültekintő csoportosítása és számszerűsítése.

Az optimalizációs mozgástér megmutatja az optimális állapottól való eltérést és az optimalizáláshoz szükséges irányt, melynek ismeretében hatékonyabbá válik az optimalizálásra fordított tevékenység.

Az értekezés második felében bemutatott sztochasztikus működési környezet főbb gyakorlati kérdése a működés során felmerülő bizonytalanságok előrejelzése, hatásuk, számszerűsítése és a zavartalan működést veszélyeztető kockázatok csökkentése a megfelelő mértékű biztonsági készletek meghatározásával. A vállalkozások túlnyomó

többsége sztochasztikus környezetben folytatja tevékenységét, így a felmerülő bizonytalanságok előrejelzése, hatásuk számszerűsítése és a zavartalan működést veszélyeztető kockázatok csökkentése fontos eleme a versenyképességnek.

Az igények alultervezéséből eredő kockázat előrejelzésével és megfelelő szintű biztonsági készletek képzésével tovább csökkenthető a vállalat működésének kockázata.

A beszerzési logisztika költség- és készletgazdálkodásának hatékonysága nagymértékben függ a működésükre hatást gyakorló bemeneti tényezők gyakorlatban előforduló változatainak megfigyelésétől és a működési mechanizmusok minél pontosabb modellezésétől. Az értekezés során a legfontosabb bemeneti tényezők vizsgálatát végeztem el determinisztikus és sztochasztikus környezetet feltételezve, a vizsgált paramétereket a 7. táblázat szerint lehatárolva.

A gyakorlatban a legváltozatosabb működési környezet is megfigyelhető, a vizsgált időhorizont hosszától függően a működést befolyásoló bemeneti tényezők mindegyike tetszőleges mértékben, ütemben és irányban változhat, mely változások vizsgálata a modellek továbbfejlesztésének lehetséges irányait jelentik.

Az értekezésben bemutatott modellek egy-egy adott probléma megoldására külön-külön is értelmezhetők, ugyanakkor együttes alkalmazásukkal a kapott eredmények tovább optimalizálhatók. A leírt modellek továbbfejleszthetők több bemeneti tényező együttes változásának modellezésével, avagy a vizsgált hatások egyetlen modellbe foglalásával.

A sztochasztikus változások vizsgálatára bevezetett normális eloszlás függvény helyett az adott tényező működését pontosabban leíró eloszlásfüggvény is a modell továbbfejlesztési lehetőségét jelenti.

A felhasználási igény múltbeli tényadataiból történő előrejelzés esetén a modell kiegészíthető szezonális vizsgálattal és a véletlen hatások számításba vételével, illetve a pontosabb előrejelzés érdekében alkalmazhatók a bemutatott lineáris és exponenciális becslőfüggvények mellett további regressziós függvények is.

További tervezett kutatási irányokat jelentenek:

- a szűkös javak;
- készlethiány esetén a kötbér és a vevő elvesztéséből adódó forgalom kiesés és annak a kieső fedezeti értéke;
- a fix költségek rendelt mennyiség függvényében történő szakaszos változása;
- a változó költségeknek a rendelési mennyiséggel eltérő ütemű változása;
- alternatív beszállítási lehetőség és a termék helyettesíthetőség hiánya;
- termék minőségi probléma és a romlandó áruk köre;
- termék árát érintő diszkont ár és fizetési határidő engedmény;
- a keresletet érintő szezonális valamint több termék egymástól függő kereslete.

Minél pontosabb a bemeneti tényezők viselkedésének meghatározása és minél több paraméter kerül a modellbe, annál összetettebb és ráfordítás igényesebb lesz az elemzés, ugyanakkor annál pontosabb a kapott eredmény és a levonható következtetés. A gyakorlati modellezés megválasztásakor ezzel az ellentétes irányú összefüggéssel számolni kell.

5.4. Az értekezés tézisei

A kutatómunka eredményei az alábbi pontokban összegezhetők tézisszerűen:

1. tézis: Megalkottam egy új modellt, mely alkalmas a fajlagos költségtényezők és a szintvonalak közötti összefüggés, valamint az optimalizációs mozgástér meghatározására [S01] [S17]

Készlethiányt megengedő determinisztikus modell esetén bevezettem egy modellt egyszerűsítő feltételt, mely alkalmazásával a készlethiányt megengedő modell leegyszerűsíthető egy beszerzési és egy készlettartási költségből álló alapmodellre. Kidolgoztam egy modellt, mely révén a fajlagos készlethiány és a fajlagos készlettartási költségeket a mikroökonómia tudományából ismert fogyasztói preferenciát leíró közömbösségi görbékhez hasonlóan egymás függvényében ábrázoltam, költségvetési egyenesként a beszerzési költséget jelenítve meg. A modell segítségével meghatároztam az összköltség különböző szintvonalon felvett optimális értékét, és az optimális állapothoz rendelhető költségtényezők egymáshoz viszonyított helyzetét. Bevezettem az optimalizációs mozgástér fogalmát, mely az optimumtól való eltérés esetén a fajlagos költségtényezők határértékei közötti teret jelöli ki, lehatárolva a költségtényezők felvehető értékeit és megjelenítve az adott költség szint optimális értékhez viszonyított helyzetét, valamint az optimalizáláshoz szükséges elmozdulás irányát.

2. tézis: Függvényszerű kapcsolatot hoztam létre a rendelkezésre állási idő, a rendelési mennyiség és a költségtényezők között [S04]

Meghatároztam az időben történő kiszolgálás szintjében lehetséges változás működési mechanizmusát. Függvényszerű kapcsolatot hoztam létre a rendelkezésre állási idő, a rendelési mennyiség és a költségtényezők között. Meghatároztam a rendelési téteknagyság változásának hatását a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott beszerzési, készlettartási, készlethiány és teljes költségekre. Elvégeztem a tervezett rendelkezésre állás időtartamának és a költségtényezők összköltségére gyakorolt hatásának paraméteres hatásvizsgálatát, feltártam az egyes paraméterek költséget befolyásoló hatását.

3. tézis: Megalkottam egy új matematikai modellt, mely alkalmas a sztochasztikus készletpótlási idő és a sztochasztikus igényváltozások készletekre és költségekre gyakorolt hatásainak meghatározására [S02] [S03] [S05] [S06] [S08] [S11] [S12] [S16] [S18]

Sztochasztikus működési környezetet alapul véve meghatároztam a folyamatos működést biztosító készletszint számszerűsítésének lépéseit, valószínűségi változóként kezelve az igényekben, a készletpótlási időben és azok értékében egyidejűleg bekövetkező változásokat. Meghatároztam a készletezés azon szakaszát, amely esetekben a készletszintek az igények várható értékénél nagyobb, vagy azzal megegyező szintet vehetnek fel. A készletszint függvényében egy modellben adtam meg a készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggéseit. Az igényekben és a készletpótlási időben egyidejűleg bekövetkező változások irányának és különböző erősségű kapcsolatának kifejezésére bevezettem a korrelációs együtthatót valamint az igény és a készletpótlási idő kovarianciáját. A két jelenség között fennálló kapcsolat irányától és erősségétől függően megadtam a biztonsági készlet meghatározásának összefüggéseit.

4. tézis: Kidolgoztam az igény alultervezéséből eredő kockázat előrejelzésére és a szükséges mértékű biztonsági készlet meghatározására szolgáló új modellt [S10]

A modell a múltbeli tervezett és múltbeli tényleges idősorok összehasonlításának eredményéből következtet a jövőben várható igény tényleges mértékének a tervezett szinttől való eltérésének alakulására, és előrejelzi a nem tervezett mértékű készlethiány illetve a túlkészletezés előfordulásának esetét. A modell keretében meghatároztam az alultervezésből adódó esetleges készlethiány elkerüléséhez szükséges biztonsági készlet számszerűsítésének lépéseit és összefüggéseit. Az alultervezés esetét vizsgálva különböző típusú regressziós függvények alkalmazásával meghatároztam a múltbeli és tervezett igény idősoraira vonatkozó trendértékeket, majd illeszkedésvizsgálattal meghatároztam a legpontosabb becslést adó trendfüggvény típusát. A kiválasztott trendfüggvénnyel előrevetítettem a múltbeli idősor jövőbeni időszakra vonatkozó értékeit, illetve az extrapolációval előrevetített igény és a tervezett igény közötti értékek összehasonlításával számszerűsítettem a készletpótlási időre eső igény alultervezésének mértékét, vagyis a szükséges biztonsági készlet szintjét.

5.5. Theses of the dissertation

The results of the research can be summed up in the following points:

Thesis 1: I developed a new model that is suitable for determining the relationship between specific cost factors and cost level and the optimization space [S01] [S17]

In the case of a deterministic model with planned shortages, I introduced a simplification for the model, which can simplify the model with planned shortages to be a basic model of a purchasing and inventory holding cost. I worked out a model to show the specific inventory shortage costs and specific inventory holding costs as a function of the indifference curves describing the consumer preference of microeconomics, showing the purchasing cost as the budget cost. With the help of the model I determined the optimal value of the total cost on different levels and the relative position of the cost factors that can be assigned to the optimum state. I introduced the concept of optimization space, which, when deviating from the optimum, specifies the space between the specific cost factor limits, restricting the input values of the cost factors and displaying the position of the given cost level relative to the optimum value and the direction of the shift needed to optimize.

Thesis 2: I established a functional relationship between availability time, order quantity and cost factors [S04]

I determined the mechanism of operation of a possible change in the level of timely service. I've created a functional relationship between availability time, order quantity, and cost factors. I determined the effect of the change in the order quantity on the purchasing, inventory holding, inventory shortage and total costs for the entire period under review. I carried out the parametric impact assessment of the duration of the planned availability and of the impact on the total cost of the cost factors, and I revealed the effect of the individual parameters on the costs.

Thesis 3: I developed a new mathematical model for determining the effects of stochastic replenishment time and of the stochastic changes in demand on inventories and costs [S02] [S03] [S05] [S06] [S08] [S11] [S12] [S16] [S18]

Based on a stochastic operating environment considering the changes in demand, replenishment time and their value simultaneously as probability variable, I determined the steps for quantifying the stock level ensuring continuous operation. I determined the inventory level that may be higher than or equal to the expected value of the demands. Depending on inventory level, I provided a model of the relationship between inventory shortage costs and inventory holding costs. I introduced the correlation coefficient and the covariance of demand and replenishment time to express the direction of the changes and the different strengths of the changes occurring simultaneously in the demands and the replenishment time. Depending on the direction and strength of the relationship between the two phenomena, I gave the context of determining the safety stock.

Thesis 4: I developed a new model for forecasting the risk of underestimating the demand and determining the required safety stock level [S10]

The model concludes from the result of the comparison of historical fact and historical planned series on the evolution of the actual level of expected demand in the future from the planned level and predicts the occurrence of unplanned inventory shortages and excess inventory. In the framework of the model, I defined the steps and the relationships of the quantification of the safety stock level required to avoid the potential shortages due to underestimation. Using the different types of regression functions, I determined the trend values for the time series of the past and planned demand by using the different types of regression functions. I determined the type of trend function that gave the most accurate estimate with fit analysis. By comparing the values between the forecasted demand and the planned demand, I quantified the values of the underestimation of the demand during the replenishment period thus the level of the required safety stock level.

6. JELÖLÉSEK ÉS RÖVIDÍTÉSEK RENDSZERE

a	– felhasználás üteme, egységnyi idő alatt esedékes állandó felhasználási igény
$C_{d;\tau}$	– igény és a készletpótlási idő kovarianciája
d	– készlettel fedett igény mértéke egy beszerzési cikluson belül
$\bar{d}$	– vizsgált múltbeli időszakok igényének átlagos értéke
d_i	– az i -edik időszakhoz tartozó igény
$d_{\sigma_{\bar{\tau}}}$	– átlagos készletpótlási idő szórására számított igény mértéke
d_t	– a t -edik időszakhoz tartozó igény
$\bar{d}_t$	– adott t -edik periódus alatti igény átlagos szintje
$\hat{d}_t$	– az igény t -edik időszakhoz tartozó trendértéke a kiválasztott trendfüggvény esetén
d_{t_f}	– a fagyasztott periódushoz tartozó igény mértéke
d_{τ}	– készletpótlás idő alatt esedékes igény várható értéke
$d_{\bar{\tau}}$	– átlagos készletpótlási idő alatt esedékes felhasználási mennyiség
$\bar{d}_{\tau}$	– a rendelési pont és a beérkezés közötti időszak átlagos igénye
$\hat{d}_{\tau}$	– a készletpótlási időre eső igény trendfüggvénnyel előrevetített mértéke
$d_{\tau+t}$	– készletpótlás idő és a t -edik periódus alatti igény értéke
$d_{\tau-t_f}$	– a készletpótlási időnek a fagyasztott periódust meghaladó időtartamához tartozó igény tervezett mértéke
h	– hiányt megengedő t készletezési periódusok száma
H	– elfogadott hiány mértéke
K	– készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség a teljes időszak alatt
K'	– készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség a teljes időszak alatt az optimális rendelési tétnagyságtól eltérő rendelési mennyiség esetén
K''	– beszerzett áru értékét magába foglaló készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség a teljes időszak alatt
k_1	– egyszeri beszerzés költsége
k'_1	– egyszeri beszerzés költsége a változást követően
K_1	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség
K'_1	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség az optimális rendelési tétnagyságtól eltérő rendelési mennyiség esetén
k_{1f}	– rendelési tétnagyságtól független egyszeri beszerzési költség
k_{1v}	– rendelési tétnagyság függvényében egyenes arányban változó egyszeri beszerzési költség egy egységre vetített értéke
k_2	– a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége

k'_2	– a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége a változást követően
K_2	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlettartási költség
K'_2	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlettartási költség az optimális rendelési tétele nagyságtól eltérő rendelési mennyiség esetén
k_{2f}	– a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos fix költsége
k_{2v}	– a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos változó költsége
k_3	– a készlethiány időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége
k'_3	– a készlethiány időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége a változást követően
K_3	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlethiány költsége
K'_3	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlethiány költség az optimális rendelési tétele nagyságtól eltérő rendelési mennyiség esetén
$k_{k_2;k_3}$	– készletezési periódusra vetített készlettartás és készlethiány fajlagos költségeinek optimális aránya
m	– a beszerzési költség meredeksége
n	– a vizsgált időszakok száma vagy a teljes időszak alatt esedékes beszerzések optimális száma
p	– az igénykiesés rátája
$P_{\text{készlethiány}}$	– a készlethiány bekövetkezésének valószínűsége
$P_{\text{készletfedezet}}$	– a készlethiány be nem következésének valószínűsége
q	– egyetlen periódusra vonatkoztatott beszerzési igény, rendelési tétele nagyság
Q	– a vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési igény
q'	– tetszőlegesen megválasztott rendelési tétele nagyság
$\bar{q}$	– átlagkészlet szintje
q_c	– készletszint az árubeérkeztetés időpontjában
q_{bizt}	– biztonsági készlet szintje
q_{bizt_d}	– sztochasztikus igényváltozás miatt képzett biztonsági készlet szintje
q_{bizt_τ}	– sztochasztikus készletpótlási idő miatt képzett biztonsági készlet szintje
$\bar{q}_i$	– az i -edik periódus átlagos készletszintje
q_m	– tetszőlegesen megválasztott készletszint a készletezési periódus elején
q_n	– az n -edik periódus újrafeltöltési szintje
q_N	– készletszint a szabadon hozzáférhető készlet rendelkezésre állásának időpontjában
$\bar{q}_n$	– az n -edik periódus átlagos készletszintje
$q_{n\min}$	– az n -edik periódus minimális készletszintje

q_{max}	– maximális készletszint
q'_{max}	– a készletszint lehetséges maximális értéke sztochasztikus igényváltozás esetén
q_{min}	– minimális készletszint
q'_{min}	– a teljes vizsgált időszakra megállapított legalacsonyabb készletszint
q_r	– rendelési jelzőkészlet
r	– a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlettartási ráta
R	– az egy időpontban nyitott rendelések száma
$r_{d;\tau}$	– igény és a készletpótlási idő közötti korrelációs együttható
s	– készlethiány miatt felhalmozott elmaradás mértéke egy beszerzési cikluson belül
s_{e_ε}	– reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén
s_{e_λ}	– reziduális szórás értéke lineáris trendfüggvény esetén
SL	– szolgáltatási szint.
t	– egyetlen készletezési periódus hossza vagy ekvidisztáns idősor, az időváltozót kifejező egymástól azonos távolságra lévő időszakok sorozata
T	– a vizsgált időszak teljes hossza
t_1	– készlettel fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül
t_2	– készlettel nem fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül
t_b	– készletpótlás tervezett beérkezési időpontja
T_C	– árubeérkeztetés időpontja
T_D	– minőségellenőrzés kezdési időpontja
T_E	– átcsomagolás kezdési időpontja, minőségellenőrzés befejezési időpontja
$t_{egys.}$	– vizsgált időszakra vonatkoztatott időegység, a vizsgált készletezési periódusok hossza
t_i	– az i -edik periódus hossza
T_N	– az N -edik tevékenység befejezésének időpontja, vagy a beraktározott szabad készlet rendelkezésre állásának időpontja
T_{N-1}	– az $N - 1$ -edik tevékenység befejezésének időpontja, N -edik tevékenység kezdete
t_r	– rendelés leadásának időpontja
v	– egységnyi mennyiség beszerzési ára
v'	– egységnyi mennyiség beszerzési ára a bekerülési értéket növelő költségekkel módosítva
V_{e_ε}	– relatív reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén
V_{e_λ}	– relatív reziduális szórás értéke lineáris trendfüggvény esetén
y_t	– a vizsgált sorozat t -edik időszakhoz tartozó értéke

$\bar{y}_t$	– a vizsgált sorozat középértéke
$\hat{y}_{t_\varepsilon}$	– a t -edik elem trendértéke exponenciális trendfüggvény esetén
$\hat{y}_{t_\lambda}$	– a t -edik elem trendértéke lineáris trendfüggvény esetén
z	– optimális rendelési tétel nagyságtól történő eltérés mértéke
Z_{SL}	– adott szolgáltatási szinthez, azaz a szolgáltatás elvárt valószínűségéhez a normális eloszlás táblázatból megfeleltethető érték
Δd_τ	– a készletpótlási időre eső igény változásának mértéke
ε_0	– alapirányzat értéke a t_0 időpontban exponenciális trendfüggvény esetén
ε_1^t	– az exponenciális trendfüggvény időegységnyi átlagos relatív változása
λ_0	– alapirányzat értéke a t_0 időpontban lineáris trendfüggvény esetén
λ_1	– a lineáris trendfüggvény meredeksége, azaz időegység alatt egy időszakra jutó átlagos növekedés mértéke
μ	– az igény várható értéke egy adott készletezési periódus során
σ	– egymódusú gyakorisági sor szórása
σ_d	– vizsgált időszak igényének szórása
σ_{d_τ}	– a készletpótlási időre várható igény szórása
$\sigma_{d_{\tau+t}}$	– a készletpótlási időre és a következő készletezési periódusra várható igény szórása
$\sigma_{\bar{\tau}}$	– vizsgált időszak alatt az átlagos készletpótlási idő szórása
τ_4	– a minőségellenőrzésre fordított idő
τ	– készletpótlási idő hossza
$\bar{\tau}$	– vizsgált időszak alatt a készletpótlási idő átlagos szintje
τ_i	– az i -edik időszakhoz tartozó készletpótlási idő
τ_n	– az N -edik tevékenységre fordított idő

7. TÁBLÁZATOK ÉS ÁBRÁK JEGYZÉKE

1. táblázat: Az értekezés vizsgálati területére vonatkozóan a Scopus, Web of Science és ScienceDirect tudományos tárházban 2000 és 2017 október vége között megjelent publikációk száma évenkénti bontásban
2. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárházban 2012 és 2017 október vége között megjelent publikációk címében történő kulcsszavas keresés eredménye
3. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárházban a gazdaságos rendelési tétel nagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között megjelent publikációk és szerzők közötti összefüggés
4. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárházban a gazdaságos rendelési tétel nagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között megjelent cikkek száma a publikációban részt vállaló szerzők száma alapján
5. táblázat: A ScienceDirect tudományos tárházban a gazdaságos rendelési tétel nagyság témakörben 2012 és 2017 október vége között legtöbb cikket publikáló szerzők köre
6. táblázat: Készletgazdálkodás költségeinek csoportosítása
7. táblázat: A gazdaságos rendelési tétel nagyság lehetséges és választott vizsgálati irányai
8. táblázat: Készlet hiányt meg nem engedő készletgazdálkodással kapcsolatos költségek csoportosítása
9. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző igények adatsora
10. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző készletpótlási idők adatsora
11. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző igények és készletpótlási idők adatsora
12. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények adatsora a lineáris trendfüggvény paramétereinek meghatározásához
13. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző készletpótlási idők adatsora az exponenciális trendfüggvény paramétereinek meghatározásához
14. táblázat: Munkatábla: az igények jövőbeni $n = 20$ periódusra várható lineáris és exponenciális trendértékei
15. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények lineáris és exponenciális trendértékektől vett négyzetes eltérései
16. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények ismeretében a jövőbeni periódusokhoz kiszámított trendértékek

1. *ábra:* Beszerzéssel és készlettartással kapcsolatos költségek összefüggése a rendelési téteलगság függvényében a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatva
2. *ábra:* Optimális raktárkészlet, állandó időközű készletfeltöltés és egyenletes intenzitású szükséglet esetén
3. *ábra:* Tervezett készlethiány, a vevői igény a következő periódus elején a készletek beérkezését követően azonnal és teljes mértékben kiszolgálásra kerül
4. *ábra:* Készlettartással és készlethiánnyal kapcsolatos költségek és időtartamok összefüggése egy perióduson belül
5. *ábra:* Készlettartással és készlethiánnyal kapcsolatos költségek kiváltása egy súlyozott fajlagos költség szorzótényezővel
6. *ábra:* A költségtényezők és a szintvonal közötti összefüggés, az optimum pont és a határértékek ábrázolása
7. *ábra:* Összköltség szintvonalának elmozdulása a fajlagos készlettartási és készlethiány költségek arányos változása esetén
8. *ábra:* Összköltség szintvonalának elmozdulása a fajlagos készlettartási költség változása esetén
9. *ábra:* Az optimális rendelési téteलगsághoz rendelhető $\frac{t_1}{t}$ arány, és költség szintek
10. *ábra:* A rendelkezésre állási $\frac{t_1}{t}$ arány változtatásának költségekre gyakorolt hatása rögzített q mennyiség esetén
11. *ábra:* A rendelkezésre állási idő, a rendelési mennyiség és a három költségtényező közötti összefüggés rögzített q mennyiség esetén
12. *ábra:* A fajlagos költségtényezők és az egyszeri beszerzési költség arányos mértékű növekedésének összköltségre gyakorolt hatása
13. *ábra:* Költségek alakulása változó rendelési mennyiség függvényében, rögzített fajlagos költségtényezők és rögzített egyszeri beszerzési költség esetén
14. *ábra:* Költségek alakulása rögzített rendelési mennyiség, rögzített fajlagos költségtényezők és változó beszerzési költség esetén
15. *ábra:* Összköltség alakulása a rendelési mennyiség optimális szintjétől való elmozdulás függvényében
16. *ábra:* Készletszint elvi alakulása a szükséglet és a készletpótlási idő determinisztikus jellege esetén
17. *ábra:* A konstans igény és a kétirányú, tervezett változás összefüggése
18. *ábra:* Változó mértékű felhasználási igények és a készletszintek közötti összefüggés
19. *ábra:* A tervhez viszonyított tényleges igények gyakorisági sora
20. *ábra:* A normális eloszlás sűrűségfüggvénye és jellemzői
21. *ábra:* Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén
22. *ábra:* Biztonsági készlet hatása a készlethiány bekövetkezésének valószínűségére
23. *ábra:* Igényingadozások lefedettségének valószínűsége a készletszint változásának függvényében

- 24. *ábra*: Periodikus készletvizsgálat összefüggései
- 25. *ábra*: Változó mértékű szállítási pontosság és a készletszintek közötti összefüggés
- 26. *ábra*: Az átlagkészlet alakulása különböző hosszúságú időtartamok esetén
- 27. *ábra*: Folyamatos készletvizsgálat sztochasztikus készletpótlási idő esetén
- 28. *ábra*: A folyamatos készletvizsgálat összefüggései
- 29. *ábra*: Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén (sűrűségfüggvény)
- 30. *ábra*: Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén (inverz eloszlásfüggvény)
- 31. *ábra*: Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében
- 32. *ábra*: Igényváltozások, tervezett és tényleges igény alakulása az idő függvényében
- 33. *ábra*: A múltbeli tényleges felhasználás és a jövőbeni várható igény alakulása az idő függvényében
- 34. *ábra*: A múltbeli tényleges felhasználás és a jövőbeni várható igény alakulása lineáris és exponenciális trendek ábrázolásával az idő függvényében
- 35. *ábra*: A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján a legpontosabban illeszkedő trendfüggvény alkalmazásával

- 1. *diagram*: Scopus, Web of Science és ScienceDirect tudományos táarakban 2000 és 2017 október vége között megjelent publikációk száma kulcsszavas keresés alapján
- 2. *diagram*: A költségtényezők és a szintvonal közötti összefüggés, az optimum pont és a határértékek ábrázolása
- 3. *diagram*: A múltbeli $n = 40$ periódus igényének sűrűségfüggvénye és az elvárt szolgáltatási szint
- 4. *diagram*: A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján

8. IRODALOMJEGYZÉK

8.1. Nyomtatott és elektronikus formában megjelent publikációk

8.1.1. Lektorált idegen nyelvű folyóiratcikk

- [S01] **János Korponai**, Ágota Bányainé Tóth, Béla Illés: *Context of the inventory management expenses in the case of planned shortages*. Engineering Management in Production and Services, vol. 9, Issue 1 (2017), ISSN 2543-6597, pp. 26–35. DOI: 10.1515/emj-2017-0003
- [S02] **János Korponai**, Ágota Bányainé Tóth, Béla Illés: *The Effect of the Safety Stock on the Occurrence Probability of the Stock Shortage*. Management and Production Engineering Review, vol. 8, Issue 1 (2017), ISSN 2080-8208, pp. 69–77. DOI: 10.1515/mper-2017-0008
- [S03] **János Korponai**, Ágota Bányainé Tóth, Béla Illés: *Effect of the Safety Stock on the Probability of Occurrence of the Stock Shortage*. Procedia Engineering, vol. 182 (2017), ISSN 1877-7058, pp. 335–341. doi: 10.1016/j.proeng.2017.03.106
- [S04] **János Korponai**, Ágota Bányai, Béla Illés: *Sensibility analysis of the planned availability period and of the impact of the cost factors on total costs*. Advanced Logistic Systems, vol. 10, No. 1 (2016), HU ISSN 1789-2198, pp. 13–28.
- [S05] **János Korponai**, Ágota Bányai, Béla Illés: *The effect of the supply accuracy and the demand-changes on the inventories and on the costs*. Advanced Logistic Systems, vol. 9, No.1 (2015), HU ISSN 1789-2198, pp. 5–16.
- [S06] **János Korponai**, Ágota Bányainé Tóth, Béla Illés: *The effect of the supply accuracy on the inventories*. Production systems and information engineering, Publication of the University of Miskolc, vol. 7 (2015), HU ISSN 1785-1270, pp. 15–31.
- [S07] **János Korponai**, Ágota Bányai, Béla Illés: *The effect of different packaging concepts on logistical costs and stocks*. Advanced Logistic Systems, vol. 8, No.2 (2014), HU ISSN 1789-2198, pp. 35–50.

8.1.2. Lektorált magyar nyelvű folyóiratcikk

- [S08] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Az igényváltozások hatása a vásárolt alkatrész készletekre és a költségekre*. Repüléstudományi közlemények, XXVIII. évfolyam, 2016. 2. szám, pp. 15–31.
- [S09] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Közúti és légi kombinált fuvarozás közötti választás a földrajzi elhelyezkedés és az átfutási idő függvényében*. Repüléstudományi közlemények, XXVII. évfolyam, 2015. 1. szám, pp. 140–147.

8.1.3. Konferencia kiadványban megjelent lektorált idegen nyelvű cikk

- [S10] **János Korponai**, Ágota Bányainé Tóth, Béla Illés: *The context between the shift of average demand and the safety stock of purchased parts*. LECTURE NOTES

IN MECHANICAL ENGINEERING 1: pp. 275–285. (2017) Vehicle and Automotive Engineering - Proceedings of the JK2016. Miskolc, Magyarország: 2016.11.17 -2016.11.18. DOI: 10.1007/978-3-319-51189-4_26

- [S11] **János Korponai**, Ágota Bányai, Béla Illés: *The effect of the demand changes on the inventories*. Proceedings of the 8th International Doctoral Student Workshop on Logistics, Otto-von-Guericke University Magdeburg, 23.06.2015., Magdeburg, ISBN 978-3-944722-29-0, pp. 29–34.
- [S12] **János Korponai**, Ágota Bányai, Béla Illés: *The Effect of the Demand-Changes on the Inventories*. Proceedings of the 26th DAAAM International Symposium, pp. 1068–1075, B. Katalinic (Ed.), ISBN 978-3-902734-07-5, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/26th.daaam.proceedings.150
- [S13] **János Korponai**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *The function of the replenishment time in the purchasing*. Proceedings of the 3rd International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering (ISCAME 2015), University of Debrecen, 19.11.2015. Debrecen, ISBN 978-963-473-917-3, pp. 90–95.

8.1.4. Konferencia kiadványban megjelent lektorált magyar nyelvű cikk

- [S14] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Hatékony költséggazdálkodás az optimális rendelési tétele nagyság meghatározásával*. "30 éves a békéscsabai felsőoktatás" jubileumi konferencia kiadványa, Békéscsaba, Szent István Egyetem, Gazdasági, Agrár- és Egészségtudományi Kar, 2016.05.05., Árpási Zoltán, Bodnár Gábor, Gurzó Imre (szerk.): A magyar gazdaság és társadalom a 21. század globalizálódó világában, 1. kötet, pp. 163–168. ISBN 978-963-269-569-3
- [S15] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Optimális rendelési pont meghatározása valós készletpótlási idő esetén determinisztikus működési környezetben*. "30 éves a békéscsabai felsőoktatás" jubileumi konferencia kiadványa, Békéscsaba, Szent István Egyetem, Gazdasági, Agrár- és Egészségtudományi Kar, 2016.05.05., Árpási Zoltán, Bodnár Gábor, Gurzó Imre (szerk.): A magyar gazdaság és társadalom a 21. század globalizálódó világában, 1. kötet, pp. 169–175. ISBN 978-963-269-569-3
- [S16] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Igényváltozások, időhorizontok és a készlet szint közötti összefüggés*. XXX. microCAD Nemzetközi Multidiszciplináris Tudományos Konferencia kiadványa, Miskolci Egyetem, 2016.04.21-2016.04.22. Mechatronika és Logisztika Szimpózium, C1/11. ISBN 978-963-358-113-1
- [S17] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *A készletgazdálkodás költségeinek összefüggései*. MŰSZAKI TUDOMÁNY AZ ÉSZAK-KELET MAGYARORSZÁGI RÉGIÓBAN c. konferencia kiadványa, Debrecen, 2016.05.25., Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága, pp. 245–252. ISBN 978-963-7064-33-3
- [S18] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Az igényváltozás és a szállítási pontosság hatása a vásárolt alkatrész készletekre*. Tudomány és innováció a lokális és globális fejlődésért c. Nemzetközi Tudományos

Konferencia kiadványa, 2015.11.19., Szent István Egyetem, Békéscsaba, ISBN 978-963-269-512-9, pp. 123–129.

- [S19] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Vállalatok közötti stratégiai együttműködés. MŰSZAKI TUDOMÁNY AZ ÉSZAK-KELET MAGYARORSZÁGI RÉGIÓBAN* c. konferencia kiadványa, Debrecen, 2015. 06.11., Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága, ISBN 978-963-7064-32-6, pp. 127–134.
- [S20] **Korponai János**, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla: *Mutatószámok vizsgálata a vállalati logisztikai rendszerben. XXIX. microCAD Nemzetközi Multidiszciplináris Tudományos Konferencia kiadványa*, Miskolci Egyetem, 2015.04.09-2015.04.10. Mechatronika és Logisztika Szimpózium, C1/13., ISBN 978-963-358-061-5

8.2. Felhasznált irodalom

- [L01] **Aggarwal S. P., Jaggi C. K.** (1995). *Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments*, Journal of the Operational Research Society, vol. 46. (1995), pp. 658–662.
- [L02] **Ammar B. O., Dolgui A., Gamberi M., Hnaien F., Louly M. A.** (2013). *Supply planning and inventory control under lead time uncertainty: A review*, 7th IFAC International Federation of Automatic Control Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control, Saint Petersburg, Russia, International Federation of Automatic Control Proceedings Volumes, vol. 46. (2013), ISBN 978-3-902823-35-9, pp. 359–370.
- [L03] **Andler K.** (1929). *Rationalisierung der Fabrikation und optimale Losgröße*, München, R. Oldenbourg
- [L04] **Andriolo A., Battini D., Grubbström R. W., Persona A., Sgarbossa F.** (2014). *A century of evolution from Harris's basic lot size model: Survey and research agenda*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 16–38.
- [L05] **Andriolo A., Battini D., Gamberi M., Sgarbossa F., Persona A.** (2013). *1913-2013: The EOQ theory and next steps towards sustainability*, 7th IFAC International Federation of Automatic Control Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control, Saint Petersburg, Russia, International Federation of Automatic Control Proceedings Volumes, vol. 46. (2013), ISBN 978-3-902823-35-9, pp. 1708–1713.
- [L06] **Arcelus F. J., Srinivasan G.** (1993). *Delay of payments for extra ordinary purchases*, Journal of the Operational Research Society, vol. 44. (1993), pp. 785–795.
- [L07] **Bahari-Kashani H.** (1989). *Replenishment Schedule for Deteriorating Items with Time-Proportional Demand*, Journal of the Operations Research Society, vol. 40. (1989), pp. 75–81.
- [L08] **Barbosa L. C., Friedman M.** (1978). *Deterministic inventory lot-size models – a general root law*, Management Science, vol. 24. (1978), pp. 819–826.
- [L09] **Battini D., Persona A., Sgarbossa F.** (2014). *A sustainable EOQ model: Theoretical formulation and applications*, International Journal of Production Economics, vol. 149. (2014), pp. 145–153.
- [L10] **Bazan E., Jaber M. Y., Zanoni S.** (2015). *Supply chain models with greenhouse gases emissions, energy usage and different coordination decisions*, Applied Mathematical Modelling, vol. 39. (2015) (Issue 17), pp. 5131–5151.
- [L11] **Bazan E., Jaber M. Y., Zanoni S.** (2016). *A review of mathematical inventory models for reverse logistics and the future of its modeling: An environmental perspective*, Applied Mathematical Modelling, vol. 40. (2017) (Issues 5–6), pp. 4151–4178.
- [L12] **Bohács G.** (2015). *Folyamatmodellezés és szimuláció*, Széchenyi István Egyetem, Győr, 66 p., ISBN 978-615-5391-74-3

- [L13] **Böventer E.** (1991). *Einführung in die Mikroökonomie*, R. Oldenbourg Verlag GmbH., München, ISBN 3-486-21993-6
- [L14] **Buzacott J. A.** (1975). *Economic Order Quantities with Inflation*, Operational Research Quarterly (1970-1977), vol. 26. (1975), No. 3, Part 1 (Sep., 1975), pp. 553–558.
- [L15] **Cárdenas-Barrón L. E., Chung K-J., Treviño-Garza G.** (2014). *Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford Whitman Harris*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 1–7.
- [L16] **Cárdenas-Barrón L. E., Chung E. J., Treviño-Garza G.** (2014). *Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford Whitman Harris*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 1–7.
- [L17] **Cárdenas-Barrón L. E., Sana S. S.** (2014). *A production-inventory model for a two-echelon supply chain when demand is dependent on sales teams' initiatives*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 249–258.
- [L18] **Cárdenas-Barrón L. E., Sana S. S.** (2015). *Multi-item EOQ inventory model in a two-layer supply chain while demand varies with promotional effort*, Applied Mathematical Modelling, vol. 39. (2015) (Issue 21), pp. 6725–6737.
- [L19] **Cárdenas-Barrón L. E., Sarkar B., Treviño-Garza G.** (2013). *An improved solution to the replenishment policy for the EMQ model with rework and multiple shipments*, Applied Mathematical Modelling, vol. 37. (2013) (Issue 7), pp. 5549–5554.
- [L20] **Carr C. R., Howe C. W.** (1962). *Optimal Service Policies and Finite Time Horizons*, Management Science, vol. 9. (1962), pp. 126–140.
- [L21] **Chang C-T., Ouyang L-Y., Teng J-T.** (2003). *An EOQ model for deteriorating items under supplier credits linked to ordering quantity*, Applied Mathematical Modelling, vol. 27. (2003), no. 12, pp. 983–996.
- [L22] **Chen S-C., Cárdenas-Barrón L. E., Teng J-T.** (2014). *Retailer's economic order quantity when the supplier offers conditionally permissible delay in payments link to order quantity*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 284–291.
- [L23] **Covert R. P., Philip G. C.** (1973). *An EOQ model with Weibull distribution deterioration*, American Institute of Industrial Engineers Transaction, vol. 5. (1973), pp. 323–326.
- [L24] **Cselényi J., Illés B.** (szerk.) (2004). *Logisztikai rendszerek I.*, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc
- [L25] **Cselényi J., Illés B.** (szerk.) (2006). *Anyagáramlási rendszerek tervezése és irányítása*, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, ISBN 963 661 672 8
- [L26] **Csernyák L.** (szerk.) (2014). *Analízis – Matematika a közgazdasági alapképzés számára*, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest, ISBN 978-963-19-5895-9
- [L27] **Csernyák L.** (szerk.) (2007). *Valószínűesszámitás – Matematika a közgazdasági alapképzés számára*, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest, ISBN 978-963-19-5949-9

- [L28] **Dave U.** (1989). *On a Heuristic Inventory – Replenishment Rule for Items with a Linearly Increasing Demand Incorporating Shortages*, Journal of the Operational Research Society, vol. 40. (1989) (9), pp. 827–830.
- [L29] **Dave U., Patel L. K.** (1981). *(T, S1) policy inventory model for deteriorating items with time proportional demand*, Journal of the Operational Research Society, vol. 32. (1981), pp. 137–142.
- [L30] **De S. K., Sana S. S.** (2013). *Fuzzy order quantity inventory model with fuzzy shortage quantity and fuzzy promotional index*, Economic Modelling, vol. 31. (2013), pp. 351–358.
- [L31] **Deb M., Chaudhuri K. S.** (1987). *A note on the heuristic for replenishment of trended inventories considering shortages*, Journal of the Operational Research Society, vol. 38. (1987), pp. 459–463.
- [L32] **Demeter K.** (szerk.) (2014). *Termelés, szolgáltatás, logisztika – az értékteremtés folyamatai*, Wolters Kluwer Kft., Budapest, ISBN 978 963 295 384 7
- [L33] **Diabat A.** (2014). *Hybrid algorithm for a vendor managed inventory system in a two-echelon supply chain*, European Journal of Operational Research, vol. 238. (2014) (Issue 1), pp. 114–121.
- [L34] **Diabat A., Al-Salem M.** (2015). *An integrated supply chain problem with environmental considerations*, International Journal of Production Economics, vol. 164. (2015), pp. 330–338.
- [L35] **Donaldson W. A.** (1977). *Inventory replenishment policy for a linear trend in demand – an analytical solution*, Operational Research Quarterly, vol. 28. (1977), pp. 663–670.
- [L36] **Erlenkotte D.** (2014). *Ford Whitman Harris's economical lot size model*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 12–15.
- [L37] **Freedman D., Pisani R., Purves R.** (2005). *Statisztika – Statisztikai módszerek a társadalomkutatásban*, Typotex Kiadó, Budapest, ISBN 963 9548 63 4
- [L38] **Ghare P. M., Schrader G. F.** (1963). *A model for an exponentially decaying inventory*, Journal of Industrial Engineering, vol. 14. (1963), pp. 238–243.
- [L39] **Giri B. C., Goswami A., Chaudhuri K. S.** (1996). *An EOQ model for deteriorating items with time varying demand and costs*, Journal of the Operational Research Society, vol. 47. (1996), pp. 1398–1405.
- [L40] **Giri B. C., Pal S., Goswami A., Chaudhuri K. S.** (1996). *An inventory model for deteriorating items with stock-dependent demand rate*, European Journal of Operational Research, vol. 95. (1996), pp. 604–610.
- [L41] **Glock C. H., Grosse E. H., Ries J. M.** (2014). *The lot sizing problem: A tertiary study*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 39–51.
- [L42] **Goswami A., Chaudhuri K. S.** (1991). *An EOQ Model for Deteriorating Items with Shortages and a Linear Trend Demand*, Journal of the Operational Research Society, vol. 42. (1991), pp. 1105–1110.
- [L43] **Goyal S. K.** (1985). *Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments*, Journal of the Operational Research Society, vol. 36. (1985), pp. 335–338.

- [L44] **Goyal S. K.** (1988). *Economic ordering policy for jointly replenished items*, International Journal of Production Research, vol. 26. (1988) (7), pp. 1237–1240.
- [L45] **Goyal S. K., Morin D., Nebebe F.** (1992). *The finite horizon trended inventory replenishment problem with shortage*, Journal of the Operational Research Society, vol. 43. (1992), pp. 1173–1178.
- [L46] **Gubán Á.** (szerk.) (2013). *Logisztika – Felvetések, példák, válaszok*. SALDO Pénzügyi Tanácsadó és Informatikai Zrt., Budapest, 352 p., ISBN 978-963-638-452-4
- [L47] **Gudehus T.** (2004). *Logistik: Grundlagen · Strategien · Anwendungen*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-24113-3
- [L48] **Halászné S. E.** (2003). *Logisztika – szolgáltatások, versenyképesség*, Logisztikai Fejlesztési Központ – Magyar Világ Kiadó, ISBN 963 9075 264
- [L49] **Hanssman F.** (1962). *Operations Research in Production and Inventory Control*, New York, London, John Wiley and Sons, Inc., 1962, XII, pp. 254.
- [L50] **Hariga M., Benkherouf L.** (1994). *Optimal and Heuristic Inventory Replenishment Models for Deteriorating Items with Exponential Time Varying Demand*, European Journal of Operations Research, vol. 79. (1994), pp. 123–137.
- [L51] **Hariga M.** (1995). *An EOQ Model for Deteriorating Items with Shortages and Time Varying Demand*, Journal of the Operational Research Society, vol. 46. (1995), pp. 398–404.
- [L52] **Harris F. W.** (1913). *How Many Parts to Make at Once*, Factory, The Magazine of Management, vol. 10. (1913), pp. 135–136, 152.
- [L53] **Henery R. J.** (1979). *Inventory replenishment policy for increasing demand*, Journal of the Operational Research Society, vol. 30. (1979), pp. 611–617.
- [L54] **Hollier R. H., Mak K. L.** (1983). *Inventory replenishment policies for deteriorating items in declining market*, International Journal of Production Research, vol. 21. (1983), pp. 813–826.
- [L55] **Holmbom M., Segerstedt A.** (2014). *Economic Order Quantities in production: From Harris to Economic Lot Scheduling Problems*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 82–90.
- [L56] **Huang B., Wu A.** (2016). *EOQ model with batch demand and planned backorders*, Applied Mathematical Modelling, vol. 40. (2016) (Issue 9-10), pp. 5482–5496.
- [L57] **Illés B., Glistau E., Coello Machado N. I.** (2007). *Logisztika és Minőségmenedzsment*, Miskolc, ISBN 978-963-87738-0-7
- [L58] **Illés I-né.** (szerk.) (2002). *Társaságok pénzügyei*, SALDO Pénzügyi Tanácsadó és Informatikai Rt., Budapest, ISBN 963-638-025-2
- [L59] **Jaber M. Y., Zaroni S., Zavanella L. E.** (2013). *An entropic economic order quantity (EnEOQ) for items with imperfect quality*, Applied Mathematical Modelling, vol. 37. (2013) (Issue 6), pp. 3982–3992.
- [L60] **Jaber M. Y., Zaroni S., Zavanella L. E.** (2014). *Economic order quantity models for imperfect items with buy and repair options*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 126–131.

- [L61] **Kannan D., Diabat A., Alrefaei M., Govindan K., Yong G.** (2012). *A carbon footprint based reverse logistics network design model*, Resources, Conservation and Recycling, vol. 67. (2012), pp. 75–79.
- [L62] **Khan M., Jaber M. Y., Ahmad A-R.** (2014). *An integrated supply chain model with errors in quality inspection and learning in production*, Omega, vol. 42. (2014) (Issue 1), pp. 16–24.
- [L63] **Khouja M., Goyal S.,** (2008). *A review of the joint replenishment problem literature: 1989–2005*, European Journal of Operational Research, vol. 186. (2008) (Issue 1), pp. 1–16.
- [L64] **King, L. P.** (2011). *Crack the code: understanding safety stock and mastering its equations*, APICS magazine - The Performance Advantage, APICS The Association for Operations Management, vol. 21. (2011) (Issue 4), pp. 33–36.
- [L65] **Koltai T.** (2009). *Termelésmenedzsment*, BME GTK – Typotex Kiadó, Budapest, ISBN 978 963 279 035 0, ISSN 1787-9655
- [L66] **Kopányi M.** (szerk.) (2009). *Mikroökonómia*, Akadémia Kiadó ZRt., Budapest, ISBN 9789630585675
- [L67] **Korpás A.-né** (szerk.) (2012). *Általános statisztika I.*, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest, ISBN 9789631955071
- [L68] **Korpás A.-né** (szerk.) (2011). *Általános statisztika II.*, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest, ISBN 9789631927818
- [L69] **Körmendi L., Pucsek J.** (2008). *A logisztika elmélete és gyakorlata*, SALDO Pénzügyi Tanácsadó és Informatikai Rt., Budapest, ISBN 978 963 638 275 9, ISSN 1789–5103
- [L70] **Kövesi J., Topár J.** (szerk.) (2006). *A minőségmenedzsment alapjai*, BME GTK – Typotex Kiadó, Budapest, ISBN 963 9664 11 1, ISSN 1787-9655
- [L71] **Krampe H., Lucke H-J., Schenk M.** (2012). *Grundlagen der Logistik*, Huss-Verlag GmbH, München, ISBN 978-3-941418-80-6
- [L72] **Kulcsár B.** (1998). *Ipari logisztika*, LSI Oktatóközpont, Budapest, ISBN 963 577 242 4
- [L73] **Kummer S., Grün O., Jammernegg W.** (2009). *Grundzüge der Beschaffung, Produktion, Logistik*, Pearson Studium, München, ISBN 978-3-8273-7351-9
- [L74] **Lengyel I., Szakács A.** (2000). *Gazdaságmatematikai és statisztikai szakszótár*, EKTF Líceum Kiadó, Eger
- [L75] **Mishra R. B.** (1975). *Optimum production lot size model for a system with deteriorating inventory*, International Journal of Production Research, vol. 13. (1975), pp. 495–505.
- [L76] **Mousavi S. M., Hajipour V., Niaki S. T. A., Alikar N.** (2013). *Optimizing multi-item multi-period inventory control system with discounted cash flow and inflation: Two calibrated meta-heuristic algorithms*, Applied Mathematical Modelling, vol. 37. (2013) (Issue 4), pp. 2241–2256.
- [L77] **Murdeswar T. M.** (1988). *Inventory Replenishment Policy for Linearly Increasing Demand Considering Shortages – An Optimal Solution*, Journal of the Operational Research Society, vol. 39. (1988) (7), pp. 687–692.

- [L78] **Naddor E.** (1966). *Inventory Systems*, John Wiley & Sons, New York, U.S.A.
- [L79] **Pal B., Sana S. S., Chaudhuri K.** (2012). *Multi-item EOQ model while demand is sales price and price break sensitive*, *Economic Modelling*, vol. 29. (2012) (Issue 6), pp. 2283–2288.
- [L80] **Petres T., Tóth L.** (2001). *Statisztika*, JATEPress Kiadó, Szeged, ISBN 315-978-000-153-4
- [L81] **Porteus E. L.** (1986). *Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction*, *Operations Research*, vol. 34. (1986), no. 1, pp. 137–144.
- [L82] **Prezenszki J.** (szerk.) (2006). *Logisztika I.*, BME Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, ISBN 963 431 796 0, ISSN 0865-3313
- [L83] **Prezenszki J.** (szerk.) (2010). *Raktározás-logisztika*, Ameropa Kiadó, Budapest, ISBN 978-963-06-8670-9
- [L84] **Ritchie E.** (1980). *Practical inventory replenishment policies for a linear trend in demand followed by a period of steady demand*, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 31. (1980), pp. 605–613.
- [L85] **Ritchie E.** (1984). *The EOQ for linear increasing demand – a simple optimal solution*, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 35. (1984), pp. 949–952.
- [L86] **Roldán R. F., Basagoiti R., Coelho L. C.** (2016). *A survey on the inventory-routing problem with stochastic lead times and demands*, *Journal of Applied Logic*, Available online (2016)
- [L87] **Rosenblatt M. J., Lee H. L.** (1986). *Economic production cycles with imperfect production processes*, *IIE Transactions*, vol. 18. (1986), no. 1, pp. 48–55.
- [L88] **Sakaguchi M.** (2009). *Inventory model for an inventory system with time-varying demand rate*, *International Journal of Production Economics*, vol. 122. (2009) (Issue 1), pp. 269–275.
- [L89] **Sana S. S., Chedid J. A., Navarro K. S.** (2014). *A three layer supply chain model with multiple suppliers, manufacturers and retailers for multiple items*, *International Applied Mathematics and Computation*, vol. 229. (2014), pp. 139–150.
- [L90] **San-José L. A., Sicilia J., González-De-la-Rosa M., Febles-Acosta J.** (2017). *Optimal inventory policy under power demand pattern and partial backlogging*, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 46. (2017), pp. 618–630.
- [L91] **Sarkar B.** (2013). *A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management*, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37. (2013) (Issue 5), pp. 3138–3151.
- [L92] **Sarkar B., Cárdenas-Barrón L. E., Sarkar M., Singgih M. L.** (2014). *An economic production quantity model with random defective rate, rework process and backorders for a single stage production system*, *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 33. (2014) (Issue 3), pp. 423–435.
- [L93] **Sarkar B., Gupta H., Chaudhuri K., Goyal S. K.** (2014). *An integrated inventory model with variable lead time, defective units and delay in payments*, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 237. (2014), pp. 650–658.

- [L94] **Sarkar B., Mandal B., Sarkar S.** (2015). *Quality improvement and backorder price discount under controllable lead time in an inventory model*, Journal of Manufacturing Systems, vol. 35. (2015), pp. 26–36.
- [L95] **Sarkar B., Moon I.** (2014). *Improved quality, setup cost reduction, and variable backorder costs in an imperfect production process*, International Journal of Production Economics, vol. 155. (2014), pp. 204–213.
- [L96] **Sarkar B., Saren S., Wee H-M.** (2013). *An inventory model with variable demand, component cost and selling price for deteriorating items*, Economic Modelling, vol. 30. (2013), pp. 306–310.
- [L97] **Sarkar B., Sarkar S.** (2013). *An improved inventory model with partial backlogging, time varying deterioration and stock-dependent demand*, Economic Modelling, vol. 30. (2013), pp. 924–932.
- [L98] **Sarkar T., Ghosh S. K., Chaudhuri K. S.** (2012). *An optimal inventory replenishment policy for a deteriorating item with time-quadratic demand and time-dependent partial backlogging with shortages in all cycles*, Applied Mathematics and Computation, vol. 218. (2012) (Issue 18), pp. 9147–9155.
- [L99] **Shah Y. K., Jaiswal M. C.** (1977). *An order level inventory model for a system with constant rate of deterioration*, Operational Research, vol. 14. (1977) (3), pp. 174–184.
- [L100] **Silver E. A.** (2008). *Inventory Management: a Tutorial, Canadian Publications, Practical Applications and Suggestions for Future Research*, INFOR Information Systems and Operational Research, vol. 46. (1) (2008), pp. 15–28.
- [L101] **Silver E. A., Meal H. C.** (1969). *A simple modification of the EOQ for the case of varying demand rate*, Production and Inventory Management, vol. 10. (1969) (4), pp. 52–65.
- [L102] **Silver E. A., Meal H. C.** (1973). *A heuristic for selecting lot size quantities for the case of a deterministic time-varying demand rate and discrete opportunities for replenishment*, Production and Inventory Management, vol. 14. (1973), pp. 64–74.
- [L103] **Szegedi Z.** (2012). *Ellátásilánc-menedzsment*, Kossuth Kiadó, Budapest, ISBN 978-963-09-6944-4
- [L104] **Szegedi Z., Prezenszki J.** (2003). *Logisztika-menedzsment*, Kossuth Kiadó, Budapest, ISBN 963 09 4434 0
- [L105] **Szintay I.** (szerk.) (2005). *Minőségmenedzsment*, Bíbor Kiadó, Miskolc, ISBN 963 9634 12 3
- [L106] **Taft E. W.** (1918). *The Most Economical Production Lot*, Iron Age, vol. 101. (1918), pp. 1410–1412.
- [L107] **Taleizadeh A. A., Mohammadi B., Cárdenas-Barrón L. E., Samimi H.** (2013). *An EOQ model for perishable product with special sale and shortage*, International Journal of Production Economics, vol. 145. (2013) (Issue 1), pp. 318–338.
- [L108] **Taleizadeh A. A., Nematollahi M.** (2014). *An inventory control problem for deteriorating items with back-ordering and financial considerations*, Applied Mathematical Modelling, vol. 38. (2014) (Issue 1), pp. 93–109.

- [L109] **Taleizadeh A. A., Niaki S. T. A., Aryanezhad M-B., Shafii N.** (2013). *A hybrid method of fuzzy simulation and genetic algorithm to optimize constrained inventory control systems with stochastic replenishments and fuzzy demand*, Information Sciences, vol. 220. (2013), pp. 425–441.
- [L110] **Taleizadeh A. A., Niaki S. T. A., Seyedjavadi S. M. H.** (2012). *Multi-product multi-chance-constraint stochastic inventory control problem with dynamic demand and partial back-ordering: A harmony search algorithm*, Journal of Manufacturing Systems, vol. 31. (2012) (Issue 2), pp. 204–213.
- [L111] **Taleizadeh A. A., Pentico D. W., Jabalameli M. S. Aryanezhad M.** (2013). *An economic order quantity model with multiple partial prepayments and partial backordering*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 57. (2013) (Issues 3–4), pp. 311–323.
- [L112] **Taleizadeh A. A., Pentico D. W., Jabalameli M. S., Aryanezhad M.** (2013). *An EOQ model with partial delayed payment and partial backordering*, Omega, vol. 41. (2013) (Issue 2), pp. 354–368.
- [L113] **Teng J-T.** (2009). *A simple method to compute economic order quantities*, European Journal of Operational Research, vol. 198. (2009) (Issue 1), pp. 351–353.
- [L114] **Teng J-T., Ouyang L-Y., Chang C-T.** (2005). *Deterministic economic production quantity models with time-varying demand and cost*, Applied Mathematical Modelling, vol. 29. (2005) (Issue 10), pp. 987–1003.
- [L115] **Tersine R., Barman S.** (1991). *Lot size optimization with quantity and freight rate discounts*, Logistics and Transportation Review, vol. 27. (1991), no. 4, pp. 319–332.
- [L116] **Triola M. F.** (2015). *Essentials of statistics, 5th Edition*, Pearson Education Limited, Boston, ISBN 9780321924599
- [L117] **Van der Veen F.** (1967). *Basic elements in the process of psychotherapy: A research study*, (Combined with Barrington, 1967, and Kiesler, Mathieu, Klein @ Schoeninger, 1967), Journal of Consulting Psychology, vol. 31. (1967), pp. 295–303.
- [L118] **Vollmuth H., Zwettler R.** (2008). *Kennzahlen*, Haufe Lexware GmbH, Freiburg, ISBN 978-3-448-09092-5
- [L119] **Vörös J.** (1991). *Termelésmenedzsment*, Jannus Pannonius Egyetemi Kiadó, Pécs, ISBN 963 641 284 7
- [L120] **Vörös J.** (2010). *Termelés- és szolgáltatásmenedzsment*, Akadémia Kiadó, Budapest, ISBN 978 963 05 8835 5, ISSN 2061-6430
- [L121] **Vörösmarty Gy., Tátrai T.** (2010). *Beszerezés: stratégia, folyamatok, információ*, Complex Kiadó Jogi és Üzleti Tartalomszolgáltató Kft., Budapest, ISBN 978 963 295 111 9
- [L122] **Wagner H. M., Whitin T. M.** (1958). *Dynamic version of the economic lot size model*, Management Science, vol. 5. (1958), no. 1, pp. 89–96.
- [L123] **Wang C-H.** (2010). *Some remarks on an optimal order quantity and reorder point when supply and demand are uncertain*, Computers & Industrial Engineering, vol. 58. (2010) (Issue 4), pp. 809–813.

- [L124] **Wang W-C., Teng J-T., Lou K-R.** (2014). *Seller's optimal credit period and cycle time in a supply chain for deteriorating items with maximum lifetime*, European Journal of Operational Research, vol. 232. (2014) (Issue 2), pp. 315–321.
- [L125] **Wayne, L. W.** (2003). *Operációkutatás: módszerek és alkalmazások*, Aula Kiadó Kft., Budapest, ISBN 963 9478 60 1
- [L126] **Wöltje J.** (2010). *Betriebswirtschaftliche Formeln*, Haufe Lexware GmbH, Freiburg, ISBN 978-3-648-00492-0
- [L127] **Wu J., Ouyang L-Y., Cárdenas-Barrón L-E., Goyal S. K.** (2014). *Optimal credit period and lot size for deteriorating items with expiration dates under two-level trade credit financing*, European Journal of Operational Research, vol. 237. (2014) (Issue 3), pp. 898–908.
- [L128] **Zanoni S., Segerstedt A., Tang O., Mazzoldi L.** (2012). *Multi-product economic lot scheduling problem with manufacturing and remanufacturing using a basic period policy*, Computers & Industrial Engineering, vol. 62. (2012) (Issue 4), pp. 1025–1033.

FÜGGELÉK

1. példa

Autóantenna összeszerelését végző vállalat vásárolt alkatrészei közül az antennatalp jelenti az egyik legnagyobb forgalmat, mely beszerzése során az optimális rendelési mennyiség és ütemezés meghatározása a feladat. A vizsgált teljes időszak hossza egy év, azaz $T = 365 \text{ nap}$, az éves teljes beszerzési igény $Q = 20.000 \text{ db}$. Az egyszeri beszerzés költsége rendelésenként $k_1 = 10.000 \text{ Ft}$, egységnyi mennyiség beszerzési ára $v = 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$, a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlettartási ráta $r = 7,5 \% = 0,075$.

A beszerzési ár és a készlettartási ráta ismeretében az (5) összefüggés behelyettesítésével kifejezhető a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége:

$$k_2 = \frac{v \cdot r}{T} = \frac{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075}{365 \text{ nap}} = 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} \quad (1. \text{ példa: } 1)$$

Az optimális rendelési téteknagyság a (9) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = 1.461 \text{ db} \quad (1. \text{ példa: } 2)$$

Az optimális rendelési téteknagyság ciklusideje megadható a (11) összefüggés behelyettesítésével:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 365 \text{ nap}}{20.000 \text{ db}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = 26,66 \text{ nap} \quad (1. \text{ példa: } 3)$$

A fenti eredmények gyakorlatban történő alkalmazásakor egyéb kötöttségeket is figyelembe kell venni, mint pl. a csomagolási egység, illetve a szállítások meghatározott napokra eső ütemezése. A fenti esetben célszerű lehet az (1. példa: 2) és (1. példa: 3) eredmények helyett kerekített értékekkel tervezni, így a szállításokat négyheti gyakorisággal történő 1.500 db rendelési mennyiséggel beütemezni. Ez eltér a számított optimális rendelési mennyiségtől és szállítási gyakoriságtól, ezáltal az optimális minimum összköltségtől, mely eltérés számszerűsítését a költségek paraméteres hatásvizsgálata során mutatom be.

A rendelési mennyiség és az ütemezés mellett a beszerzéssel és a készlettartással kapcsolatban felmerülő költségeket, valamint a termék beszerzési értékét is magába foglaló összköltséget is célszerű meghatározni.

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség megadható a (2) összefüggés behelyettesítésével:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 = \frac{20.000 \text{ db}}{1.461 \text{ db}} \cdot 10.000 \text{ Ft} = 136.931 \text{ Ft} \quad (1. \text{ példa: } 4)$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlettartási költség megadható a (4) összefüggés behelyettesítésével:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot v \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 1.461 \text{ db} \cdot 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075 = 136.931 \text{ Ft} \quad (1. \text{ példa: } 5)$$

A teljes vizsgált időszak alatt a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő összköltség megadható a (13) összefüggés behelyettesítésével:

$$K = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 20.000 \text{ db} \cdot 365 \text{ nap} \cdot 10.000 \text{ Ft} \cdot 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}} = 273.862 \text{ Ft} \quad (1. \text{ példa: } 6)$$

A beszerzett áru értékét magába foglaló készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség a teljes időszak alatt a (14) összefüggés behelyettesítésével számszerűsíthető:

$$K'' = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2} + Q \cdot v = K + Q \cdot v =$$

$$= 273.862 \text{ Ft} + 20.000 \text{ db} \cdot 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} = 50.273.862 \text{ Ft} \quad (1. \text{ példa: } 7)$$

Az (1. példa: 4) (1. példa: 5) és (1. példa: 6) részeredményekből belátható, hogy az optimális rendelési tétel nagyság ott adódik, ahol a beszerzési és készlettartási költségek megegyeznek.

2. példa

Készlethiányt meg nem engedő gazdaságos rendelési tétel nagyság változó és fix költségtényezői közötti összefüggések konkrét példa esetében is számszerűsíthetők, az 1. példa kiindulási adatait annyiban módosítva, hogy a vállalkozás a készlet tartással és beszerzéssel kapcsolatos költségeket képes a fix és változó költségek mentén megbontani. A vizsgált teljes időszak hossza egy év, azaz $T = 365 \text{ nap}$, az éves teljes beszerzési igény $Q = 20.000 \text{ db}$. A rendelési tétel nagyságtól független egyszeri beszerzés költsége rendelésenként $k_{1f} = 10.000 \text{ Ft}$, egy antennatalpra vetíthető szállítási költség $k_{1v} = 350 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$, egységnyi mennyiség beszerzési ára $v = 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$. A teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlet tartási ráta $r = 7,5 \% = 0,075$, a készlet tartás időegységre vonatkoztatott fajlagos változó költsége $k_{2v} = 20 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}$, valamint szabadalom birtoklással kapcsolatosan időegységre vetítve $k_{2f} = 1.200 \frac{\text{Ft}}{\text{nap}}$ költség merül fel. A beszerzés során az optimális rendelési mennyiség és ütemezés meghatározása a feladat.

Az optimális rendelési tétel nagyság a (21) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot k_{1f}}{v \cdot r + k_{1v} \cdot r + T \cdot k_{2v}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db} \cdot 10.000 \text{ Ft}}{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075 + 350 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075 + 365 \text{ nap} \cdot 20 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}} = 230,7 \text{ db} \quad (2. \text{ példa: } 1)$$

Az optimális rendelési tétel nagyság ciklusideje megadható az (1) összefüggés behelyettesítésével és átrendezésével:

$$t = \frac{T}{Q} \cdot q = \frac{365 \text{ nap}}{20.000 \text{ db}} \cdot 230,7 \text{ db} = 4,21 \text{ nap} \quad (2. \text{ példa: } 2)$$

A rendelési mennyiség és az ütemezés mellett a beszerzéssel és a készlet tartással kapcsolatban felmerülő költségeket, valamint a termék beszerzési értékét is magába foglaló összköltséget is célszerű meghatározni.

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség megadható a (16) összefüggés behelyettesítésével:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_{1f} + Q \cdot k_{1v} =$$

$$= \frac{20.000 \text{ db}}{230,7 \text{ db}} \cdot 10.000 \text{ Ft} + 20.000 \text{ db} \cdot 350 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} =$$

$$= 866.819 \text{ Ft} + 7.000.000 \text{ Ft} = 7.866.819 \text{ Ft} \quad (2. \text{ példa: } 3)$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlet tartási költség megadható a (18) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
K_2 &= T \cdot k_{2f} + \frac{q}{2} \cdot v \cdot r + \frac{q}{2} \cdot k_{1v} \cdot r + \frac{q}{2} \cdot T \cdot k_{2v} = \\
&= 365 \text{ nap} \cdot 1.200 \frac{Ft}{\text{nap}} + \frac{230,7 \text{ db}}{2} \cdot 2.500 \frac{Ft}{\text{db}} \cdot 0,075 + \\
&+ \frac{230,7 \text{ db}}{2} \cdot 350 \frac{Ft}{\text{db}} \cdot 0,075 + \frac{230,7 \text{ db}}{2} \cdot 365 \text{ nap} \cdot 20 \frac{Ft}{\text{db} \cdot \text{nap}} = \\
&= 438.000 Ft + 21.631 Ft + 3.028 Ft + 842.160 Ft = \\
&= 438.000 Ft + 866.819 Ft = 1.304.819 Ft
\end{aligned}
\tag{2. példa: 4}$$

A (22) összefüggés és a (2. példa 3) (2. példa 4) részeredményeiből belátható, hogy a gazdaságos rendelési téte nagyság ott adódik, ahol a készletgazdálkodás szempontjából lényeges költségek számításba vételével a beszerzési és a készlettartási költségek megegyeznek:

$$\frac{Q}{q} \cdot k_{1f} = \frac{q}{2} \cdot v \cdot r + \frac{q}{2} \cdot k_{1v} \cdot r + \frac{q}{2} \cdot T \cdot k_{2v} = 866.819 Ft
\tag{2. példa: 5}$$

A beszerzett áru értékét magába foglaló készletgazdálkodással kapcsolatos összköltség a teljes időszak alatt a (19) összefüggés behelyettesítésével számszerűsíthető:

$$\begin{aligned}
K'' &= K_1 + K_2 + Q \cdot v = \\
&= 7.866.819 Ft + 1.304.819 Ft + 20.000 \text{ db} \cdot 2.500 \frac{Ft}{\text{db}} = \\
&= 59.171.638 Ft
\end{aligned}
\tag{2. példa: 6}$$

3. példa

Időszakos készlethiányt megengedő gazdaságos rendelési tétel nagyság összefüggései konkrét példa esetében is számszerűsíthetők, az 1. példa kiindulási adatait annyiban módosítva, hogy a vállalkozás a működése során készlethiányos időszakokat is megenged, így a készlettartással és beszerzéssel kapcsolatos költségek mellett készlethiány költségekkel is kell számolni. A készlethiányos időszakban felhalmozott elmaradást a vállalkozás a következő periódus során egyenletes ütemben pótolja. A vizsgált teljes időszak hossza egy év, azaz $T = 365 \text{ nap}$, az éves teljes beszerzési igény $Q = 20.000 \text{ db}$. Az egyszeri beszerzés költsége rendelésenként $k_1 = 10.000 \text{ Ft}$, egységnyi mennyiség beszerzési ára $v = 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$, a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlettartási ráta $r = 7,5 \% = 0,075$. A készlethiány időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége $k_3 = 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} / \text{nap}$. A beszerzés során az optimális rendelési mennyiség és ütemezés meghatározása a feladat.

A beszerzési ár és a készlettartási ráta ismeretében az (5) összefüggés behelyettesítésével kifejezhető a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége:

$$k_2 = \frac{v \cdot r}{T} = \frac{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075}{365 \text{ nap}} = 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} \quad (3. \text{ példa: } 1)$$

Az optimális rendelési tétel nagyság a (36) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{2 \cdot Q \cdot \frac{k_1}{v \cdot r}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{v \cdot r}{T} + k_3}{k_3}} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 20.000 \text{ db} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075}{365 \text{ nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \\ &= 1.552 \text{ db} \end{aligned} \quad (3. \text{ példa: } 2)$$

Az (1. példa: 2) és (3. példa: 2) összefüggések eredménye tükrözi, hogy készlethiányt megengedő készletgazdálkodási politika során a bemeneti paraméterek változatlanul hagyása mellett minden esetben magasabb lesz a gazdaságos rendelési tétel nagyság, mint a készlethiány meg nem engedő modell esetében, ami a $\sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}}$ szorzótényező 1-nél nagyobb értékéből adódik:

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} = 1461 \text{ db} \cdot 1,062 = 1.552 \text{ db} \quad (3. \text{ példa: } 3)$$

A készlettel fedett igény mértéke egy beszerzési cikluson belül a (37) összefüggés behelyettesítéséből vezethető le:

$$\begin{aligned}
 d &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (3. \text{ példa: } 4) \\
 &= 1.462 \text{ db} \cdot 0,941 = 1.375 \text{ db}
 \end{aligned}$$

A készlethiány miatt felhalmozott elmaradás mértéke egy beszerzési cikluson belül a (38) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} = \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (3. \text{ példa: } 5) \\
 &= 177 \text{ db}
 \end{aligned}$$

Az optimális rendelési tétel nagyság ciklusideje megadható a (40) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 t &= \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} = \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 365 \text{ nap}}{20.000 \text{ db}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (3. \text{ példa: } 6) \\
 &= 28,3 \text{ nap}
 \end{aligned}$$

A készlettel fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül megadható a (25) képlet átrendezésével:

$$t_1 = \frac{d}{q} \cdot t = \frac{1.375 \text{ db}}{1.551 \text{ db}} \cdot 28,3 \text{ nap} = 25,1 \text{ nap} \quad (3. \text{ példa: } 7)$$

A készlettel nem fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül megadható a (26) képlet átrendezésével:

$$t_2 = \frac{s}{q} \cdot t = \frac{176 \text{ db}}{1.551 \text{ db}} \cdot 28,3 \text{ nap} = 3,2 \text{ nap} \quad (3. \text{ példa: } 8)$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes beszerzési költség megadható a (45) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = \\
 &= \sqrt{\frac{20.000 \text{ db} \cdot 365 \text{ nap} \cdot 10.000 \text{ Ft} \cdot 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{2}} \cdot \sqrt{\frac{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{(0,51 + 4) \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (3. \text{ példa: } 9) \\
 &= 128.903 \text{ Ft}
 \end{aligned}$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlettartási költség megadható a (46) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 K_2 &= \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = K_1 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \\
 &= 128.903 \text{ Ft} \cdot \frac{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}} = 114.233 \text{ Ft} \quad (3. \text{ példa: } 10)
 \end{aligned}$$

A vizsgált időszakra vonatkoztatott teljes készlethiány költség megadható a (47) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 K_3 &= \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = K_1 \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} = \\
 &= 128.903 \text{ Ft} \cdot \frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}} = 14.670 \text{ Ft} \quad (3. \text{ példa: } 11)
 \end{aligned}$$

A teljes vizsgált időszak alatt a készletgazdálkodással kapcsolatosan felmerülő összköltség megadható a (42) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 K &= \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} = \\
 &= \sqrt{2 \cdot 20.000 \text{ db} \cdot 365 \text{ nap} \cdot 10.000 \text{ Ft} \cdot 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} \cdot \frac{4 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{(0,51 + 4) \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (3. \text{ példa: } 12) \\
 &= 257.807 \text{ Ft}
 \end{aligned}$$

A fenti eredmények gyakorlatban történő alkalmazásakor egyéb kötöttségeket is figyelembe kell venni, mint pl. a csomagolási egység, illetve a szállítások meghatározott napokra eső ütemezése. A fenti esetben célszerű a (3. példa: 3) és (3. példa: 6) eredmények helyett kerekített értékekkel tervezni, így a szállításokat négyheti gyakorisággal történő 1.500 db rendelési mennyiséggel beütemezni. Ez eltér a számított optimális rendelési mennyiségtől és szállítási gyakoriságtól, ezáltal az optimális minimum összköltségtől, mely eltérés számszerűsítését a költségek paraméteres hatásvizsgálatával lehet elemezni.

4. példa

A költségtenyezők és a szintvonal közötti összefüggések, valamint az optimum pont és a határértékek konkrét példa esetében is számszerűsíthetők, a 3. példa kiindulási adatait alapul véve. A vállalkozás a működése során készlethiányos időszakokat is megenged, a készlethiányos időszakban felhalmozott elmaradást a következő periódus során egyenletes ütemben pótolja. A vizsgált teljes időszak hossza egy év, azaz $T = 365 \text{ nap}$, az éves teljes beszerzési igény $Q = 20.000 \text{ db}$. Az egyszeri beszerzés költsége rendelésenként $k_1 = 10.000 \text{ Ft}$, egységnyi mennyiség beszerzési ára $v = 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$, a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlettartási ráta $r = 7,5 \% = 0,075$. A készlethiány időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége $k_3 = 0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}$. A feladat az optimalizációs tér meghatározása és ábrázolása.

A beszerzési ár és a készlettartási ráta ismeretében az (5) összefüggés behelyettesítésével kifejezhető a készlettartás időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége:

$$k_2 = \frac{v \cdot r}{T} = \frac{2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} \cdot 0,075}{365 \text{ nap}} = 0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} \quad (4. \text{ példa: } 1)$$

Az optimális rendelési tétel nagyság a (35) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (4. \text{ példa: } 2) \\ &= 1.872 \text{ db} \end{aligned}$$

A készlettel fedett igény mértéke egy beszerzési cikluson belül a (37) összefüggés behelyettesítéséből vezethető le:

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} = \quad (4. \text{ példa: } 3) \\ &= 1.140 \text{ db} \end{aligned}$$

A készlethiány miatt felhalmozott elmaradás mértéke egy beszerzési cikluson belül a (38) összefüggés behelyettesítéséből adódik:

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 20.000 \text{ db}}{365 \text{ nap}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} =$$

$$= 732 \text{ db} \quad (4. \text{ példa: } 4)$$

Az optimális rendelési tétel nagyság ciklusideje megadható a (40) összefüggés behelyettesítésével:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 365 \text{ nap}}{20.000 \text{ db}} \cdot \frac{10.000 \text{ Ft}}{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} \cdot \sqrt{\frac{0,51 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} + 0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}{0,8 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}}}} =$$

$$= 34,2 \text{ nap} \quad (4. \text{ példa: } 5)$$

A készlettel fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül megadható a (25) képlet átrendezésével:

$$t_1 = \frac{d}{q} \cdot t = \frac{1.140 \text{ db}}{1.872 \text{ db}} \cdot 34,2 \text{ nap} = 20,8 \text{ nap} \quad (4. \text{ példa: } 6)$$

A készlettel nem fedett igény időtartama egy beszerzési cikluson belül megadható a (26) képlet átrendezésével:

$$t_2 = \frac{s}{q} \cdot t = \frac{732 \text{ db}}{1.872 \text{ db}} \cdot 34,2 \text{ nap} = 13,4 \text{ nap} \quad (4. \text{ példa: } 7)$$

Az (57) képletből megadható a K_1 beszerzési költség egyenesének meredeksége:

$$m = -\frac{d \cdot t_1}{s \cdot t_2} = -\frac{1.140 \text{ db} \cdot 20,8 \text{ nap}}{732 \text{ db} \cdot 13,4 \text{ nap}} = -2,43 \quad (4. \text{ példa: } 8)$$

Az (58) és (59) képletekből megadhatók a beszerzési költség tengely metszéspontjai is, így a meredekség és a metszéspontok ismeretében ábrázolható a beszerzési függvény:

$$\text{függőleges tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} = \frac{2 \cdot 10.000 \text{ Ft}}{732 \text{ db} \cdot 13,4 \text{ nap}} =$$

$$= 2,046 \frac{\text{Ft}}{\text{db} \cdot \text{nap}} \quad (4. \text{ példa: } 9)$$

$$\begin{aligned} \text{vízszintes tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{d \cdot t_1} &= \frac{2 \cdot 10.000 Ft}{1.140 db \cdot 20,8 nap} = \\ &= 0,844 \frac{Ft}{db \cdot nap} \end{aligned} \quad (4. \text{ példa: } 10)$$

Az (54) összefüggés behelyettesítésével megadható a $k_{(k_2, k_3)}$ szorzó, amely a készletezési periódus során legkedvezőbb költség szintet jelenti:

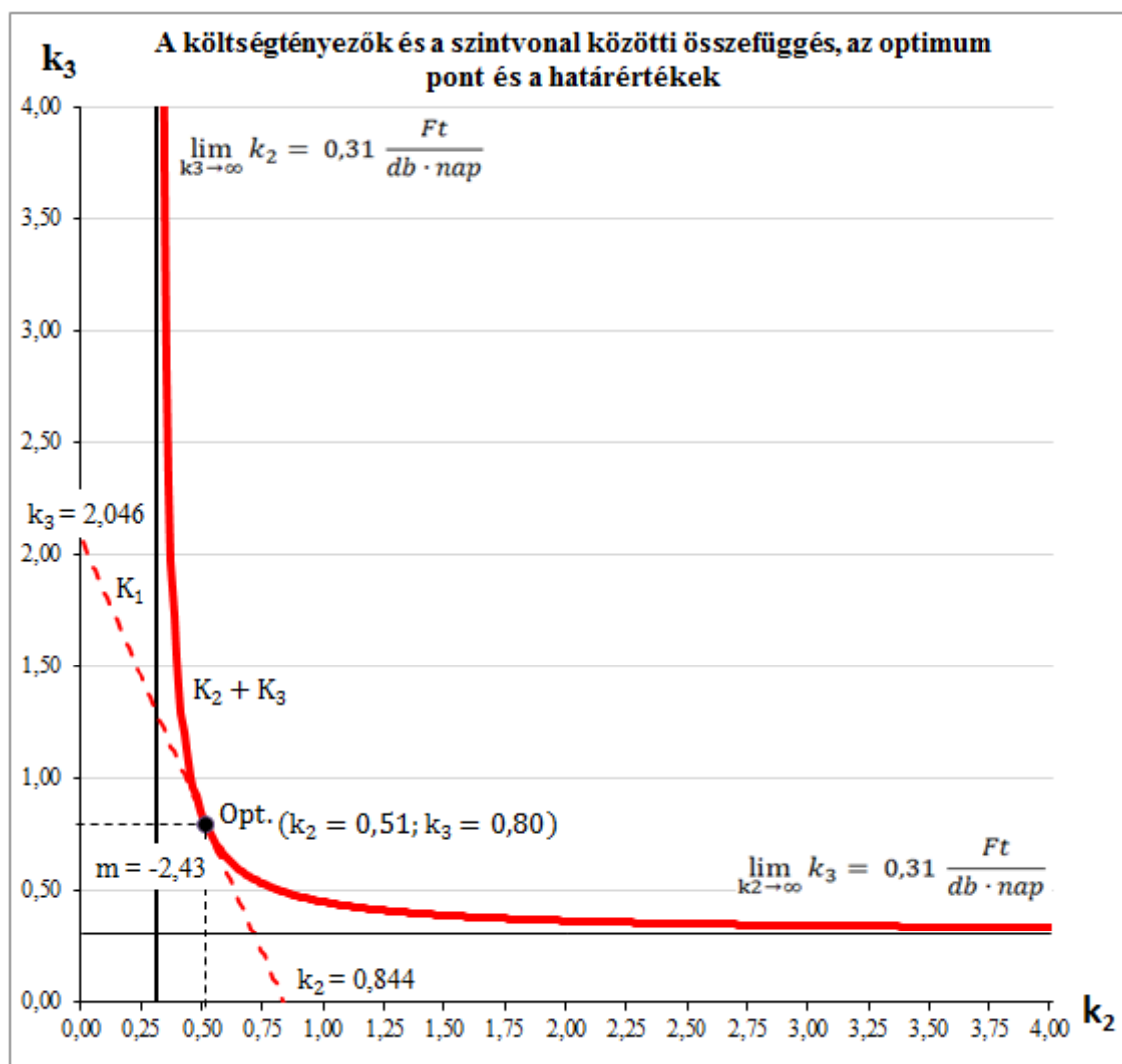
$$k_{k_2; k_3} = \frac{k_2 \cdot k_3}{k_2 + k_3} = \frac{0,51 \frac{Ft}{db \cdot nap} \cdot 0,8 \frac{Ft}{db \cdot nap}}{0,51 \frac{Ft}{db \cdot nap} + 0,8 \frac{Ft}{db \cdot nap}} = 0,31 \frac{Ft}{db \cdot nap} \quad (4. \text{ példa: } 11)$$

Pozitív értelmezési tartományon belül a (62) és (63) összefüggések behelyettesítésével megadhatók az egyes fajlagos költségtényezők alsó határértékei, melyek rögzítik a $K_2 + K_3$ görbe helyzetét, és behatárolják az optimalizációs mozgásteret:

$$\lim_{k_3 \rightarrow \infty} k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} = \frac{2 \cdot 10.000 Ft}{1.872 db \cdot 34,2 nap} = 0,31 \frac{Ft}{db \cdot nap} \quad (4. \text{ példa: } 12)$$

$$\lim_{k_2 \rightarrow \infty} k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} = \frac{2 \cdot 10.000 Ft}{1.872 db \cdot 34,2 nap} = 0,31 \frac{Ft}{db \cdot nap} \quad (4. \text{ példa: } 13)$$

A 2. diagram ábrázolja a fenti összefüggéseket a 6. ábra mintájára.



2. diagram: A költségtényezők és a szintvonal közötti összefüggés, az optimum pont és a határértékek ábrázolása [saját szerkesztés]

5. példa

Az optimális rendelési tétel nagyságtól való eltérés teljes készletre gyakorolt hatása az 1. példa tovább elemzésével mutatható be. Az (1. példa: 2) összefüggés eredményeképpen kapott $q = 1.461 \text{ db}$ optimális rendelési mennyiségtől például a 600 db-os csomagolási egységhez igazodás érdekében eltérünk, így az optimálishoz legközelebbi választható rendelési mennyiség $q'_1 = 1.200 \text{ db}$, vagy $q'_2 = 1.800 \text{ db}$. A feladat eldönteni, melyik irányban térjünk el.

Az első esetben legyen $q'_1 = 1.200 \text{ db}$. Az eltérés mértéke a (67) összefüggés behelyettesítésével az alábbiak szerint adható meg:

$$z = \frac{q'_1}{q} - 1 = \frac{1.200 \text{ db}}{1.461 \text{ db}} - 1 = -0,178 \quad (5. \text{ példa: } 1)$$

A teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség a (69) képlet és az (1. példa: 4) részeredmény behelyettesítésével kifejezhető:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1+z} = \frac{136.931 \text{ Ft}}{0,822} = 166.667 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 2)$$

A kapott beszerzési költség az optimálisnál magasabb értéket ad, ami abból következik, hogy a kisebb rendelési mennyiség miatt több alkalommal kell rendelni.

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlet tartási költséget megkaphatjuk a (70) összefüggés és az (1. példa: 5) részeredmény behelyettesítésével:

$$K'_2 = K_2 \cdot (1+z) = 136.931 \text{ Ft} \cdot 0,822 = 112.500 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 3)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő összköltség a (71) összefüggés behelyettesítésével adható meg:

$$K' = K'_1 + K'_2 = 166.667 \text{ Ft} + 112.500 \text{ Ft} = 279.167 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 4)$$

Az optimális rendelési mennyiségtől való eltérés teljes költségre gyakorolt hatása a (72) összefüggés felhasználásával vezethető le:

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1+z)} = 1 + \frac{-0,178^2}{2 \cdot (1-0,178)} = 1 + 0,019 = 1,019 \quad (5. \text{ példa: } 5)$$

Az összefüggés igazolható az (1. példa: 6) (5. példa: 4) részeredmények közvetlen összehasonlításával is:

$$\frac{K'}{K} = \frac{279.167 \text{ Ft}}{273.861 \text{ Ft}} = 1,019 \quad (5. \text{ példa: } 6)$$

Az eltérés abszolút értékben kifejezve megadható $q'_1 = 1.200 \text{ db}$ -os rendelés mellett várható többletköltség értéke:

$$K' - K = 279.167 \text{ Ft} - 273.861 \text{ Ft} = 5.305 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 7)$$

A fenti költségek $q'_2 = 1.800 \text{ db}$ esetében is megadhatók. Az eltérés mértéke a (67) összefüggés behelyettesítésével az alábbiak szerint adható meg:

$$z = \frac{q'_2}{q} - 1 = \frac{1.800 \text{ db}}{1.461 \text{ db}} - 1 = 0,232 \quad (5. \text{ példa: } 8)$$

A teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség a (69) képlet és az (1. példa: 4) részeredmény behelyettesítésével kifejezhető:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1+z} = \frac{136.931 \text{ Ft}}{1,232} = 111.111 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 9)$$

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlettartási költséget megkaphatjuk a (70) összefüggés és az (1. példa: 5) eredmény behelyettesítésével:

$$K'_2 = K_2 \cdot (1+z) = 136.931 \text{ Ft} \cdot 1,232 = 168.750 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 10)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő összköltség a (71) összefüggés behelyettesítésével adható meg:

$$K' = K'_1 + K'_2 = 111.111 \text{ Ft} + 168.750 \text{ Ft} = 279.861 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 11)$$

Az optimális rendelési mennyiségtől való eltérés teljes költségére gyakorolt hatása a (72) összefüggés felhasználásával vezethető le:

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1+z)} = 1 + \frac{0,232^2}{2 \cdot (1+0,232)} = 1,022 \quad (5. \text{ példa: } 12)$$

Az összefüggés igazolható az (1. példa: 6) (5. példa: 11) részeredmények közvetlen összehasonlításával is:

$$\frac{K'}{K} = \frac{279.861 \text{ Ft}}{273.861 \text{ Ft}} = 1,022 \quad (5. \text{ példa: } 13)$$

Az eltérés abszolút értékben kifejezve megadható $q'_2 = 1.800 \text{ db}$ -os rendelés mellett várható többletköltség értéke:

$$K' - K = 279.861 \text{ Ft} - 273.861 \text{ Ft} = 6.000 \text{ Ft} \quad (5. \text{ példa: } 14)$$

A két kapott eredmény összehasonlításából megállapítható, hogy az abszolút értékben vett eltérés az optimális költségtől igen kis mértékű elmozdulást mutat. Míg az optimális rendelési mennyiségtől első esetben 18%-kal lefelé, illetve második esetben 23%-kal felfelé térünk el, addig az eltérések teljes készletre gyakorolt hatása 1,9% és 2,2% növekedést mutat. Az is belátható, hogy a rendelési mennyiség mindkét irányban történő eltérése esetén a teljes költség emelkedni kezdett, ezzel igazolva az 1. ábra esetén bemutatott összefüggéseket.

A két tetszőlegesen megválasztott mennyiség teljes költségére gyakorolt hatása is jelen esetben közel azonos értéket eredményezett, így a gyakorlatban további feltételek figyelembe vétele is befolyásolhatja a választást, pl. a rendelkezésre álló tárhelyek kapacitása, vagy a szállítások ütemezése.

6. példa

Az optimális rendelési tétel nagyságtól való eltérés teljes készletre gyakorolt hatása készlethiányt megengedő készletezési politika esetében a 3. példa tovább elemzésével mutatható be. A készlethiányos időszakban felhalmozott elmaradást a vállalkozás a következő periódus során egyenletes ütemben pótolja. A vizsgált teljes időszak hossza egy év, azaz $T = 365 \text{ nap}$, az éves teljes beszerzési igény $Q = 20.000 \text{ db}$. Az egyszeri beszerzés költsége rendelésenként $k_1 = 10.000 \text{ Ft}$, egységnyi mennyiség beszerzési ára $v = 2.500 \frac{\text{Ft}}{\text{db}}$, a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatott készlettartási ráta $r = 7,5 \% = 0,075$. A készlethiány időegységre vonatkoztatott fajlagos költsége $k_3 = 4 \frac{\text{Ft}}{\text{db}} / \text{nap}$. A beszerzés során az optimális rendelési mennyiség és ütemezés meghatározása a feladat. A (3. példa: 3) összefüggés eredményeképpen kapott $q = 1.551 \text{ db}$ optimális rendelési mennyiségtől például a 600 db-os csomagolási egységhez igazodás érdekében eltérünk, így a választható rendelési mennyiség $q'_1 = 1.200 \text{ db}$, vagy $q'_2 = 1.800 \text{ db}$. A feladat eldönteni, melyik irányban térjünk el.

Az első esetben legyen $q'_1 = 1.200 \text{ db}$. Az eltérés mértéke a (67) összefüggés behelyettesítésével az alábbiak szerint adható meg:

$$z = \frac{q'_1}{q} - 1 = \frac{1.200 \text{ db}}{1.551 \text{ db}} - 1 = -0,226 \quad (6. \text{ példa: } 1)$$

A teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség a (91) összefüggés és a (3. példa: 9) eredmény behelyettesítésével kifejezhető:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1+z} = \frac{128.903 \text{ Ft}}{0,774} = 166.667 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 2)$$

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlettartási költséget megkaphatjuk a (92) összefüggés és a (3. példa: 10) eredmény behelyettesítésével:

$$K'_2 = K_2 \cdot (1+z) = 114.233 \text{ Ft} \cdot 0,774 = 88.350 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 3)$$

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlethiánnyal összefüggő költséget megkaphatjuk a (93) összefüggés és a (3. példa: 11) eredmény behelyettesítésével:

$$K'_3 = K_3 \cdot (1+z) = 14.670 \text{ Ft} \cdot 0,774 = 11.346 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 4)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő összköltség a (31) összefüggés behelyettesítésével adható meg:

$$\begin{aligned} K' &= K'_1 + K'_2 + K'_3 = 166.667 \text{ Ft} + 88.350 \text{ Ft} + 11.346 \text{ Ft} = \\ &= 266.363 \text{ Ft} \end{aligned} \quad (6. \text{ példa: } 5)$$

Az optimális rendelési mennyiségtől való eltérés teljes költségére gyakorolt hatása a (94) összefüggés felhasználásával vezethető le:

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1+z)} = 1 + \frac{-0,226^2}{2 \cdot (1-0,226)} = 1,033 \quad (6. \text{ példa: } 6)$$

Az összefüggés igazolható a (3. példa: 12) (6. példa: 5) részeredmények közvetlen összehasonlításával is:

$$\frac{K'}{K} = \frac{266.363 \text{ Ft}}{257.807 \text{ Ft}} = 1,033 \quad (6. \text{ példa: } 7)$$

Az eltérés abszolút értékben kifejezve megadható $q'_1=1.200$ db-os rendelés mellett várható többletköltség értéke:

$$K' - K = 266.363 \text{ Ft} - 257.807 \text{ Ft} = 8.556 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 8)$$

A (6. példa: 1) és (6. példa: 7) eredmények összehasonlításából megállapítható, hogy míg az optimális rendelési mennyiségtől 23%-kal lefelé tértünk el, addig az eltérés teljes készletre gyakorolt hatása 3,3%-os növekedést mutat.

A második esetben legyen $q'_2 = 1.800 \text{ db}$. Az eltérés mértéke a (67) összefüggés behelyettesítésével az alábbiak szerint adható meg:

$$z = \frac{q'_2}{q} - 1 = \frac{1.800 \text{ db}}{1.551 \text{ db}} - 1 = 0,161 \quad (6. \text{ példa: } 9)$$

A teljes Q mennyiségre vonatkoztatott beszerzési költség a (91) összefüggés és a (3. példa: 9) eredmény behelyettesítésével kifejezhető:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1 + z} = \frac{128.903 \text{ Ft}}{1,161} = 111.028 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 10)$$

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlettartási költséget megkaphatjuk a (92) összefüggés és a (3. példa: 10) eredmény behelyettesítésével:

$$K'_2 = K_2 \cdot (1 + z) = 114.233 \text{ Ft} \cdot 1,161 = 132.625 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 11)$$

Az optimálistól eltérő beszerzési mennyiséghez rendelhető készlethiánnyal összefüggő költséget megkaphatjuk a (93) összefüggés és a (3. példa: 11) eredmény behelyettesítésével:

$$K'_3 = K_3 \cdot (1 + z) = 14.670 \text{ Ft} \cdot 1,161 = 17.032 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 12)$$

A teljes vizsgált T periódus alatt felmerülő összköltség a (31) összefüggés behelyettesítésével adható meg:

$$\begin{aligned} K' &= K'_1 + K'_2 + K'_3 = 111.028 \text{ Ft} + 132.625 \text{ Ft} + 17.032 \text{ Ft} = \\ &= 260.685 \text{ Ft} \end{aligned} \quad (6. \text{ példa: } 13)$$

Az optimális rendelési mennyiségtől való eltérés teljes költségre gyakorolt hatása a (94) összefüggés felhasználásával vezethető le:

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)} = 1 + \frac{0,161^2}{2 \cdot (1 + 0,161)} = 1,011 \quad (6. \text{ példa: } 14)$$

Az összefüggés igazolható a (3. példa: 12) (6. példa: 13) részeredmények közvetlen összehasonlításával is:

$$\frac{K'}{K} = \frac{260.685 \text{ Ft}}{257.807 \text{ Ft}} = 1,011 \quad (6. \text{ példa: } 15)$$

Az eltérés abszolút értékben kifejezve megadható $q'_2=1.800$ db-os rendelés mellett várható többletköltség értéke:

$$K' - K = 260.685 \text{ Ft} - 257.807 \text{ Ft} = 2.878 \text{ Ft} \quad (6. \text{ példa: } 16)$$

A (6. példa: 9) és (6. példa: 15) eredmények összehasonlításából megállapítható, hogy míg az optimális rendelési mennyiségtől 16%-kal lefelé tértünk el, addig az eltérés teljes készletre gyakorolt hatása 1,1%-os növekedést mutat.

Az elvégzett két levezetés (6. példa: 8) és (6. példa: 16) eredményeinek összehasonlításából megállapítható, hogy a $q'_2=1.800$ db-os rendelés mellett várható többletköltség értéke kedvezőbb.

7. példa

Sztocasztikus igényváltozás miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározását a 7. példán keresztül vezetem le. A vizsgált időszak teljes hossza $T = 365 \text{ nap}$, a készletpótlási idő $\tau = 2 \text{ nap}$, minden készletezési periódus hossza $t = 7 \text{ nap}$, a menedzsment döntése alapján egy év alatt három periódus esetében engedhető meg a készlethiány, vagyis a hiányt megengedő készletezési periódusok száma egy teljes időszak során $h = 3$. A múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző igényeket a 9. táblázat jeleníti meg. Periodikus készletvizsgálatot végrehajtva meg kell határozni azt a biztonsági készlet szintet, amelyik az elfogadott hiány mértékének megfelelően fedi az igény ingadozását.

t_n	igény	t_n	igény	t_n	igény	t_n	igény
t_1	627	t_{11}	595	t_{21}	436	t_{31}	556
t_2	607	t_{12}	762	t_{22}	590	t_{32}	563
t_3	682	t_{13}	543	t_{23}	535	t_{33}	480
t_4	615	t_{14}	538	t_{24}	585	t_{34}	627
t_5	469	t_{15}	569	t_{25}	498	t_{35}	605
t_6	600	t_{16}	602	t_{26}	632	t_{36}	588
t_7	593	t_{17}	408	t_{27}	574	t_{37}	715
t_8	579	t_{18}	665	t_{28}	695	t_{38}	797
t_9	644	t_{19}	596	t_{29}	706	t_{39}	616
t_{10}	463	t_{20}	568	t_{30}	551	t_{40}	573

9. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző igények adatsora [saját szerkesztés]

Első lépésként a (100) összefüggés szerint meg kell határozni az adott teljes vizsgált időszak alatt elfogadott hiány mértékét:

$$H = \frac{h \cdot t}{T} = \frac{3 \cdot 7 \text{ nap}}{365 \text{ nap}} = 0,0575 \quad (7. \text{ példa: } 1)$$

Az elfogadott hiány mértékének ismeretében a szolgáltatási szint a (101) összefüggés behelyettesítésével adható meg:

$$SL = 1 - H = 1 - \frac{h \cdot t}{T} = 1 - \frac{3 \cdot 7 \text{ nap}}{365 \text{ nap}} = 0,9425 \quad (7. \text{ példa: } 2)$$

A rendelkezésünkre álló minta nagyságától, azaz a vizsgált periódusok számától függően kell megválasztani az intervallumbecslés próbafüggvényét. Mivel a példa esetében $n > 30$ és az igények is adottak, melyek ismeretében a szórásuk is meghatározható, így Z konfidencia intervallum becslést és egymintás Z -próbát alkalmazhatunk.

A normális eloszlás táblázatból megkaphatjuk a 0,9425 valószínűséghez legközelebb álló $Z_{SL}=1,575$ értéket.

A szolgáltatási szint meghatározását követően a rendelkezésre álló igényeket kell elemezni. A vizsgált időszak igényének átlagos szintje meghatározható az egyes időszakok igényeinek és a periódusok számának ismeretében a (106) összefüggés behelyettesítésével:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{627 \text{ db} + 607 \text{ db} + \dots + 616 \text{ db} + 573 \text{ db}}{40} = 591,17 \text{ db} \quad (7. \text{ példa: } 3)$$

Az átlagos igény és az egyes időszakokra jellemző igények ismeretében a (107) képlettel számszerűsíthető az elmúlt készletezési periódusok tényleges igényeinek szórása:

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n}} = \\ &= \sqrt{\frac{(627 \text{ db} - 591 \text{ db})^2 + \dots + (573 \text{ db} - 591 \text{ db})^2}{40}} = 80,15 \text{ db} \end{aligned} \quad (7. \text{ példa: } 4)$$

A múltbeli időszakokra jellemző igény szórásának ismeretében a (108) összefüggés behelyettesítésével kiszámítható a teljes tervezési horizontra vonatkoztatott igény szórása:

$$\sigma_{d_{\tau+t}} = \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} = 80,15 \text{ db} \cdot \sqrt{\frac{2 \text{ nap} + 7 \text{ nap}}{7 \text{ nap}}} = 90,88 \text{ db} \quad (7. \text{ példa: } 5)$$

A sztochasztikus jellegű igényváltozás miatt az előre meghatározott mértékű szolgáltatási szint eléréséhez szükséges biztonsági készlet megadható a (109) összefüggésekkel:

$$\begin{aligned} q_{bizzt_d} &= Z_{SL} \cdot \sigma_{d_{\tau+t}} = Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau + t}{t_{egys.}}} = \\ &= 1,575 \cdot 90,88 \text{ db} = 1,575 \cdot 80,15 \text{ db} \cdot \sqrt{\frac{2 \text{ nap} + 7 \text{ nap}}{7 \text{ nap}}} = 143,1 \text{ db} \end{aligned} \quad (7. \text{ példa: } 6)$$

A következő periódusra várható igény és a rendelés periódusának hátralévő τ időtartamára várható igény összege megadható a (104) összefüggés és a (7. példa: 3) részeredményének behelyettesítésével:

$$\begin{aligned} d_{\tau+t} &= \frac{\tau}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} + \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} = \frac{\tau + t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d} = \\ &= \frac{2 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} \cdot 591,17 \text{ db} + \frac{7 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} \cdot 591,17 \text{ db} = \\ &= \frac{2 \text{ nap} + 7 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} \cdot 591,17 \text{ db} = 760,1 \text{ db} \end{aligned} \quad (7. \text{ példa: } 7)$$

Egy adott periódus várható felhasználási igényét megkaphatjuk a (102) képlettel:

$$d_t = \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_t = \frac{7 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} \cdot 591,17 \text{ db} = 591,17 \text{ db} \quad (7. \text{ példa: } 8)$$

A tervezett maximális feltöltési szint megadható a (110) összefüggés felhasználásával:

$$q_{max} = d_t + Z_{SL} \cdot \sigma_{d_t} = \frac{t}{t_{egys.}} \cdot \bar{d}_t + Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{t}{t_{egys.}}} =$$

$$= 591,17 \text{ db} + 1,575 \cdot 80,15 \text{ db} = 717,4 \text{ db}$$

(7. példa: 9)

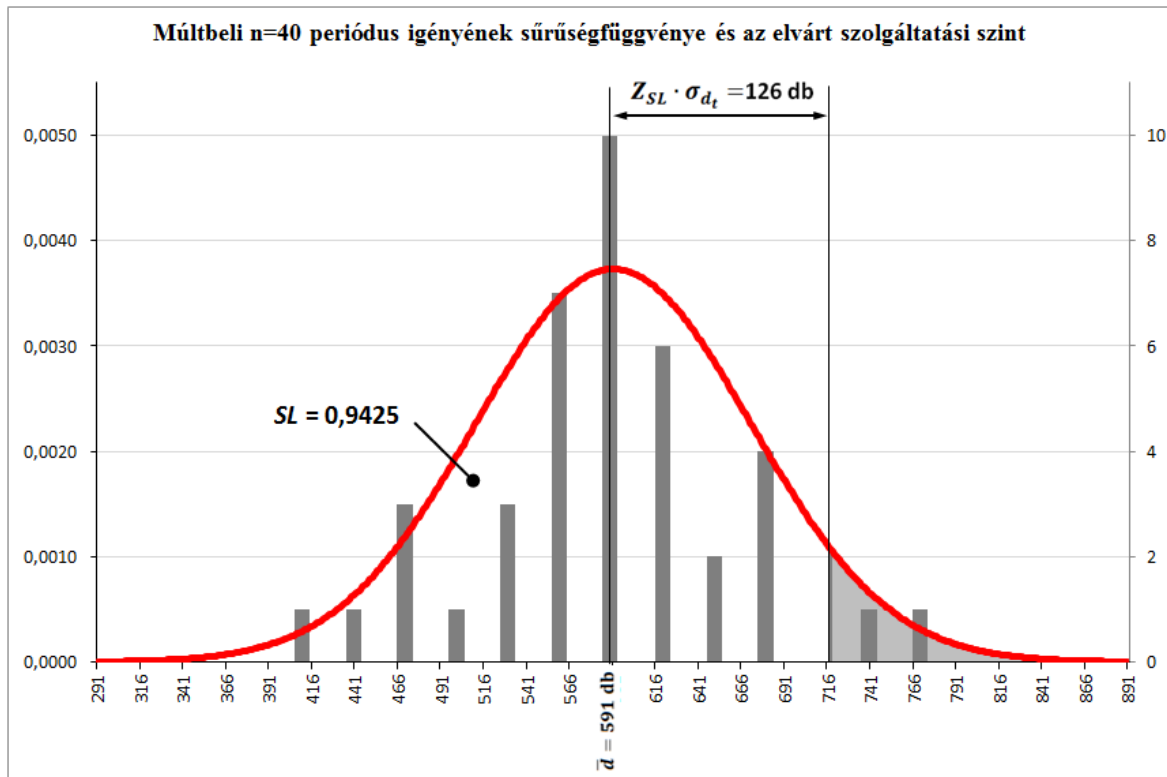
Az előre meghatározott szolgáltatási szint biztosítása mellett a készletszint lehetséges maximális értéke megadható a készletpótlási idő alatt esedékes igény, valamint az igény szórásának ismeretében a (111) összefüggés behelyettesítésével:

$$q'_{max} = q_{max} + Z_{SL} \cdot \sigma_{d_\tau} = q_{max} + Z_{SL} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\frac{\tau}{t_{egys.}}} =$$

$$= 717,4 \text{ db} + 1,575 \cdot 80,15 \text{ db} \cdot \sqrt{\frac{2 \text{ nap}}{7 \text{ nap}}} = 784,9 \text{ db}$$

(7. példa: 10)

Az egyes készletezési periódushoz tartozó igények ábrázolhatók különböző hosszúságú osztályközös gyakoriság szerint, hisztogramokkal bemutatva a sűrűségfüggvényüket. Ehhez kiindulási adatként rögzíteni kell az előre meghatározott szolgáltatási szintet (7. példa: 2), a rendelés leadásától a következő periódus végéig várható igényt (7. példa: 7) és annak a múltbeli adatok alapján számított várható ingadozását (7. példa: 5). A 3. diagram ábrázolja a fenti összefüggéseket a 22. ábra mintájára.



3. diagram: A múltbeli $n = 40$ periódus igényének sűrűségfüggvénye és az elvárt szolgáltatási szint [saját szerkesztés]

8. példa

Sztocasztikus készletpótlási idő miatt szükséges biztonsági készlet szintjének meghatározását a 8. példán keresztül vezetem le. A vizsgált időszak teljes hossza $T = 365 \text{ nap}$, a tervezett készletpótlási idő $\tau = 2 \text{ nap}$, minden készletezési periódus hossza $t = 7 \text{ nap}$, a menedzsment döntése alapján egy év alatt három periódus esetében megengedhető a készlethiány, vagyis a hiányt megengedő készletezési periódusok száma egy teljes időszak során $h = 3$. A múltbeli $n = 40$ időszakra jellemző készletpótlási időket a 10. táblázat jeleníti meg. A 7. példa folytatásaként a szolgáltatási szint már meghatározásra került, $SL = 94,25 \%$, a normális eloszlás táblázatból megkaphatjuk a 0,9425 valószínűséghez legközelebb álló $Z_{SL} = Z_{0,9425} = 1,575$ értéket. Egy készletezési periódus átlagos igénye $\bar{d} = 591,1 \text{ db}$. Folyamatos készletvizsgálatot végrehajtva meg kell határozni azt a biztonsági készlet szintet, amelyik az elfogadott hiány mértékének megfelelően fedi a készletpótlási idő ingadozására eső igényt.

t_n	τ_i	t_n	τ_i	t_n	τ_i	t_n	τ_i
t ₁	2,17	t ₁₁	1,63	t ₂₁	1,61	t ₃₁	2,01
t ₂	2,18	t ₁₂	2,42	t ₂₂	2,07	t ₃₂	2,00
t ₃	1,42	t ₁₃	1,98	t ₂₃	2,20	t ₃₃	2,05
t ₄	2,09	t ₁₄	1,86	t ₂₄	1,96	t ₃₄	1,87
t ₅	2,09	t ₁₅	2,04	t ₂₅	2,14	t ₃₅	1,92
t ₆	1,52	t ₁₆	1,89	t ₂₆	1,93	t ₃₆	2,37
t ₇	2,18	t ₁₇	2,14	t ₂₇	2,05	t ₃₇	2,37
t ₈	1,67	t ₁₈	2,11	t ₂₈	2,11	t ₃₈	2,31
t ₉	2,65	t ₁₉	1,73	t ₂₉	2,77	t ₃₉	2,06
t ₁₀	1,99	t ₂₀	2,24	t ₃₀	2,00	t ₄₀	2,14

10. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző készletpótlási idők adatsora [saját szerkesztés]

Az átlagos készletpótlási idő hossza meghatározható az egyes periódusok készletpótlási idejéből a (113) képlettel:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} = \frac{2,17 \text{ nap} + 2,18 \text{ nap} + \dots + 2,14 \text{ nap}}{40} = 2,05 \text{ nap} \quad (8. \text{ példa: } 1)$$

Az átlagos készletpótlási idő várható ingadozásának mértéke megadható a (115) összefüggéssel:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{\tau}} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2}{n}} = \\ &= \sqrt{\frac{(2,17 \text{ nap} - 2,05 \text{ nap})^2 + \dots + (2,14 \text{ nap} - 2,05 \text{ nap})^2}{40}} = 0,27 \text{ nap} \end{aligned} \quad (8. \text{ példa: } 2)$$

Egyenletes $\bar{d}$ intenzitású felhasználást feltételezve a $\bar{\tau}$ tervezett átlagos készletpótlás alatt esedékes felhasználási mennyiség megadható a (114) összefüggéssel:

$$d_{\bar{\tau}} = \bar{d} \cdot \frac{\bar{\tau}}{t_{egys.}} = 591,1 \text{ db} \cdot \frac{2,05 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} = 173,1 \text{ db} \quad (8. \text{ példa: } 3)$$

Az átlagos készletpótlási idő szórására számított igény mértéke meghatározható a (116) összefüggés szerint:

$$d_{\sigma_{\bar{\tau}}} = \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} = 591,1 \text{ db} \cdot \frac{0,27 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} = 22,7 \text{ db} \quad (8. \text{ példa: } 4)$$

Az előre meghatározott mértékű szolgáltatási szint eléréséhez szükséges biztonsági készlet sztochasztikus készletpótlási idő esetében megadható a (117) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned} q_{b_{\bar{\tau}}} &= Z_{SL} \cdot d_{\sigma_{\bar{\tau}}} = Z_{SL} \cdot \bar{d} \cdot \frac{\sigma_{\bar{\tau}}}{t_{egys.}} = \\ &= 1,575 \cdot 22,7 \text{ db} = 1,575 \cdot 591,1 \text{ db} \cdot \frac{0,27 \text{ nap}}{7 \text{ nap}} = 35,7 \text{ db} \end{aligned} \quad (8. \text{ példa: } 5)$$

9. példa

Az egyidejűleg fennálló sztochasztikus készletpótlási idő és sztochasztikus igényváltozások okozta bizonytalanság ellensúlyozható biztonsági készletek tartásával, melynek számítását a 9. példán keresztül mutatom be. Az igényváltozás adatsorát és részeredményeit a 7. példa, a készletpótlási idő adatsorát és részeredményeit a 8. példa szolgáltatja, melyek összesítve a 11. táblázatban találhatók. A vizsgált időszak igényének átlagos szintje $\bar{d} = 591,17 \text{ db}$, a készletezési periódusok tényleges igényeinek szórása $\sigma_d = 80,15 \text{ db}$, az átlagos készletpótlási idő hossza $\bar{\tau} = 2,05 \text{ nap}$, a készletpótlási idő szórása $\sigma_{\tau} = 0,27 \text{ nap}$. A sztochasztikus igényváltozás miatt szükséges biztonsági készlet szintje $q_{bist_d} = 143,1 \text{ db}$, a sztochasztikus készletpótlási idő miatt képzendő biztonsági készlet szintje $q_{bist_{\tau}} = 35,7 \text{ db}$. Feladat meghatározni a két tényező közötti kapcsolat erősségét és irányát, majd annak ismeretében meghatározni a szükséges biztonsági készlet szintjét.

t_n	d_i	τ_i	t_n	d_i	τ_i	t_n	d_i	τ_i	t_n	d_i	τ_i
t ₁	627	2,17	t ₁₁	595	1,63	t ₂₁	436	1,61	t ₃₁	556	2,01
t ₂	607	2,18	t ₁₂	762	2,42	t ₂₂	590	2,07	t ₃₂	563	2,00
t ₃	682	1,42	t ₁₃	543	1,98	t ₂₃	535	2,20	t ₃₃	480	2,05
t ₄	615	2,09	t ₁₄	538	1,86	t ₂₄	585	1,96	t ₃₄	627	1,87
t ₅	469	2,09	t ₁₅	569	2,04	t ₂₅	498	2,14	t ₃₅	605	1,92
t ₆	600	1,52	t ₁₆	602	1,89	t ₂₆	632	1,93	t ₃₆	588	2,37
t ₇	593	2,18	t ₁₇	408	2,14	t ₂₇	574	2,05	t ₃₇	715	2,37
t ₈	579	1,67	t ₁₈	665	2,11	t ₂₈	695	2,11	t ₃₈	797	2,31
t ₉	644	2,65	t ₁₉	596	1,73	t ₂₉	706	2,77	t ₃₉	616	2,06
t ₁₀	463	1,99	t ₂₀	568	2,24	t ₃₀	551	2,00	t ₄₀	573	2,14

11. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 40$ periódusra jellemző igények és készletpótlási idők adatsora [saját szerkesztés]

Mivel $n > 30$ és mindkét tényező szórása ismert, valamint a 9. és 8. példák során feltételeztük, hogy a két valószínűségi változó normális eloszlású, így a két valószínűségi változóból képzett együttes eloszlás szintén normális eloszlású lesz.

Az igény és a készletpótlási idő kovarianciája kifejezhető a (122) összefüggés alkalmazásával:

$$\begin{aligned}
 C_{d;\tau} &= \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d}) \cdot (\tau_i - \bar{\tau})}{n} = \\
 &= \frac{(627 \text{ db} - 591 \text{ db}) \cdot (2,17 \text{ nap} - 2,05 \text{ nap})}{40} + \dots + \\
 &+ \frac{(573 \text{ db} - 591 \text{ db}) \cdot (2,14 \text{ nap} - 2,05 \text{ nap})}{40} = 6,58 \text{ db} \cdot \text{nap}
 \end{aligned}
 \quad (9. \text{ példa: } 1)$$

Tekintettel arra, hogy a számlálóban található tényezők egyike a mennyiségben, míg a másik az időben van kifejezve, a kovariancia számítás e kettő szorzataként $\text{db} \cdot \text{nap}$ mértékegységet eredményezett. A készletpótlást az idő helyett a készletpótlási időre eső igénnyel is ki lehet fejezni, ami eredményeképpen a kovariancia mennyiségben is

megadható. Utóbbi esetben az eredmény eltérő értéket fog adni, de a (9. példa: 2) összefüggésbe behelyettesítve mindkét számítási módot végigkövetve a korrelációs együttható azonos eredményre fog vezetni.

Az igény és a készletpótlási idő közötti kapcsolat erősségét és irányát megkaphatjuk a vizsgált periódusokra vonatkozó igények és készletpótlási idők, valamint ezek szórásainak ismeretében a (121) összefüggés és a (7. példa: 4) (8. példa: 2) részeredményeinek behelyettesítésével:

$$r_{d;\tau} = \frac{C_{d;\tau}}{\sigma_d \cdot \sigma_{\tau}} = \frac{6,58 \text{ db} \cdot \text{nap}}{80,15 \text{ db} \cdot 0,27 \text{ nap}} = 0,30 \quad (9. \text{ példa: } 2)$$

A (9. példa: 2) egyenlet eredményeképpen kapott 0,30 korrelációs együttható közepes erősségű, azonos irányú kapcsolatot mutat a két tényező között, vagyis a példa esetében magasabb igény teljesítéséhez hosszabb készletpótlási idő társul.

A kapcsolat erőssége és iránya meghatározza a biztonsági készlet szükséges mértékét, mely a két tényező ingadozásának ellensúlyozására irányul:

$$\begin{aligned} q_{bikt} &= \sqrt{q_{bikt_d}^2 + q_{bikt_{\tau}}^2 + 2 \cdot q_{bikt_d} \cdot q_{bikt_{\tau}} \cdot r_{d;\tau}} = \\ &= \sqrt{(143,1 \text{ db})^2 + (35,7 \text{ db})^2 + 2 \cdot 143,1 \text{ db} \cdot 35,7 \text{ db} \cdot 0,30} = 157,5 \text{ db} \end{aligned} \quad (9. \text{ példa: } 3)$$

A (9. példa: 3) eredményéből belátható, hogy $r_{d;\tau} = 0,30$ korrelációs együttható esetén a két tényezőre együttesen számolt biztonsági készlet értéke magasabb lesz az egyes tényezőkre külön-külön számolt biztonsági készlet értékénél, és kevesebb lesz azok összegénél.

Abban az esetben, ha a készletpótlási idő ingadozása és az igények sztochasztikus változása egyidejűleg következik be, és a két változás között szoros, és azonos irányú kapcsolat figyelhető meg, vagyis a korrelációs együttható $r_{d;\tau} = 1$, akkor a biztonsági készlet megadható a (125) összefüggéssel:

$$q_{bikt} = q_{bikt_d} + q_{bikt_{\tau}} = 157,5 \text{ db} + 35,7 \text{ db} = 178,8 \text{ db} \quad (9. \text{ példa: } 4)$$

Abban az esetben, ha a készletpótlási idő ingadozása és az igények sztochasztikus változása egyidejűleg következik be, és a két változás között szoros, de ellentétes irányú kapcsolat figyelhető meg, vagyis a korrelációs együttható $r_{d;\tau} = -1$, akkor a biztonsági készlet megadható a (126) összefüggésekkel:

$$\begin{aligned} q_{bikt} &= \sqrt{(q_{bikt_d} - q_{bikt_{\tau}})^2} = |q_{bikt_d} - q_{bikt_{\tau}}| = \\ &= \sqrt{(157,5 \text{ db} - 35,7 \text{ db})^2} = |157,5 \text{ db} - 35,7 \text{ db}| = 107,4 \text{ db} \end{aligned} \quad (9. \text{ példa: } 5)$$

10. példa

A fenti összefüggéseket a 10. példán keresztül levezetve bemutatom az igények múltbeli adataiból képzett idősorra számítható lineáris trendértékeket. A 12. táblázat $n = 20$ egymást követő időszak igényeit tükrözi, melyből 18 időszak konkrét múltbeli adatokat, 2 időszak a jövőben bekövetkező, fagyasztott időszak adatait tükrözi. A befagyasztott időszak értékei már nem változhatnak, azokat tényadatoknak tekinthetjük, így azok a múltbeli adatsorral egyben értelmezhetők.

t	y_t	$t \cdot y_t$	t^2
1	582	582	1
2	511	1.022	4
3	546	1.638	9
4	493	1.972	16
5	459	2.295	25
6	630	3.780	36
7	470	3.290	49
8	635	5.080	64
9	629	5.661	81
10	470	4.700	100
11	569	6.259	121
12	461	5.532	144
13	573	7.449	169
14	439	6.146	196
15	479	7.185	225
16	514	8.224	256
17	484	8.228	289
18	490	8.820	324
19	453	8.607	361
20	427	8.540	400
$\sum_{t=1}^{20} t = 210$	$\sum_{t=1}^{20} y_t = 10.314$	$\sum_{t=1}^{20} t \cdot y_t = 105.010$	$\sum_{t=1}^{20} t^2 = 2.870$

12. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények adatsora a lineáris trendfüggvény paramétereinek meghatározásához [saját szerkesztés]

Lineáris trendfüggvény meredeksége, azaz időegység alatt egy időszakra jutó átlagos növekedés mértéke megadható a (130) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \frac{\sum_{t=1}^n y_t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t \cdot y_t}{\sum_{t=1}^n t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t^2} = \\
 &= \frac{10.314 \cdot 210 - 20 \cdot 105.010}{210 \cdot 210 - 20 \cdot 2.870} = -4,94
 \end{aligned}
 \tag{10. példa: 1}$$

A negatív érték azt tükrözi, hogy a lineáris trend csökkenő irányú.

A (131) összefüggés és a (10. példa: 1) részeredmény behelyettesítésével megadható a lineáris trendfüggvény esetén az alapírányzat értéke a t_0 időpontban:

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{t=1}^n y_t - \lambda_1 \cdot \sum_{t=1}^n t}{n} = \frac{10.314 + 4,94 \cdot 210}{20} = 567,6 \quad (10. \text{ példa: } 2)$$

A lineáris trendfüggvény értékei megadható (10. példa: 1) és (10. példa: 2) részeredmények (127) egyenletbe történő behelyettesítésével:

$$\hat{y}_{t_\lambda} = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot t = 567,6 - 4,94 \cdot t \quad (10. \text{ példa: } 3)$$

A fenti összefüggéseket a 10. példa folytatásán keresztül levezetve bemutatom az igények múltbeli adataiból képzett idősorra számítható exponenciális trendértékeket. A 13. táblázat $n = 20$ egymást követő időszak igényeit tükrözi, melyből 18 időszak konkrét múltbeli adatokat, 2 időszak a jövőben bekövetkező, fagyasztott időszak adatait tükrözi. A befagyasztott időszak értékei már nem változhatnak, azokat tényadatoknak tekinthetjük, így azok a múltbeli adatsorral egyben értelmezhetők.

t	y_t	$\log y_t$	$t \cdot \log y_t$	t^2
1	582	2,76	2,76	1
2	511	2,71	5,42	4
3	546	2,74	8,21	9
4	493	2,69	10,77	16
5	459	2,66	13,31	25
6	630	2,80	16,80	36
7	470	2,67	18,70	49
8	635	2,80	22,42	64
9	629	2,80	25,19	81
10	470	2,67	26,72	100
11	569	2,76	30,31	121
12	461	2,66	31,96	144
13	573	2,76	35,86	169
14	439	2,64	36,99	196
15	479	2,68	40,21	225
16	514	2,71	43,38	256
17	484	2,68	45,64	289
18	490	2,69	48,42	324
19	453	2,66	50,47	361
20	427	2,63	52,61	400
$\sum_{t=1}^{20} t = 210$	$\sum_{t=1}^{20} y_t = 10.314$	$\sum_{t=1}^{20} \log y_t = 54,2$	$\sum_{t=1}^{20} t \cdot \log y_t = 566$	$\sum_{t=1}^{20} t^2 = 2.870$

13. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző készletpótlási idők adatsora az exponenciális trendfüggvény paramétereinek meghatározásához [saját szerkesztés]

Az exponenciális trendfüggvény időegységnyi átlagos relatív változása megadható a (135) összefüggés behelyettesítésével:

$$\begin{aligned}\log \varepsilon_1 &= \frac{\sum_{t=1}^n \log y_t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t \cdot \log y_t}{(\sum_{t=1}^n t \cdot \sum_{t=1}^n t - n \cdot \sum_{t=1}^n t^2)} = \\ &= \frac{54,2 \cdot 210 - 20 \cdot 566}{210 \cdot 210 - 20 \cdot 2.870} = -0,00412\end{aligned}\quad (10. \text{ példa: } 4)$$

A negatív érték azt tükrözi, hogy az exponenciális trend csökkenő irányú.

A (136) összefüggés és a (10. példa: 4) részeredmény behelyettesítésével megadható az exponenciális trendfüggvény esetén az alapirányzat értéke a t_0 időpontban:

$$\log \varepsilon_0 = \frac{\sum_{t=1}^n \log y_t - \log \varepsilon_1 \cdot \sum_{t=1}^n t}{n} = \frac{54,2 + 0,00412 \cdot 210}{20} = 2,753 \quad (10. \text{ példa: } 5)$$

A logaritmus számításnál alkalmazott összefüggés behelyettesítésével megadható az exponenciális trendfüggvény időegységnyi átlagos relatív változásának a 10-es alapú logaritmushoz tartozó értéke:

$$\log_{10} \varepsilon_1 = -0,00412 \rightarrow \varepsilon_1 = 10^{-0,00412} = 0,99 \quad (10. \text{ példa: } 6)$$

Az $\varepsilon_1 < 1$ értékből szintén az következik, hogy a trendértékek várhatóan csökkenő irányt vesznek fel.

A logaritmus számításnál alkalmazott összefüggés behelyettesítésével megadható az exponenciális trendfüggvény alapirányzatának a t_0 időpontban vett, 10-es alapú logaritmushoz tartozó értéke:

$$\log_{10} \varepsilon_0 = 2,753 \rightarrow \varepsilon_0 = 10^{2,753} = 566 \quad (10. \text{ példa: } 7)$$

A lineáris trendfüggvény adott t időszakhoz rendelt értékei megadhatók a (10. példa: 6) és (10. példa: 7) részeredményeinek a (132) egyenletbe történő behelyettesítésével:

$$\hat{y}_{t_\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1^t = 566 \cdot 0,99^t \quad (10. \text{ példa: } 8)$$

A (10. példa: 3) és (10. példa: 8) összefüggéseiben bemutatott műveletet minden t időszak esetében végrehajtva megkapjuk a lineáris és exponenciális trendértékeket (14. táblázat):

t	lineáris trendértékek: $\hat{y}_{t_\lambda}$	exponenciális trendértékek: $\hat{y}_{t_\epsilon}$
1	563	561
2	558	555
3	553	550
4	548	545
5	543	540
6	538	534
7	533	529
8	528	524
9	523	519
10	518	514
11	513	509
12	508	505
13	503	500
14	498	495
15	494	490
16	489	486
17	484	481
18	479	476
19	474	472
20	469	467

14. táblázat: Munkatábla: az igények jövőbeni $n = 20$ periódusra várható lineáris és exponenciális trendértékei [saját szerkesztés]

A 10. példa tovább folytatásával megadható a vizsgált idősorhoz pontosabban illeszkedő függvénytípus, majd annak megválasztásával a múltbeli adatokból a jövőre előre jelzett trendértékek. Az y_t idősor értékek $\hat{y}_{t_\lambda}$ lineáris és $\hat{y}_{t_\epsilon}$ exponenciális trendértékektől vett négyzetes eltérését a 15. táblázat mutatja be:

t	y_t	$\hat{y}_{t_\lambda}$	$(y_t - \hat{y}_{t_\lambda})^2$	$\hat{y}_{t_\varepsilon}$	$(y_t - \hat{y}_{t_\varepsilon})^2$
1	582	568	196	561	457
2	511	558	2.209	555	1.960
3	546	553	49	550	16
4	493	548	3.025	545	2.676
5	459	543	7.056	540	6.486
6	630	538	8.464	534	9.142
7	470	533	3.969	529	3.515
8	635	528	11.449	524	12.268
9	629	523	11.236	519	12.048
10	470	518	2.304	514	1.961
11	569	513	3.136	509	3.555
12	461	508	2.209	505	1.894
13	573	503	4.900	500	5.372
14	439	498	3.481	495	3.129
15	479	494	225	490	126
16	514	489	625	486	810
17	484	484	0	481	10
18	490	479	121	476	187
19	453	474	441	472	353
20	427	469	1.764	467	1.622
-	$\bar{y}_t = 515,7$	-	$\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t_\lambda})^2 = 66.859$	-	$\sum_{t=1}^{20} (y_t - \hat{y}_{t_\varepsilon})^2 = 67.585$

15. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények lineáris és exponenciális trendértékektől vett négyzetes eltérései [saját szerkesztés]

A reziduális szórás értéke lineáris trendfüggvény esetén megadható a (137) összefüggés behelyettesítésével:

$$s_{e_\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t_\lambda})^2}{n}} = \sqrt{\frac{66.859}{20}} = 57,82 \quad (10. \text{ példa: } 9)$$

A relatív reziduális szórás értéke lineáris trendfüggvény esetén megadható a (10. példa: 9) eredményének ismeretében a (138) összefüggés és behelyettesítésével:

$$V_{e_\lambda} = \frac{s_{e_\lambda}}{\bar{y}_t} = \frac{57,82}{515,7} = 0,335 \quad (10. \text{ példa: } 10)$$

A reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén megadható a (139) összefüggés behelyettesítésével:

$$s_{e_\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{t_\varepsilon})^2}{n}} = \sqrt{\frac{67.585}{20}} = 58,13 \quad (10. \text{ példa: } 11)$$

A relatív reziduális szórás értéke exponenciális trendfüggvény esetén megadható a (10. példa: 11) eredményének ismeretében a (140) összefüggés behelyettesítésével:

$$V_{e_\varepsilon} = \frac{s_{e_\varepsilon}}{\bar{y}_t} = \sqrt{\frac{58,14}{515,7}} = 0,336 \quad (10. \text{ példa: } 12)$$

A (10. példa: 9-12) részeredményeit összehasonlítva ki kell választani a pontosabb illeszkedést mutató trendfüggvényt:

$$s_{e_\lambda} < s_{e_\varepsilon} \text{ és } V_{e_\lambda} < V_{e_\varepsilon} \quad (10. \text{ példa: } 13)$$

A lineáris és az exponenciális trendszámítással kapott reziduális szórások és a relatív reziduális szórások páronkénti összehasonlításából megállapítható, hogy a kapott $\hat{y}_{t(\lambda)}$ lineáris és $\hat{y}_{t(\varepsilon)}$ exponenciális trendértékek a 10. példa esetében a lineáris trendfüggvény során illeszkednek pontosabban az y_t idősor értékeihez, így a továbbiakban a múltbeli adatokból történő előrejelzést a lineáris trendszámítás részeredményeivel kell folytatni.

A kiválasztott lineáris trendfüggvény alkalmazásával a múltbeli értékek ismeretében a jövőbeni t_{21} - t_{30} időszakokhoz is kiszámítjuk a várható trendértékeket (16. táblázat).

t	termelési terv szerinti felhasználás: y_t	lineáris trendértékek: $\hat{y}_{t_\lambda}$
21	397	464
22	377	459
23	423	454
24	321	449
25	375	444
26	388	439
27	471	434
28	365	429
29	326	424
30	354	419

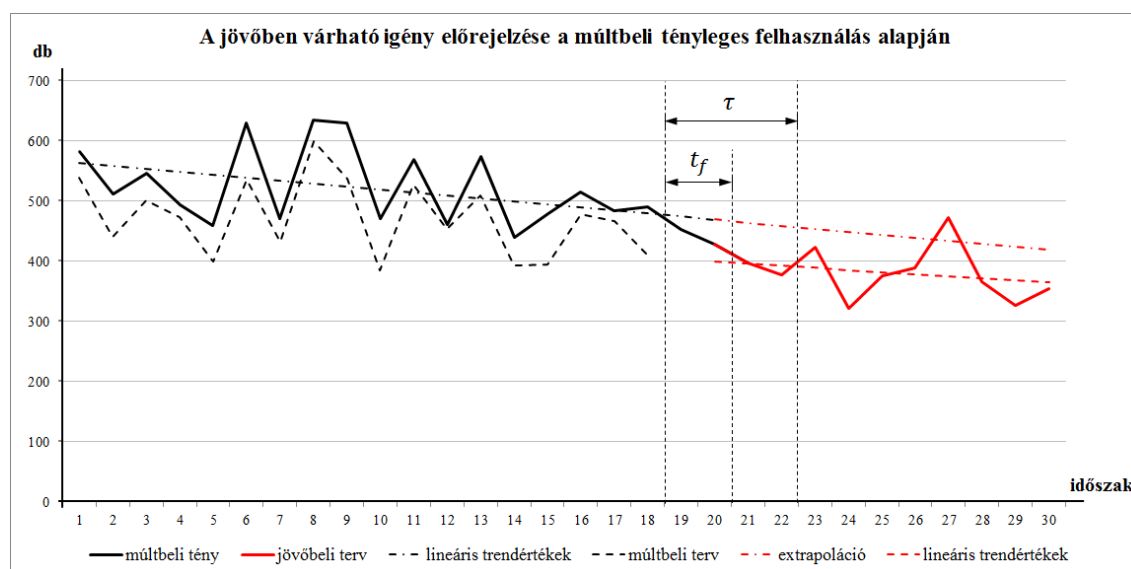
16. táblázat: Munkatábla: a múltbeli $n = 20$ periódusra jellemző igények ismeretében a jövőbeni periódusokhoz kiszámított trendértékek [saját szerkesztés]

A 10. példát tovább folytatva meghatározható az alultervezés mértéke. A t_{19} és t_{20} periódusok feleltethetők meg a befagyasztott időszakoknak, illetve a készletpótlási idő 4 periódus hosszúságú, azaz $\tau = 4$, a vizsgálat a t_{19} -es periódus elején történik. A 15. táblázatból kiolvasható, hogy a befagyasztott időszakra eső determinisztikus igény mértéke összesen $d_{t_f} = 880 \text{ db}$, az azt követő időszakok igénye az előre jelzett értéktől még eltérhet.

A τ készletpótlási időre eső igény alultervezésének mértéke megadható a (142) összefüggés valamint a 15. táblázat és 16. táblázat adatsorainak ismeretében:

$$\Delta d_{\tau} = \hat{d}_{\tau} - d_{t_f} - d_{\tau-t_f} = 1865 \text{ db} - 880 \text{ db} - 774 \text{ db} = 211 \text{ db} \quad (10. \text{ példa: } 14)$$

A 10. példa adatait a 35. ábra mintájára a 4. diagram szemlélteti, megjelenítve a múltbeli terv és tényadatokat, a jövőbeli időszakokra tervezett igényt és a múltbeli adatsor alapján történő előrejelzést, a teljes időszakra vonatkoztatott trendértékeket, valamint a készletpótlási és a befagyasztott időszakok hosszát.



4. diagram: A jövőben várható igény előrejelzése a múltbeli tényleges felhasználás alapján [saját szerkesztés]

KÉPLETLEVEZETÉSEK

K01 – (9) képlet levezetés a (8) képletből kiindulva:

$$\frac{dK(q)}{dq} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 + \frac{k_2 \cdot T}{2} = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 + \frac{k_2 \cdot T}{2} = 0$$

$$\frac{k_2 \cdot T}{2} = \frac{Q}{q^2} \cdot k_1$$

$$q^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad (9)$$

K02 – (11) képlet levezetés az (1) és (9) képletekből kiindulva:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (1)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad (9)$$

$$t = \frac{T}{Q} \cdot q$$

$$t = \frac{T}{Q} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot T \cdot T}{T \cdot Q \cdot Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad (11)$$

K03 – (12) képlet levezetés az (1) és (9) képletekből kiindulva:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (1)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad (9)$$

$$n = \frac{Q}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}}}$$

$$n = Q \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}}$$

$$n = \sqrt{\frac{Q \cdot Q \cdot T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}}$$

$$n = \sqrt{\frac{Q \cdot T}{2} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \quad (12)$$

K04 – (13) képlet levezetés a (7) és (9) képletekből kiindulva:

$$K = \frac{Q}{q} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot T \cdot k_2 \rightarrow \min \quad (7)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \quad (9)$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}}} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot T \cdot k_2$$

$$K = Q \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot T \cdot k_2$$

$$K = \sqrt{\frac{T \cdot Q \cdot Q}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2 \cdot k_1 \cdot k_1}{k_1}} + \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot T \cdot T}{2 \cdot 2 \cdot T} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_2}{k_2}}$$

$$K = \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} + \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}}$$

$$K = 2 \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}}$$

$$K = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}}$$

$$K = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2} \quad (13)$$

K05 – (35) képlet levezetés a (34) képletből kiindulva:

$$\frac{\partial K(d)}{\partial d} = d \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 - (q - d) \cdot \frac{T}{q} \cdot k_3 = 0 \quad (34)$$

$$d \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 = (q - d) \cdot \frac{T}{q} \cdot k_3$$

$$d \cdot k_2 = (q - d) \cdot k_3$$

$$d \cdot k_2 = q \cdot k_3 - d \cdot k_3$$

$$d \cdot k_2 + d \cdot k_3 = q \cdot k_3$$

$$d \cdot (k_2 + k_3) = q \cdot k_3$$

$$q = d \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3} \quad (35)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}}$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad (35)$$

K06 – (37) képlet levezetés a (33) képletből kiindulva:

$$\frac{\partial K(q)}{\partial q} = -\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 - \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q^2} \cdot k_2 + \frac{2 \cdot q \cdot (q-d) \cdot T - (q-d)^2 \cdot T}{2 \cdot q^2} \cdot k_3 = 0 \quad (33)$$

$$\frac{Q}{q^2} \cdot k_1 + \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q^2} \cdot k_2 = \frac{2 \cdot q \cdot (q-d) \cdot T \cdot k_3 - (q-d)^2 \cdot T \cdot k_3}{2 \cdot q^2}$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T} + d^2 \cdot k_2 = 2 \cdot q \cdot (q-d) \cdot k_3 - (q-d)^2 \cdot k_3$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T} + d^2 \cdot k_2 = 2 \cdot q^2 \cdot k_3 + 2 \cdot q \cdot d \cdot k_3 - q^2 \cdot k_3 - d^2 \cdot k_3 + 2 \cdot q \cdot d \cdot k_3$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T} + d^2 \cdot k_2 = q^2 \cdot k_3 - d^2 \cdot k_3$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T} + d^2 \cdot k_2 = \frac{d^2 \cdot (k_2 + k_3)^2}{k_3^2} \cdot k_3 - d^2 \cdot k_3$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} + d^2 = \frac{d^2 \cdot (k_2 + k_3)^2}{k_3^2} \cdot \frac{k_3}{k_2} - \frac{d^2 \cdot k_3}{k_2}$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = \frac{d^2 \cdot (k_2 + k_3)^2}{k_3^2} \cdot \frac{k_3}{k_2} - \frac{d^2 \cdot k_3}{k_2} - d^2$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = \frac{d^2 \cdot k_2^2 \cdot k_3}{k_3^2 \cdot k_2} + \frac{d^2 \cdot k_3^2 \cdot k_3}{k_3^2 \cdot k_2} + \frac{2 \cdot d^2 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_3}{k_3^2 \cdot k_2} - \frac{d^2 \cdot k_3}{k_2} - d^2$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = \frac{d^2 \cdot k_2}{k_3} + \frac{d^2 \cdot k_3}{k_2} + 2 \cdot d^2 - \frac{d^2 \cdot k_3}{k_2} - d^2$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = \frac{d^2 \cdot k_2}{k_3} + d^2$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = d^2 \cdot \left(1 + \frac{k_2}{k_3}\right)$$

$$\frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} = d^2 \cdot \left(\frac{k_2 + k_3}{k_3}\right)$$

$$d^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot k_1}{T \cdot k_2} \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad (37)$$

K07 – (38) képlet levezetés a (26) (35) (37) képletekből kiindulva:

$$\frac{t_2}{t} = \frac{q - d}{q} = \frac{s}{q} \quad (26)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad (35)$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad (37)$$

$$s = q - d$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} - \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} - \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{k_2 + k_3}{k_3} + \frac{k_3}{k_2 + k_3} - 2 \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{(k_2 + k_3) \cdot (k_2 + k_3)}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} + \frac{k_3 \cdot k_3}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} - 2 \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{k_2 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_3 + 2 \cdot k_2 \cdot k_3}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} + \frac{k_3 \cdot k_3}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} - \frac{2 \cdot k_3 \cdot (k_2 + k_3)}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{k_2 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_3 + 2 \cdot k_2 \cdot k_3 + k_3 \cdot k_3 - 2 \cdot k_2 \cdot k_3 - 2 \cdot k_3 \cdot k_3}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{k_2 \cdot k_2}{k_3 \cdot (k_2 + k_3)} \right)$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{k_3} \cdot \frac{k_2 \cdot k_2}{(k_2 + k_3)}$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3} \cdot \frac{k_2}{(k_2 + k_3)}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3} \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3}} \quad (38)$$

K08 – (40) képlet levezetés a (23) és (35) képletekből kiindulva:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (23)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad (35)$$

$$t = \frac{T}{Q} \cdot q$$

$$t = \frac{T}{Q} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot T \cdot T}{Q \cdot Q \cdot T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{Q} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad (40)$$

K09 – (41) képlet levezetés a (23) és (35) képletekből kiindulva:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (23)$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}} \quad (35)$$

$$n = \frac{Q}{q}$$

$$n = \frac{Q}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3}}}$$

$$\begin{aligned}
n &= Q \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
n &= \sqrt{\frac{Q \cdot Q \cdot T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
n &= \sqrt{\frac{Q \cdot T}{2} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \tag{41}
\end{aligned}$$

K10 – (42) képlet levezetés a (27) (28) (30) (31) (35) (37) és (38) képletekből kiindulva:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 \tag{27}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2 \tag{28}$$

$$K_3 = \frac{s^2}{2 \cdot q} \cdot T \cdot k_3 \tag{30}$$

$$K = K_1 + K_2 + K_3 \rightarrow \min \tag{31}$$

$$q = d \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}} \tag{35}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \tag{37}$$

$$s = q - d = q \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} \tag{38}$$

$$K_1 = \frac{Q \cdot k_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}}}$$

$$K_1 = Q \cdot k_1 \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{Q \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_1}{2 \cdot Q}} \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{T}{q} \cdot k_2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \cdot \frac{T}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}}} \cdot k_2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \cdot T \cdot k_2 \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot T \cdot k_2 \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_2 = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot T \cdot T \cdot k_2 \cdot k_2}{2 \cdot 2 \cdot T}} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_2 = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$K_2 = K_1 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}$$

$$K_3 = \frac{s^2}{2 \cdot q} \cdot T \cdot k_3$$

$$K_3 = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3}} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{k_2 + k_3}} \cdot T \cdot k_3}{2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_2}} \cdot \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_3}}}$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot Q}{T} \cdot \frac{k_1}{k_3} \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot T \cdot k_3 \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}}$$

$$\begin{aligned}
K_3 &= \frac{Q \cdot k_1 \cdot k_2}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{T}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
K_3 &= \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_1}{2 \cdot Q} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
K_3 &= \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
K_3 &= K_1 \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \\
K &= K_1 + K_2 + K_3 \\
K &= K_1 + K_1 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} + K_1 \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \\
K &= K_1 \cdot \left(1 + \frac{k_3}{k_2 + k_3} + \frac{k_2}{k_2 + k_3} \right) \\
K &= K_1 \cdot \left(1 + \frac{k_2 + k_3}{k_2 + k_3} \right) \\
K &= 2 \cdot K_1 \\
K &= 2 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
K &= \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_3}{k_2 + k_3}} \\
K &= \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}}
\end{aligned} \tag{31}$$

K11 – (54) képlet levezetés a (37) (38) képletekből kiindulva:

$$d = q \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} \tag{37}$$

$$s = q \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \tag{38}$$

készlettartás és készlethiány helyett súlyozott átlaggal egyetlen költségtenyező, vagyis:

$$K_{K_2;K_3} = K_2 + K_3$$

behelyettesítve egy készletezési periódusra:

$$\frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot k_3 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot k_{k_2; k_3}$$

$$\frac{d}{q} = \frac{t_1}{t} = \frac{k_3}{k_2 + k_3}$$

$$\frac{s}{q} = \frac{t_2}{t} = \frac{k_2}{k_2 + k_3}$$

behelyettesítve:

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \left(\frac{k_3}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot \left(\frac{k_2}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_3 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot t \cdot k_{k_2; k_3} \quad (53)$$

$$\left(\frac{k_3}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_2 + \left(\frac{k_2}{k_2 + k_3} \right)^2 \cdot k_3 = k_{k_2; k_3}$$

$$\frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} \cdot k_2 + \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} \cdot k_3 = k_{k_2; k_3}$$

$$\frac{k_2 \cdot k_3}{k_2 + k_3} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_2 + k_3} = k_{k_2; k_3}$$

$$k_{k_2; k_3} = \frac{k_2 \cdot k_3}{k_2 + k_3} \quad (54)$$

K12 – (56) (57) (58) (59) képletek levezetése a (27) (28) (30) (49) képletekből kiindulva:

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 \quad (27)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 \quad (28)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_3 \quad (30)$$

$$K_1 = K_2 + K_3 \quad (49)$$

akkor

$$\frac{Q}{q} \cdot k_1 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot \frac{Q}{q} \cdot k_3$$

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t_1 \cdot k_2 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot t_2 \cdot k_3$$

$$\frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} = \frac{d \cdot t_1 \cdot k_2}{s \cdot t_2} + k_3$$

$$\frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} - \frac{d \cdot t_1 \cdot k_2}{s \cdot t_2} = k_3$$

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} - \frac{d \cdot t_1}{s \cdot t_2} \cdot k_2 \quad (56)$$

ebből megadható a K_1 meredeksége

$$m = -\frac{d \cdot t_1}{s \cdot t_2} \quad (57)$$

megadhatók a K_1 tengely metszéspontjai

$$\text{függőleges tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{s \cdot t_2} \quad (58)$$

$$\text{vízszintes tengelymetszet: } \frac{2 \cdot k_1}{d \cdot t_1} \quad (59)$$

K13 – (62) (63) (64) (65) képletek levezetése a (23) (27) (32) (42) (49) képletekből kiindulva:

$$\frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \quad (23)$$

$$K_1 = \frac{Q}{q} \cdot k_1 \quad (27)$$

$$K = K_1 + K_2 + K_3 \quad (31)$$

$$K = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} \quad (42)$$

$$K_1 = K_2 + K_3 \quad (49)$$

$$K = 2 \cdot K_1$$

$$\sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3}} = \frac{Q}{q} \cdot k_1$$

$$2 \cdot Q \cdot T \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \frac{Q^2}{q^2} \cdot k_1^2$$

$$\frac{T \cdot q^2}{2 \cdot Q} \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = k_1$$

$$\frac{t \cdot q^2}{2 \cdot q} \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = k_1$$

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot q \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = k_1$$

$$\frac{t \cdot q \cdot k_2 \cdot k_3}{2 \cdot k_1} = k_2 + k_3$$

k_2 kifejezve

$$k_2 = \frac{t \cdot q \cdot k_2 \cdot k_3}{2 \cdot k_1} - k_3$$

$$1 = \frac{t \cdot q \cdot k_3}{2 \cdot k_1} - \frac{k_3}{k_2}$$

$$\frac{1}{k_3} = \frac{t \cdot q}{2 \cdot k_1} - \frac{1}{k_2}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{t \cdot q}{2 \cdot k_1} - \frac{1}{k_3}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{t \cdot q \cdot k_3}{2 \cdot k_1 \cdot k_3} - \frac{2 \cdot k_1}{2 \cdot k_1 \cdot k_3}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{t \cdot q \cdot k_3 - 2 \cdot k_1}{2 \cdot k_1 \cdot k_3}$$

$$k_2 = \frac{2 \cdot k_1 \cdot k_3}{t \cdot q \cdot k_3 - 2 \cdot k_1}$$

k_3 kifejezve

$$\frac{1}{k_3} = \frac{t \cdot q}{2 \cdot k_1} - \frac{1}{k_2}$$

$$\frac{1}{k_3} = \frac{t \cdot q \cdot k_2}{2 \cdot k_1 \cdot k_2} - \frac{2 \cdot k_1}{2 \cdot k_1 \cdot k_2}$$

$$\frac{1}{k_3} = \frac{t \cdot q \cdot k_2 - 2 \cdot k_1}{2 \cdot k_1 \cdot k_2}$$

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1 \cdot k_2}{t \cdot q \cdot k_2 - 2 \cdot k_1}$$

máshogy kifejezve k_2

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot q \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = k_1$$

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot q \cdot \frac{1}{k_1} \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \frac{1}{k_2}$$

$$\frac{t \cdot q}{2 \cdot k_1} \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = \frac{1}{k_2}$$

$$k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_3} \quad (62)$$

ha

$$\frac{k_2 + k_3}{k_3} = \frac{t}{t_1}$$

akkor behelyettesítve

$$k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \cdot \frac{t}{t_1}$$

$$k_2 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t_1} \quad (64)$$

máshogy kifejezve k_3

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot q \cdot k_2 \cdot \frac{k_3}{k_2 + k_3} = k_1$$

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot q \cdot k_2 \cdot \frac{1}{k_1} \cdot \frac{1}{k_2 + k_3} = \frac{1}{k_3}$$

$$\frac{t \cdot q}{2 \cdot k_1} \cdot \frac{k_2}{k_2 + k_3} = \frac{1}{k_3}$$

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \cdot \frac{k_2 + k_3}{k_2} \quad (63)$$

ha

$$\frac{k_2 + k_3}{k_2} = \frac{t}{t_2}$$

akkor behelyettesítve

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t} \cdot \frac{t}{t_2}$$

$$k_3 = \frac{2 \cdot k_1}{q \cdot t_2} \quad (65)$$

K14 – (72) képlet levezetés a (6) (69) (70) (71) képletekből kiindulva:

$$K = K_1 + K_2 \quad (6)$$

$$K'_1 = \frac{K_1}{1 + z} \quad (69)$$

$$K'_2 = K_2 \cdot (1 + z) \quad (70)$$

$$K' = K'_1 + K'_2 \quad (71)$$

$$K' = \frac{K_1}{1 + z} + K_2 \cdot (1 + z)$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{1 + z} + K_2 \cdot (1 + z)}{K_1 + K_2} = \frac{1 + (1 + z)^2}{2 \cdot (1 + z)} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{1 + (1 + z)^2}{2 \cdot (1 + z)} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)}$$

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)} \quad (72)$$

K15 – (77) képlet levezetés a (73) (74) képletekből kiindulva:

két egyenes meredeksége

$$K_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} \quad (73)$$

$$K_3 \cdot \frac{t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (74)$$

egyenlővé téve

$$\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3 \cdot \frac{t_1}{t}$$

$$\frac{t_1}{t} \cdot k_2 = \frac{t - t_1}{t} \cdot k_3$$

$$t_1 \cdot k_2 = t \cdot k_3 - t_1 \cdot k_3$$

$$t_1 \cdot \frac{k_2}{k_3} = t - t_1$$

$$\frac{k_2}{k_3} = \frac{t}{t_1} - 1$$

$$\frac{k_2}{k_3} = \frac{t}{t_1} - \frac{k_3}{k_3}$$

$$\frac{k_2}{k_3} + \frac{k_3}{k_3} = \frac{t}{t_1}$$

$$\frac{k_2 + k_3}{k_3} = \frac{t}{t_1}$$

$$\frac{t_1}{t} = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \quad (77)$$

K15 – (77) képlet levezetés a (73) (74) képletekből kiindulva:

két egyenes meredeksége

$$K_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} \quad (73)$$

$$K_3 \cdot \frac{t_1}{t} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3 \cdot \frac{t_1}{t} \quad (74)$$

$$K_2 \cdot \frac{t - t_1}{t} = K_3 \cdot \frac{t_1}{t}$$

$$K_2 \cdot \left(1 - \frac{t_1}{t}\right) = K_3 \cdot \frac{t_1}{t}$$

$$K_2 - K_2 \cdot \frac{t_1}{t} = K_3 \cdot \frac{t_1}{t}$$

$$t \cdot K_2 - K_2 \cdot t_1 = K_3 \cdot t_1$$

$$t - t_1 = \frac{K_3}{K_2} \cdot t_1$$

$$\frac{t}{t_1} - 1 = \frac{K_3}{K_2}$$

$$\frac{t}{t_1} = \frac{K_3}{K_2} + 1$$

$$\frac{t}{t_1} = \frac{K_3}{K_2} + \frac{K_2}{K_2}$$

$$\frac{t}{t_1} = \frac{K_3 + K_2}{K_2}$$

$$\frac{t_1}{t} = \frac{K_2}{K_2 + K_3} \quad (77)$$

K16 – (78) képlet levezetés:

$$\frac{K_2'}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t_1 \cdot (1+z))^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2}{\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{t_1^2}{t^2} \cdot T \cdot k_2}$$

$$\frac{K_2'}{K_2} = (1+z)^2 \quad (78)$$

K17 – (79) képlet levezetés:

$$\frac{K_3'}{K_3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1 \cdot (1+z))^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3}{\frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{(t - t_1)^2}{t^2} \cdot T \cdot k_3}$$

$$\frac{K_3'}{K_3} = \frac{(t - t_1 \cdot (1+z))^2}{(t - t_1)^2} \quad (79)$$

K18 – (82) képlet levezetés:

$$K' = K_1 \cdot (1+z) + K_2 \cdot (1+z) + K_3 \cdot (1+z)$$

$$K' = (K_1 + K_2 + K_3) \cdot (1+z)$$

$$K' = K \cdot (1 + z) \quad (82)$$

K19 – (88) képlet levezetés a (49) (82) képletekből kiindulva:

$$K_1 = K_2 + K_3 \quad (49)$$

$$K' = K \cdot (1 + z) \quad (82)$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{K_1 \cdot (1 + z) + K_2 + K_3}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{K_1 \cdot (1 + z) + K_1}{K_1 + K_1}$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{K_1 \cdot (1 + z + 1)}{K_1 + K_1}$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{K_1 \cdot (2 + z)}{2 \cdot K_1}$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = \frac{(2 + z)}{2}$$

$$\frac{K'_{K'_1;K_2;K_3}}{K} = 1 + \frac{z}{2} \quad (88)$$

K20 – (94) képlet levezetés a (49) (91) (92) (93) képletekből kiindulva:

$$K_1 = K_2 + K_3 \quad (49)$$

$$K'_1 = \frac{K_1}{(1 + z)} \quad (91)$$

$$K'_2 = K_2 \cdot (1 + z) \quad (92)$$

$$K'_3 = K_3 \cdot (1 + z) \quad (93)$$

Az összköltség változás mértéke behelyettesítve

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1 + z)} + K_2 \cdot (1 + z) + K_3 \cdot (1 + z)}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1+z)} + K_2 \cdot (1+z) + K_3 \cdot (1+z) + K_1 \cdot (1+z) - K_1 \cdot (1+z)}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1+z)} + (1+z) \cdot (K_1 + K_2 + K_3) - K_1 \cdot (1+z)}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1+z)}}{K_1 + K_2 + K_3} + \frac{(1+z) \cdot (K_1 + K_2 + K_3)}{K_1 + K_2 + K_3} - \frac{K_1 \cdot (1+z)}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{K_1}{(1+z)}}{2 \cdot K_1} + (1+z) - \frac{K_1 \cdot (1+z)}{2 \cdot K_1}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{K_1}{(1+z)} \cdot \frac{1}{2 \cdot K_1} + (1+z) - \frac{K_1 \cdot (1+z)}{2 \cdot K_1}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{1}{2 \cdot (1+z)} + (1+z) - \frac{(1+z)}{2}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{1}{2 \cdot (1+z)} - \frac{(1+z)}{2} + (1+z)$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2}{4 \cdot (1+z)} - \frac{2 \cdot (1+z) \cdot (1+z)}{4 \cdot (1+z)} + \frac{4 \cdot (1+z) \cdot (1+z)}{4 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2}{4 \cdot (1+z)} - \frac{2 \cdot (1+z^2 + 2 \cdot z)}{4 \cdot (1+z)} + \frac{4 \cdot (1+z^2 + 2 \cdot z)}{4 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2}{4 \cdot (1+z)} + \frac{2 \cdot (1+z^2 + 2 \cdot z)}{4 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{1}{2 \cdot (1+z)} + \frac{1+z^2 + 2 \cdot z}{2 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2+z^2 + 2 \cdot z}{2 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2+2 \cdot z + z^2}{2 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2 \cdot (1+z) + z^2}{2 \cdot (1+z)}$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2 \cdot (1 + z)}{2 \cdot (1 + z)} + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)}$$

$$\frac{K'}{K} = 1 + \frac{z^2}{2 \cdot (1 + z)} \tag{94}$$